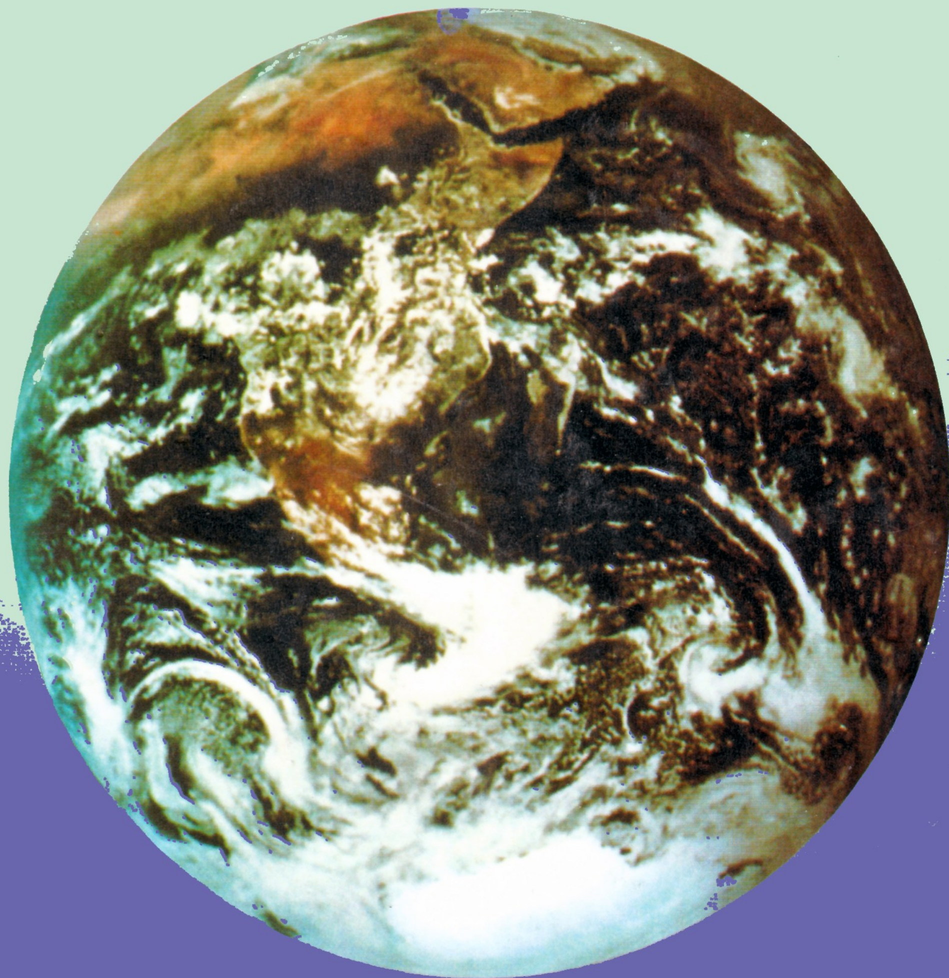
Tikslieji mokslai humanitarams



I dalis

Bjørn Felsager, Kurt Jakobsen,
Gert Schomacker, Mette Vedelsby

Bjørn Felsager, Kurt Jakobsen,
Gert Schomacker, Mette Vedelsby

Tikslieji mokslai humanitarams

I dalis

TEV

VILNIUS 1998

UDK 51/54
Ti39

Knyga išleista Atviros Lietuvos fondui parėmus

Darbo vadovas: *Elmundas Žalys*

Vertėjai ir vertimo redaktoriai: *Algimantas Ažusienis, Romualdas Kašuba, Edmundas Kuokštis, Juozas Mačys, Andrius Stašaitis, Rimantas Vaitkus*

Redaktoriai: *Rita Julija Klimkienė, Valdas Vanagas*

Programinė įranga: *Tadeuš Šeibak*

Kompiuterinė grafika: *Dana Valentinavičienė, Edita Tatarinavičiūtė*

Gamybos vadovas: *Algimantas Paškevičius*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Nijolė Drazdauskienė, Celestina Grendienė, Aldona Žalienė*

Kalbos konsultantė: *Danutė Giliasevičienė*

NATURFAG 1
Bjørn Felseger, Kurt Jacobsen,
Gert Schomacher, Mette Vedelsby

TIKSLIEJI MOKSLAI HUMANITARAMS
I DALIS

ISBN 9986–546–43–5 (1 dalis)
ISBN 9986–546–44–3 (2 dalys)

Pratarmė

„Tikslieji mokslai humanitarams“ – tai Danijos gimnazijų 10–12 humanitarinių klasių moksleiviams skirta knyga. Ji turėtų labai palengvinti tiksliųjų mokslų mokymąsi. Knygoje beveik nėra sudėtingų formulių ir įrodymų, labai sunkių ar varginančių uždavinių.

Knygos skyriai tarpusavy mažai susiję, tad nebūtina juos skaityti iš eilės. Pavyzdžiui, 7-ą skyrių kuo puikiausiai galima skaityti ir prieš 5-ą ar 6-ą.

Tokia knygos sandara siekta ne tik padėti skaitytojui aiškiau suvokti visumą, bet ir suteikti laisvės susipažįstant su atskiromis temomis.

Tekste yra nuorodų į užduotis, pateiktas knygos gale. Užduotys yra sunumeruotos pagal knygos skyrius – pavyzdžiui, simbolis 513 reiškia, jog nukreipiama į užduotį Nr. 513, t.y. penkto skyriaus 13 užduotį.

Daugumoje skyrių į dėstomą medžiagą įpintas ir vienas kitas pavyzdys ar pratimas. Jie pažymėti stora pilka linija paraštėje. Papildoma medžiaga knygoje išdėstyta pilkame fone – skaitant ją galima praleisti be jokio nuostolio bendram turinio supratimui.

Knygos pirmame skyriuje pateikiamas įvadas į gamtos mokslus; mokiniai mokomi atlikti nesudėtingus bandymus ir apdoroti rezultatus.

Kiti du skyriai skirti matematikai. 2-ame skyriuje kartojamos elementariosios matematikos žinios, mokoma naudotis kišeniniu skaičiuokliu. 3-iame skyriuje kalbama apie proporcingumą ir tiesinę priklausomybę.

4-ame skyriuje nagrinėjama mūsų Visatos astronomija. Esame patyrę, kad šia tema mokiniai gyvai domisi, tad tokį ilgą skyrių ryžomės pateikti tarp pirmųjų. Tačiau jį nesunkiai galima suskaidyti ir į keletą mažesnių.

5-ame ir 6-ame skyriuose kalbama apie periodinę elementų lentelę ir chemines reakcijas. 7-ame skyriuje remiantis kasdienine mokinių patirtimi nagrinėjama energijos samprata.

Tolesniuose dviejuose skyriuose supažindinama su atsitiktinumu. Nagrinėjant atsitiktinį klajojimą, 8-ame skyriuje aiškinamos tokios kertinės sąvokos kaip vidurkis, standartinis nuokrypis, išskirtinė baigtis. O 9-ą – statistikos ir tikimybių skyrių – galima skaityti ir nepriklausomai nuo 8-o.

Knyga baigiama 10-u skyriumi, kur kalbama apie šviesą ir spalvas, taip pat apie vaivorykštę bei fotografavimą.

Linkime visiems, kas naudosis šia knyga – tiek mokytojams, tiek ir mokiniams – smagaus darbo, tikėdamiesi, jog knyga bus ir įdomi, ir naudinga.

Autoriai

Pratarmė lietuviškajam leidimui

Po dvejų metų darbo, Atviros Lietuvos fondo programos „Švietimas Lietuvos ateičiai“ didžiulės moralinės ir materialinės paramos dėka skaitytoją pasiekė šios neabejotinai naudingos Lietuvos moksleiviams knygos pirmoji dalis.

Toli gražu ne kiekvienas moksleivis ketina susieti savo gyvenimą su tiksliaisiais mokslais. Vienus baugina sausas formulių, griežtų teiginių, loginių išvedžiojimų pasaulis, kiti jau nuo vaikystės labiau linkę į meną, muziką, kalbas. Tačiau bendrųjų matematikos, fizikos, chemijos dėsnių suvokimas, žinios apie Visatą visiems padeda plėsti akiratį, daugiau sužinoti apie mus supantį pasaulį.

Būtent todėl danų specialistai parašė vadovėlį, pagal kurį humanitarinio profilio moksleiviams galima dėstyti bendrą gamtos mokslų kursą vietoj šiuo metu atskirai dėstomų matematikos, fizikos, chemijos ir astronomijos dalykų.

Knyga neperkrauta terminais, faktai ir moksliniai teiginiai pateikiami suprantamai ir suvokiami be gilesnių matematikos, fizikos, chemijos ar astronomijos žinių. Daug dėmesio skirta bandymams, uždaviniai dažnai susiję su kasdieniniu gyvenimu. Pedagogams turėtų būti nesunku „persikvalifikuoti“ ir dėstyti pagal šią knygą bendrąjį gamtos mokslų kursą.

Mokymo procesas ir reikalavimai Danijos mokyklose gerokai skiriasi nuo mūsų. Todėl verčiant teko laviruoti tarp noro išlaikyti orginalų autorių tekstą ir galimybių pritaikyti knygos medžiagą Lietuvos mokykloms. Lietuviškąjį knygos vertimą vertino, taisė, adaptavo ir peržiūrėjo žymūs savo srities specialistai, mokslininkai ir pedagogai. Kiekvienas iš jų įnešė savo požiūrį į dėstomų dalykų turinį ir metodiką, bet kartu stengėsi daugiau ar mažiau palikti danų autorių pagrindines idėjas. Todėl jeigu kam nors pasirodys, kad kai ką reikėjo aprašyti kitaip, išdėstyti plačiau ar siauriau – neužmirškite, kad ši knyga yra tik adaptuotas vertimas.

Tikimės, kad iki to laiko, kai Lietuvos mokyklose bus dėstomas bendras gamtos mokslų kursas, mūsų autoriai parašys vadovėlius, kurie atitiks Lietuvos mokymo programas. O kol kas ši knyga turėtų patenkinti humanitarinės pakraipos moksleivių poreikius.

Knygos matematikos skyrius rengė dr. Romualdas Kašuba, chemijos – dr. Rimantas Vaitkus, fizikos – hab. dr. Edmundas Kuokštis, astronomijos – dr. Algimantas Ažusienis.

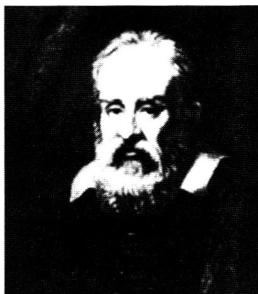
Savo pastabas ir pasiūlymus prašome siųsti į leidyklą adresu: Akademijos 4, Vilnius 2600; el. paštas: tev@ktl.mii.lt.

Leidėjai

Turinys

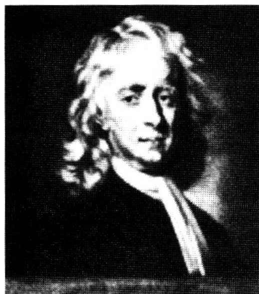
1. Įvadas

Tikriausiai visi sutiks su tuo, kad mūsų civilizacijos pažangai vis labiau reikia bendriausių gamtos mokslų žinių. Šios žinios turi būti prieinamos ne vien saujelei specialistų. Ir nors semtis tų žinių įdomu, kartais tai labai sunkus ir įtemptas darbas.



GALILEO GALILĖJUS
(*Galileo Galilei*, 1564–1642)

Šioje didingoje, nuolat mūsų žvilgsniui atvertoje knygoje – Visatoje – surašytas gyvenimo suvokimas. Bet šią knygą permanysi tik gerai supratęs jos kalbą ir pažinęs raides. O parašyta ji matematikos kalba, ir rašmenys joje – trikampiai, apskritimai bei kitos geometrinės figūros, be kurių nesuprasi nė vieno žodžio ir klaidžiosi tamsiais labirintais.



IZAOKAS NIUTONAS
(*Isaak Newton*, 1642–1727)

Man regis, kad aš tebuvau tik vaikas, žaidęs pakrantės smėly, besidžiaugiantis radęs dailiau nugludintą akmenėlį ar gražesnę kriauklelę, nes priešais mane plytėjo neištirtas tiesos beribis vandenynas.

Fizika ir chemija yra gamtos mokslų sritys, kuriose stengiamasi *„kiekvienam prieinamais nagrinėjimais, stebėjimais ir eksperimentais įminti gamtos mįsles“* (Galilėjus). Bet tam reikalinga speciali mokslo kalba – matematika. Matematika naudojamasi ne vien tik gamtos moksluose. *„Didžiausias džiaugsmas kūnui yra saulės šviesa; didžiausias džiaugsmas dvasiai yra matematikos išmanymas“* (Leonardas da Vinčis*).

Tikimės, jog bekeliaujant per šią knygą, jums atsivers *„tiesos beribis vandenynas“*. Linkime smagaus darbo!

---

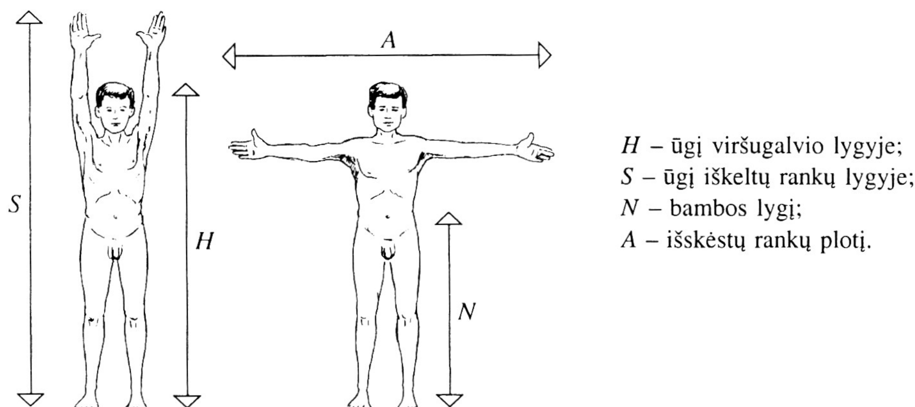
* *Leonardo da Vinci* (1452–1519), italų menininkas, architektas, matematikas, rašytojas.

Laboratoriniai darbai

Žemiau siūlomų pratybų tikslas yra mokyti atlikti tyrimus, bandymus, eksperimentus bei vesti darbų dienoraštį ir sudaryti darbo aprašymą. Atlikdami laboratorinius darbus, įvykių eigą ir rezultatus užrašome į sąsiuvinį. Vėliau, remdamiesi šiais užrašais, sudarome laboratorinio darbo aprašymą. Aprašyme turi būti pateiktos svarbiausios žinios: *kaip* ir *kodėl* darbas buvo atliktas, kokie buvo gauti *rezultatai* bei kokias iš to galima padaryti *išvadas.* Kad būtų lengviau skaityti aprašymą, būtina pateikti naudotos įrangos *brėžinius*, vaizdžias gautų rezultatų *lenteles,* taip pat pageidautina pavaizduoti rezultatus *grafiškai.*

Pratimas: Žmogus – visa ko matas

Kiekvienas klasės mokinys išmatuoja keturis dalykus:



Kiekvienas mokinys dviejų dešimtųjų tikslumu suskaičiuoja santykius:

$$\frac{S}{N},\quad \frac{H}{A}\quad \text{ir}\quad \frac{H}{N}.$$

Apskaičiuokite klasės mokinių kiekvieno šių santykių vidurkį.

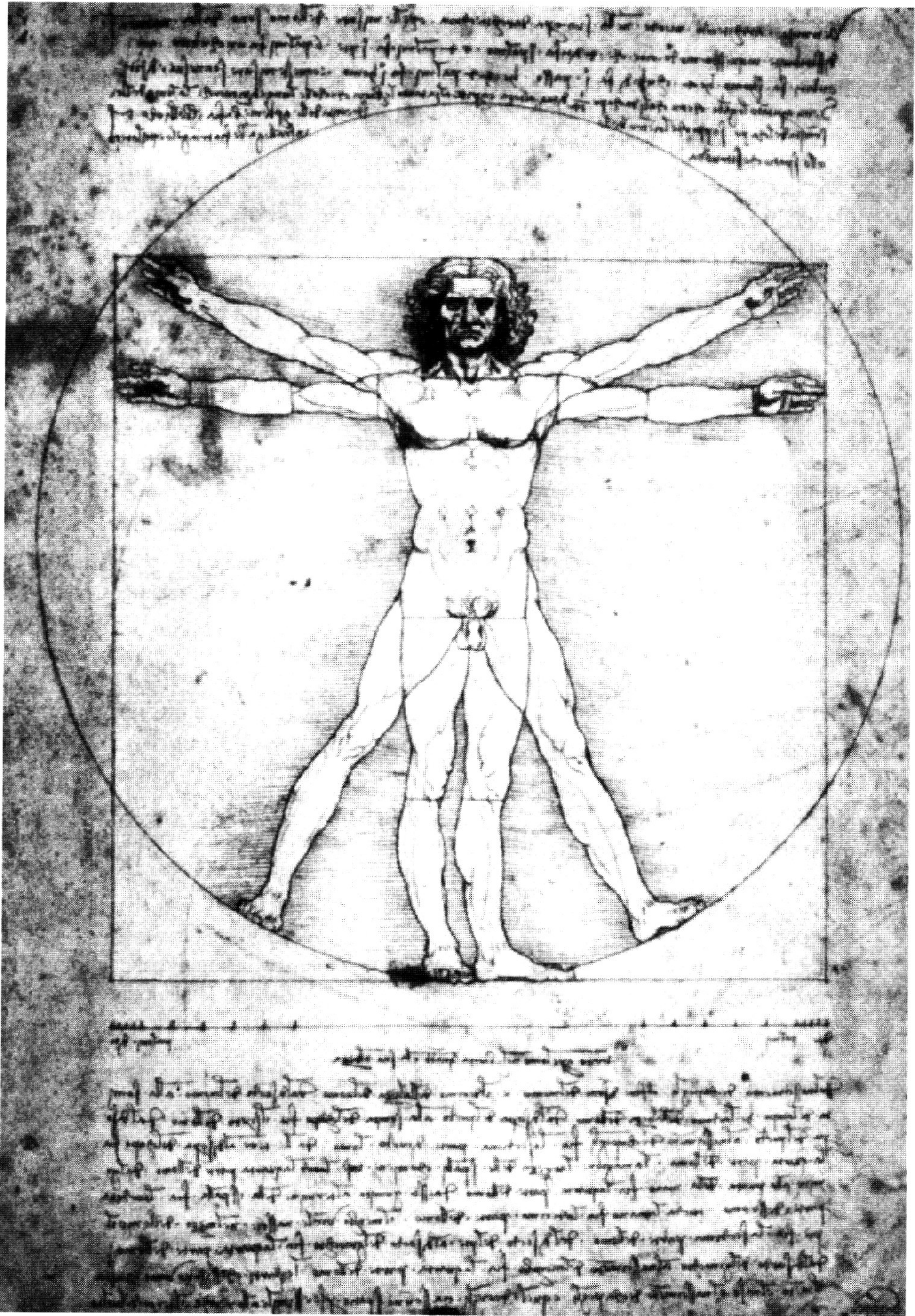
Graikų klasikiniame mene (ir vėliau – Renesanso laikais) buvo laikoma, kad žmogaus matmenys idealūs, jei

$$\frac{S}{N} = 2,\quad \frac{H}{A} = 1\quad \text{ir}\quad \frac{H}{N} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618.$$

Palyginkite klasės rezultatų vidurkį su šiais santykiais.

Santykis $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ vadinamas *aukso pjūviu.* Taigi bamba dalija klasikinių idealių matmenų žmogaus ūgį aukso pjūvio santykiu.

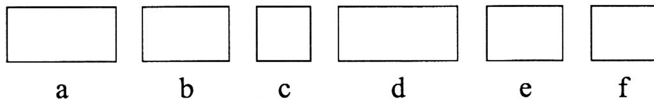
O dabar išmatuokite proporcijas Leonardo da Vinčio brėžinyje kitame puslapyje. Pakomentuokite rezultatus.



Leonardo da Vinčio eskizas.

Pratimas: Skonio reikalas

Apačioje pavaizduoti keli skirtingi stačiakampiai. Apžiūrėkite juos iš įvairių atstumų, pasitarkite su draugais, o paskui nubalsuokite, kuris iš šių stačiakampių yra „dailiausias“. Po to išmatuokite kiekvieno stačiakampio aukštį bei plotį ir suskaičiuokite santykius tarp jų. Kam lygus šis santykis jūsų pasirinktame stačiakampyje?



Pratimas: Pamaišykim

Dabar turėsite stebėti ir žymėtis, kas vyksta sumaišius dvi medžiagas. Tikslas – įprasti būti labai dėmesingam ir atidžiam atliekant eksperimentą, kad ko nors nepraleistumėte.

1. Bandymui reikia dviejų 100 $m\ell$ talpos menzūrėlių. Įpilkite į vieną menzūrėlę 50 $m\ell$ vandens, į kitą – 50 $m\ell$ spirito. Tada tuos 50 $m\ell$ vandens supilkite į antrą menzūrėlę su spiritu. Užrašykite į laboratorinių darbų sąsiuvinį, kas vyksta.
2. Vandenyje ištirpinkite arbatinį šaukštelį NH_4Cl (amonio chlorido). Aprašykite, kas vyksta.
3. Ištirpinkite vandenyje šiek tiek NaCl (valgomosios druskos). Įlašinkite keletą lašų $AgNO_3$ (sidabro nitrato). Aprašykite, kas vyksta. Jei prisimenate, užrašykite reakcijos lygtį.
4. Paimkite šiek tiek $CaCO_3$ (kalkių). Įpilkite 10 $m\ell$ HCl (4M). Aprašykite, kas vyksta. Jei prisimenate, užrašykite reakcijos lygtį.
5. Keletą $CuCl_2$ (vario chlorido) kristalėlių ištirpinkite vandenyje. Nusakykite spalvą. Tada po truputį pilkite praskiesto amoniakinio vandens. Aprašykite, kas vyksta.

Pratimas: Svyruoklės svyravimas

Šiuo bandymu turėsite ištirti, kaip greitai pirmyn ir atgal svyruoja ant siūlo pakabintas svarelis. Laikas, reikalingas svyruojančiam svareliui iš vienos kraštinės padėties vėl grįžti į tą pačią padėtį, vadinamas *svyravimų periodu* ir žymimas raide T. Kad tikslumas būtų didesnis, matuojamas, pavyzdžiui, dešimties svyravimų laikas, o padalijus iš 10, randamas T. Siūlo ilgį žymėsime raide L.

1. Ant 120 cm ilgio siūlo pakabinkite svarelį (siūlo ilgis matuojamas nuo pakabinimo taško iki svarelio vidurio). Svarelį atlenkite 10 cm į šalį ir paleiskite. Išmatuokite svyravimų periodą. Dabar užrašykite, koks, jūsų manymu, būtų svyravimų periodas, atlenkus svarelį 20 cm. Paskui išmatuokite jį. Ar sutampa išmatuotasis svyravimų periodas su jūsų spėtuoju?
2. Prikabinkite dar vieną tokį pat svarelį, t. y. svarelio masę padvigubinkite. Iš pradžių užrašykite, kaip, jūsų manymu, pasikeis svyravimų periodas, paskui išmatuokite jį. Ar sutampa išmatuotasis svyravimų periodas su nuspėtuoju?
3. Siūlo ilgį sumažinkite perpus, t. y. L sutrumpinkite iki 60 cm. Iš pradžių užrašykite, kaip, jūsų manymu, pasikeis svyravimų periodas, o po to išmatuokite jį. Ar sutampa išmatuotasis svyravimų periodas su nuspėtuoju?
4. Parinkite tokį L, kad T būtų 2,0 sekundės. Remdamiesi ankstesniais bandymais, maždaug galite numanyti, koks turi būti L. Tikslią L vertę nustatykite eksperimentiškai.

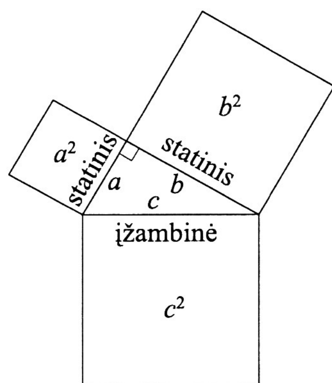
Paaiškinkite, ką remiantis šiais bandymais būtų galima pasakyti apie svyruoklės svyravimų periodą. Nuo ko priklauso T? Nuo ko T nepriklauso?

2. Gamtos mokslų kalba

2.1. Įvadas

Sąryšiams tarp įvairių dydžių aprašyti mokslininkai sukūrė ypatingą – *formulių kalbą*. Kadaise sąryšiai buvo reiškiami vien *žodžiais*. Pavyzdžiui, *Pitagoro teoremą* galima nusakyti šitaip:

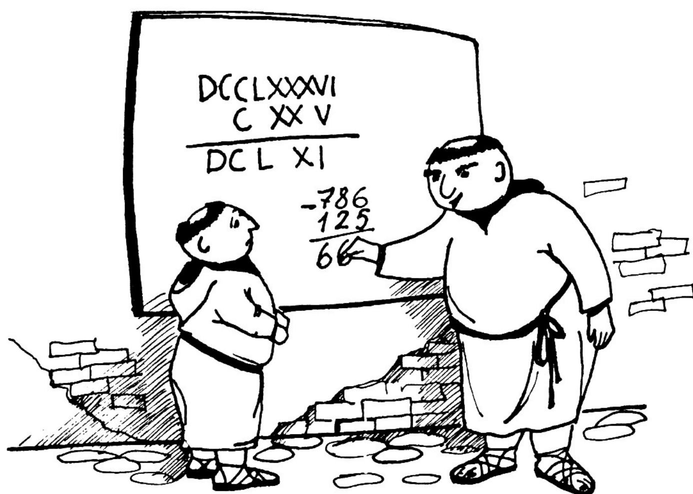
Stačiojo trikampio įžambinės kvadratas yra lygus jo statinių kvadratų sumai.



Šią teoremą galima užrašyti ir simboliais:

$c^2 = a^2 + b^2.$

Formulių kalba atsirado ne iš karto. Iš pradžių reikėjo sugalvoti, kaip užrašyti skaičius, kad būtų paranku skaičiuoti, ypač pirkliams ir prekybininkams. Skaičiams užrašyti buvo vartojama daug įvairių sistemų, tarp jų, pavyzdžiui, *romėniškoji*.



„Dabar, pagal naująją matematiką ...“.

Romėniškoji skaičių sistema

M = 1000		1000 = M	
D = 500		900 = CM	(1000 − 100)
C = 100	+	50 = L	
L = 50		20 = XX	(10 + 10)
X = 10		5 = V	
V = 5		3 = III	(1 + 1 + 1)
I = 1			
		1978 = MCMLXXVIII	

Kai vienas (bet tik vienas) mažesnis romėniškasis skaičiaus simbolis yra užrašytas prieš didesnį, tai tą skaičių reikia atimti iš didesniojo skaičiaus.

201

Romėniškoji skaičių sistema tebevartojama, pavyzdžiui, šimtmečiams žymėti, tačiau ji visiškai netinka praktiniams skaičiavimams. Todėl praktiniuose skaičiavimuose ją ilgainiui išstūmė *arabiškoji* sistema, atkeliavusi iš Indijos. Didžiausias indų nuopelnas yra tas, kad jie įvedė skaičių nulį, vadinamą „sunya“ ir reiškiantį „tuščia“, arba „nieko“. Nuo tada pasidarė įmanoma kiekvieną skaičių išreikšti *skaitmenimis* (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9); pavyzdžiui, skaičiuje 1078 paskutinis skaitmuo žymi vienetus, priešpaskutinis – dešimtis, prieš jį esantis – šimtus ir t.t.:

$$1078 = 1 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Kitas reikšmingas šuolis formulių kalbos raidoje buvo specialių simbolių veiksmams žymėti įvedimas: „+“ – sudėčiai, „–“ – atimčiai ir t. t. Paskutinis lemiamasis žingsnis buvo žengtas, ėmus žymėti nagrinėjamuosius dydžius raidėmis. Sakysime, simbolis x, ne taip kaip žodis, nesukelia jokių dviprasmybių ar netikslumų; pats savaime jis nieko nereiškia ir todėl gali simbolizuoti bet ką.

Formulių kalba nepaprastai patogi. Tik pakankamai išmokę šią kalbą, įstengsime suprasti bei įvertinti tuos mokslinius argumentus, kuriais grindžiami įvairūs požiūriai, galintys turėti lemiamos įtakos visuomenės vystymuisi.

Kad išmoktume formulių kalbą, verta įsigilinti į jos elementariąją *gramatiką,* t. y. į taisykles, kaip teisingai surikiuoti simbolius ir kaip juos perskaityti. Vėliau aptarsime pačias svarbiausias tokias taisykles.

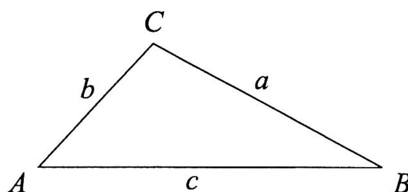
Pavyzdys

Trikampio kraštinės paprastai žymimos mažosiomis raidėmis a, b ir c. Atitinkamieji (priešais jas esantys) kampai žymimi tomis pačiomis, tik jau didžiosiomis raidėmis A, B ir C.

Pažiūrėsime, kaip kai kurias trikampio savybes galima glaustai išreikšti formulėmis.

Trikampio kampų suma lygi 180°:

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$



Kaip sudėtingesnės formulės pavyzdį pateiksime tokią *trikampio ploto* (*Herono*) *formulę*:

$$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)},$$

čia p žymi trikampio pusperimetrį: $p = \frac{a+b+c}{2}$.

(Pamėginkite šią formulę nusakyti žodžiais!)

Žinant tris kraštines a, b ir c, nesunku rasti ir trikampio perimetrą $2p$, ir jo plotą. Pavyzdžiui, kai $a = 6$, $b = 4$ ir $c = 8$, tai

$$p = \frac{6+4+8}{2} = 9 \quad \text{ir} \quad S = \sqrt{9(9-6)(9-4)(9-8)} \approx 11{,}6.$$

202 203 204

2.2. Veiksmai su skaičiais

Paprasčiausi veiksmai su skaičiais yra *sudėtis* ir *atimtis.* Jie vadinami *atvirkštiniais* veiksmais, kadangi vienas kitą tarsi atsveria. Prie skaičiaus pridėję 5 ir iš gautojo rezultato atėmę 5, vėl gausime pradinį skaičių. Panašiai su bet kuriais skaičiais a ir b yra teisinga lygybė:

$$(a+b) - b = a.$$

Remiantis šiais paprastais veiksmais, galima atlikti ir sudėtingesnius. Štai daug kartų sumuojant tą patį skaičių, gaunama *daugyba.* Pavyzdžiui, skaičių 7 sudėjus penkis kartus, gaunamas skaičius:

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 5 = 35,$$

kur „·“ pavartotas kaip kartojimo ženklas. Kišeniniuose skaičiuokliuose bei kompiuteriuose daugyba dažniausiai žymima žvaigždute, t. y. $7 \cdot 5$ užrašoma $7 * 5$ (kartais, 7×5).
Veiksmas, *atvirkštinis* daugybai, vadinamas *dalyba.* Pavyzdžiui, $\frac{35}{5} = 7$, nes 35 padaliję iš 5, gauname tą skaičių, kurį padauginę iš 5, gautume 35. Atkreipkite dėmesį, kad *trupmenos brūkšnys* čia pavartotas kaip dalybos ženklas. Kišeniniuose skaičiuokliuose ir kompiuterių programose dalyba dažniausiai žymima įstrižu brūkšniu (/) arba dvitaškiu (:). Taigi vietoj $\frac{35}{5}$ galima rašyti 35/5 arba 35 : 5. Dalyba „naikina“ daugybą: skaičių padauginę iš 5 ir gautą rezultatą padaliję iš 5, vėl gausime pradinį skaičių. Todėl su bet kuriais dviem skaičiais a ir b yra teisinga lygybė:

$$\frac{a \cdot b}{b} = a.$$

Pakartotinai dauginant, gaunamas *kėlimas laipsniu.* Pavyzdžiui, sudauginę penkis trejetus, gauname „trejetą, pakeltą penktuoju laipsniu“:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243.$$

Kėlimas laipsniu žymimas užrašant 5 puse eilutės aukščiau. Kai kuriuose kišeniniuose skaičiuokliuose bei kompiuteriuose kėlimas laipsniu žymimas ženkleliu ˆ, t. y. 3^5 užrašoma 3ˆ5.
Atvirkštinis kėlimui laipsniu veiksmas vadinamas *šaknies traukimu.* Pavyzdžiui,

$$\sqrt[5]{243} = 3,$$

nes 5-ojo laipsnio šaknis iš 243 yra toks skaičius, kurį pakėlę 5-uoju laipsniu gauname 243. Šaknies traukimas naikina kėlimą laipsniu: pakėlę skaičių 5-tuoju laipsniu ir iš gautojo rezultato ištraukę 5-ojo laipsnio šaknį, gauname pradinį skaičių. Todėl su bet kuriais dviem skaičiais a ir b yra teisinga lygybė:

$$\sqrt[b]{a^b} = a.$$

Pastaba. Traukiant šaknį, iškyla šiokių tokių keblumų. Tai geriausia būtų paaiškinti pavyzdžiu. Kadangi tiek neigiamo, tiek ir teigiamo skaičiaus kvadratas yra teigiamas, pavyzdžiui,

$$(-3)^2 = (+3)^2 = +9,$$

tai tokio skaičiaus, kurį padauginę iš jo paties gautume -9, nėra. Vadinasi, ištraukti kvadratinės šaknies iš neigiamo skaičiaus neįmanoma, o skaičiai, kuriuos padauginę iš jų pačių gautume $+9$, yra net du, būtent $+3$ ir -3.
Apibrėžimas. n-ojo laipsnio šaknimi iš skaičiaus a vadinamas toks skaičius $\sqrt[n]{a}$, kuris turi *tokį pat ženklą* kaip ir a, ir kurį padauginę iš paties savęs n kartų (t. y. pakėlę n-uoju laipsniu), gauname a.

205

Taigi matome, kaip sistemingai galima kopti prie vis sudėtingesnių veiksmų su skaičiais. Juos galima surikiuoti pagal tam tikrą hierarchiją (pagal „rangą“).

Veiksmų su skaičiais hierarchija

Veiksmas	Atvirkštinis veiksmas
Kėlimas laipsniu	Šaknies traukimas
$a^b = c$	$a = \sqrt[b]{c}$
Daugyba	Dalyba
$a \cdot b = c$	$a = \frac{c}{b}$
Sudėtis	Atimtis
$a + b = c$	$a = c - b$

Atkreipkite dėmesį į tai, jog kuo sudėtingesnis veiksmas, tuo aukštesnė jo vieta veiksmų hierarchijoje. Daugumos kišeninių skaičiuoklių klavišų išdėstymas būtent ir atspindi šią hierarchiją.
Šios hierarchijos laikomės ir kai ieškome *skaitinio reiškinio* reikšmės, ir kai sprendžiame *lygtis*.

2.3. Aritmetinių reiškinių skaičiavimas

Skaitiniai reiškiniai, į kuriuos įeina tik veiksmai su skaičiais, vadinami *aritmetiniais reiškiniais.* Kyla klausimas, kaip apskaičiuoti kad ir tokio skaitinio reiškinio reikšmę:

$$6 \cdot 2 + 8/4.$$

Skaičiuojant iš kairės į dešinę, t. y. taip pat kaip ir skaitant, būtų taip: „6 kart 2 yra 12. Tada pridedame 8 ir gauname 20. Rezultatą padaliję iš 4, gauname 5“. Tačiau skaičiuodami šį reiškinį skaičiuokliu

[6] [×] [2] [+] [8] [÷] [4] [=]

gauname 14! Čia reikia žiūrėti, kad lygybės ženklo klavišas būtų paspaustas tik pačioje pabaigoje. O paspaudę lygybės ženklo klavišą po kiekvieno veiksmo

[6] [×] [2] [=] [+] [8] [=] [÷] [4] [=]

gautume 5. Kaipgi skaičiuoklis gauna 14? Akivaizdu, jog jis neatlieka veiksmų iš kairės į dešinę. Skaičiuojant aritmetinius reiškinius, laikomasi šių taisyklių:
Pirmiausia atliekami aukštesnės eilės veiksmai. Jei yra keli vienodos eilės veiksmai, tai jie atliekami iš kairės į dešinę.
Vadinasi, labai svarbu žiūrėti, kurie veiksmai yra aukštesnės eilės, o kurie – žemesnės. Skaičiuojant reiškinį

$$6 \cdot 2 + 8/4$$

pirmiausia atliekami daugybos ir dalybos veiksmai – lygiai taip, kaip būtų skaičiuojama, jei jie būtų apskliausti:

$$(6 \cdot 2) + (8/4).$$

Todėl ir gauname $12 + 2$, t. y. 14.
Panagrinėkime kitą pavyzdį:

$$3 \cdot 2 + 8/4 - 5^2.$$

Kadangi kėlimas laipsniu yra aukščiausios eilės veiksmas, jis atliekamas pirmiausia:

$$3 \cdot 2 + 8/4 - 5^2 = 3 \cdot 2 + 8/4 - 25.$$

Toliau pagal eilę eitų daugyba bei dalyba. Šiedu veiksmai atliekami iš kairės į dešinę:

$$3 \cdot 2 + 8/4 - 25 = 6 + 8/4 - 25 = 6 + 2 - 25.$$

Galiausiai lieka tik sudėtis ir atimtis. Jie taip pat atliekami iš kairės į dešinę:

$$6 + 2 - 25 = 8 - 25 = -17.$$

Tad šio aritmetinio reiškinio reikšmė yra „minus septyniolika":

$$3 \cdot 2 + 8/4 - 5^2 = -17.$$

Yra dar viena papildoma taisyklė, kurią būtina žinoti:
Veiksmų eilę keičia skliaustai. Veiksmai skliaustuose yra pirmesni negu bet kurie kiti veiksmai.
Skliaustais nurodoma, kuriuos veiksmus atlikti pirmiausia: jeigu reiškinyje yra skliaustai, pirmiausia atliekame veiksmus juose. Pavyzdžiui, norėdami apskaičiuoti reiškinio $(3 + 4)^2$ reikšmę, pirmiausia turime sudėti, o tik paskui pakelti laipsniu:

$$(3 + 4)^2 = 7^2 = 49.$$

206 207 208

2.4. Paslėptieji skliaustai

Kadangi skliaustai pakeičia įprastinę aritmetinio reiškinio veiksmų atlikimo tvarką, tai labai svarbu pirmiausia atkreipti dėmesį į juos. Beje, matematikai yra susitarę kai kuriais atvejais skliaustų ir nerašyti.
Dalyba dažnai užrašoma su brūkšniu, ir čia jis atstoja skliaustus. Pavyzdžiui,

$$\frac{8+4}{9-6} = \frac{(8+4)}{(9-6)} = \frac{12}{3} = 4,$$

t. y. pirmiausia skaičiuojamas skaitiklis, po to – vardiklis. Įvedant trupmeną į skaičiuoklį, skliaustus reikia prisiminti pačiam:

[( ] [8] [+] [4] [ )] [÷] [( ] [9] [−] [6] [ )] [=]

Iš pradžių neapskaičiavus atskirai skaitiklio ir atskirai vardiklio, reiškinio reikšmė bus apskaičiuota neteisingai!
Norėdami išvengti abejonių, trupmeną galime papildyti skliaustais ir užrašyti ją šitaip:

$$\frac{(8+4)}{(9-6)}.$$

Po šaknies ženklu esantis reiškinys dažniausiai taip pat rašomas be skliaustų, pavyzdžiui, $\sqrt{9+16}$. Vėlgi šaknies ženklas atstoja skliaustus: iš pradžių reikia suskaičiuoti „viduje“, o paskui jau ištraukti kvadratinę šaknį:

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{(9+16)} = \sqrt{25} = 5.$$

Norėdami išvengti abejonių, galime pošaknį apskliausti, t. y. šaknies traukimą užrašyti šitaip:

$$\sqrt{(9+16)}.$$

Įvedant reiškinį su šaknimi į skaičiuoklį, skliaustus reikia prisiminti pačiam:

[( ] [9] [+] [1] [6] [ )] [$\sqrt{\ }$] [=]

Pagaliau kėlimas laipsniu. Laipsnio rodiklis užrašomas puse eilutės aukščiau, ir tai vėlgi atstoja skliaustus:

$$2^{3+1} = 2^{(3+1)} = 2^4 = 16.$$

Į skaičiuoklį tai reikia įvesti šitaip:

[2] [y^x] [( ] [3] [+] [1] [ )] [=]

209 210 211

2.5. Nenurodyti veiksmai su skaičiais

Kartais kai kurie veiksmai tradiciškai nežymimi. Pavyzdžiui, ne visada nurodoma sudėtis, turint vadinamąjį *mišrųjį skaičių*, t. y. sveikojo skaičiaus ir paprastosios trupmenos sumą. Taigi vietoj $3 + \frac{2}{5}$ rašome $3\frac{2}{5}$ ir suprantame, jog tai yra lyg sudėtis. Į skaičiuoklį tai įvedama šitaip:

$$\boxed{3}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{\div}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$$

Kebliau esti su *daugyba*. Daugybos ženklas beveik visuomet praleidžiamas ir rašoma, pavyzdžiui, $3x$ vietoj $3 \cdot x$, kaip ir ab vietoj $a \cdot b$. Daugybos ženklas neretai praleidžiamas netgi tada, kai reiškinį sudaro vien skaičiai, pavyzdžiui, vietoj $3 \cdot (2 + 4)$ rašoma $3\,(2 + 4)$.
Skaičiuojant skaičiuokliu ar kompiuteriu tuos nenurodytus veiksmus, reikia nepamiršti juos nurodyti. Pavyzdžiui, formulė $v^2 = 2gh$ rašoma taip $v\hat{}2 = 2 * g * h$.
Išvada. Įvedant formulę į skaičiuoklį ar kompiuterį, reikia nepamiršti nurodyti visus paslėptus skliaustus bei nenurodytus veiksmus.

212

2.6. Apie lygčių sprendimą

Iš pradžių panagrinėkime paprastą lygtį: $3 \cdot x + 4 = 10$.
Išspręsti lygtį – tai reiškia „išskirti" x, panaikinant kitų veiksmų – „dauginti iš 3" ir „pridėti 4" – poveikį. Tai padaroma atliekant atvirkštinius veiksmus.
Kalbant apie lygčių sprendimą, svarbu pastebėti, jog daugyba yra pirmesnė už sudėtį, t. y. kad daugyba yra stipriau susijusi su nežinomuoju. Taigi norėdami panaikinti veiksmus, pirmiausia turime panaikinti sudėtį. Todėl pirmiausia iš abiejų pusių atimkime po 4:

$$3 \cdot x + 4 = 10 \Longleftrightarrow (3 \cdot x + 4) - 4 = 10 - 4 \Longleftrightarrow 3 \cdot x = 6.$$

Po to abi lygybės puses padaliję iš 3, panaikinkime daugybą

$$\frac{(3 \cdot x)}{3} = \frac{6}{3} \Longleftrightarrow x = 2,$$

t. y. nežinomojo x reikšmė yra 2.

Išspręskime kitą pavyzdį:

$$\frac{3 \cdot x}{5} = \frac{12}{10}.$$

Čia reikia panaikinti daugybą iš 3 ir dalybą iš 5. Kadangi dalyba ir daugyba yra vienodos eilės, tai nesvarbu, kurį veiksmą atliksime pirmiau. Patogiau pirma panaikinti dalybą, t. y. pradėti nuo abiejų lygybės pusių daugybos iš 5:

$$\frac{3 \cdot x}{5} = \frac{12}{10} \Longleftrightarrow \frac{(3 \cdot x)}{5} \cdot 5 = \frac{12}{10} \cdot 5$$
$$\Longleftrightarrow 3 \cdot x = \frac{60}{10} \Longleftrightarrow 3 \cdot x = 6.$$

Dabar, abi lygybės puses padaliję iš 3, panaikiname daugybą:

$$\frac{(3 \cdot x)}{3} = \frac{6}{3} \Longleftrightarrow x = 2, \quad \text{t. y. nežinomojo } x \text{ reikšmė yra 2.}$$

Galiausiai panagrinėkime lygtį $3 \cdot x^2 + 25 = 100$.
Ir vėl pirmiausia naikiname žemiausios eilės veiksmą – iš abiejų pusių atimame po 25:

$$3 \cdot x^2 + 25 = 100 \Longleftrightarrow (3 \cdot x^2 + 25) - 25 = 100 - 25$$
$$\Longleftrightarrow 3 \cdot x^2 = 75.$$

Po to padalijęs abi lygybės puses iš 3, panaikiname kitą veiksmą – daugybą:

$$3 \cdot x^2 = 75 \Longleftrightarrow \frac{(3 \cdot x^2)}{3} = \frac{75}{3} \Longleftrightarrow x^2 = 25.$$

Galiausiai lieka tik kvadratas. Jį panaikiname ištraukę iš abiejų pusių kvadratinę šaknį (tik turime nepamiršti, jog neigiamo skaičiaus (-5) kvadratas yra 25, todėl ši lygtis turi du sprendinius):

$$x^2 = 25 \Longleftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25} \Longleftrightarrow |x| = 5 \Longleftrightarrow x = \pm 5.$$

Apibendrinimas

Norėdami išspręsti lygtį, t. y. rasti x, ją pertvarkome. Pirmiausia naikinami tie veiksmai, kurie veiksmų hierarchijoje yra žemiausi. Be to, pertvarkant lygtį galioja šios taisyklės:

- *Prie abiejų lygties pusių galima pridėti arba atimti tą patį skaičių.*
- *Abi lygties puses galima dauginti arba dalyti iš to paties (nelygaus nuliui) skaičiaus.*
- *Abi lygties puses galima kelti kvadratu. Jeigu abi pusės yra neneigiamos, tai iš jų galima traukti ir kvadratinę šaknį.*

213 214 215

2.7. Apie mažus ir didelius skaičius

Pavyzdys: Kai kurie labiau žinomi dydžiai

Ilgis

Atstumas iki artimiausios žvaigždės = 41 100 000 000 000 000 m;
Vidutinis žmogaus ūgis = 1,8 m;
Protono spindulys = 0,0000000000000015 m.

Masė

Saulės masė = 1 990 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kg;
Vidutinio žmogaus masė = 75 kg;
Elektrono masė = 0,000000000000000000000000000000911 kg.

Laikas

Visatos amžius maždaug 470 000 000 000 000 000 s arba 15 000 000 000 metų;
Tarpsnis tarp dviejų širdies tvinksnių maždaug 0,7 s;
Vandenilio atomo elektrono sukimosi apie branduolį periodas = 0,00000000000000015 s.

Labai dideliems ir labai mažiems skaičiams žymėti yra įvesta vadinamoji *standartinė skaičiaus išraiška.* Ji pagrįsta tuo, jog dauginant skaičių iš dešimties, kablelis perkeliamas per vieną poziciją į dešinę, o dalijant

– per vieną poziciją į kairę. Taigi skaičius $3{,}84 \cdot 10^5$ reiškia 384 000 (kablelis perkeliamas per 5 pozicijas į dešinę), o $5{,}6 \cdot 10^{-4}$ – atitinkamai 0,00056 (kablelis perkeliamas per 4 pozicijas į kairę). Vadinasi, kiekvienas skaičius gali būti užrašytas kaip skaičiaus, esančio tarp 1 ir 10, bei dešimties, pakeltos atitinkamu laipsniu, sandauga. Aišku, kad yra daug paprasčiau tvarkytis su dešimties laipsniais negu rašinėti visus tuos nulius, kurių prireikia užrašant labai didelius arba labai mažus skaičius. Skaičiuokliuose ir kompiuteriuose dažnai dešimties laipsnis tiesiogiai nerašomas, tik pažymimas laipsnio rodiklis, parašant prieš jį raidę E, t. y. vietoj $3{,}85 \cdot 10^5$ užrašoma 3,85 E5 ir atitinkamai vietoj $5{,}6 \cdot 10^{-4}$ rašoma 5,6 E–4. Įvedant tokius skaičius į skaičiuoklį, reikia naudoti rodiklio klavišą (paženklintą E, EE arba EXP). Anksčiau parašytieji du skaičiai įvedami šitaip:

[3] [·] [8] [5] [E] [5] ir [5] [·] [6] [E] [4] [±]

Šioje lentelėje užrašyti kai kurių dešimties laipsnių specialūs pavadinimai bei simboliai:

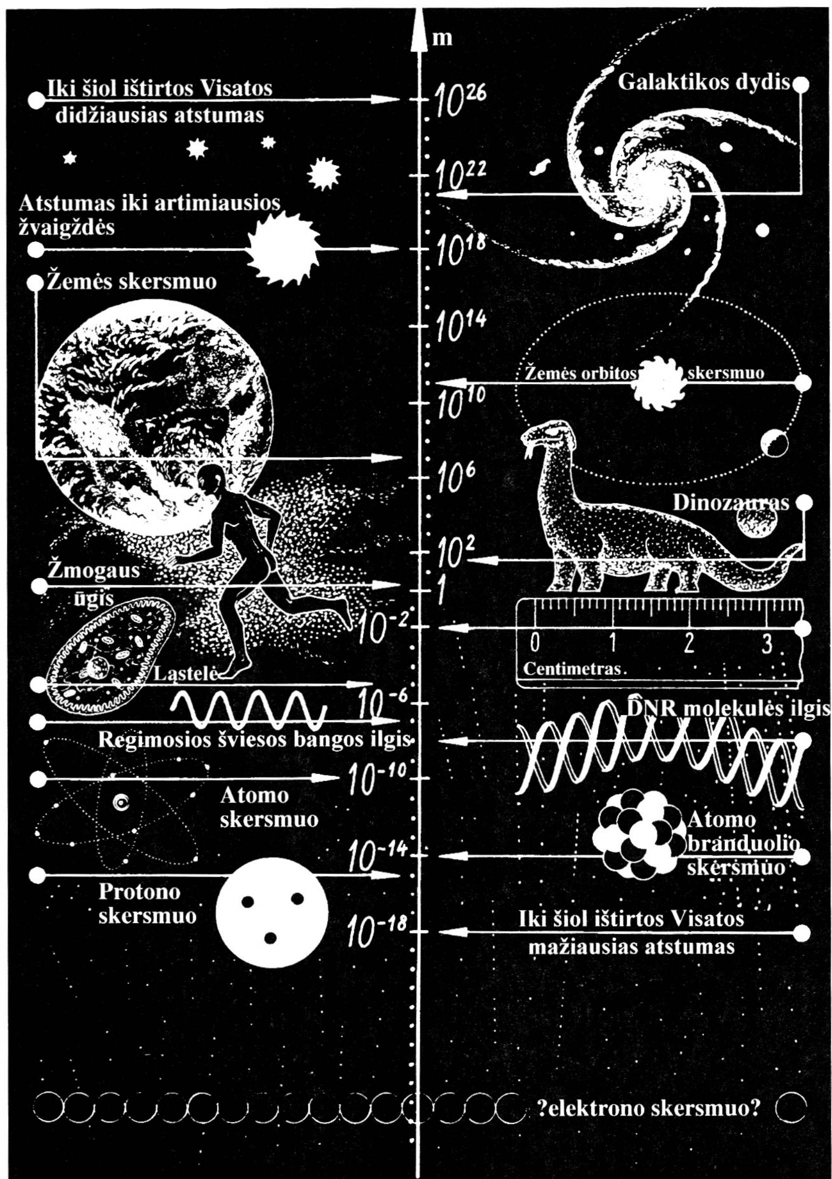
T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deka	deci	centi	mili	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Pavyzdys

1 kilometras $= 1$ km $= 10^3$ m;
1 mililitras $= 1$ m$\ell = 10^{-3}\,\ell$;
1 nanosekundė $= 1$ ns $= 10^{-9}$ s.

216 217

Mikro- ir makrokosmosas dešimties laipsnių skalėje



3. Koks yra sąryšis tarp ...?

3.1. Proporcingumas

Daugeliu eksperimentų bei teorinių nagrinėjimų siekiama nustatyti sąryšius tarp dviejų kintamų dydžių. Dažnai du dydžiai x ir y yra taip susiję vienas su kitu, jog padvigubėjus vienam, padvigubėja ir kitas (arba patrigubėjus vienam, ir kitas patrigubėja). Sakoma, kad tokie dydžiai yra *tiesiai proporcingi* (toliau sakysime *proporcingi*).

Dviejų dydžių proporcingumą galima pailiustruoti praktiniu pavyzdžiu – sąryšiu tarp pirkinio kainos y Lt ir prekių masės x kg.

Jei 1 kg prekių kainuoja 3 Lt, tai x kg kainuos $3x$ Lt.

Pirkinio kainos priklausomybę nuo prekių masės galima išreikšti lygybe: $y = 3 \cdot x$.

Šį sąryšį galima pailiustruoti ne tik lygtimi, bet ir lentele:

$1 \xrightarrow{\cdot 3} 3$, $4 \xrightarrow{\cdot 2} 8$

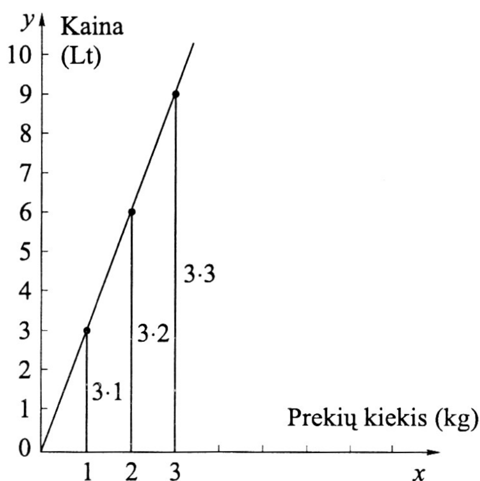
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
y	0	3	6	9	12	15	18	21	24	

$3 \xrightarrow{\cdot 3} 9$, ·2 (12 → 24)

Iš lentelės matyti, jog, tarkime, perkant dvigubai daugiau prekių, jos ir kainuos dvigubai brangiau. Kitaip sakant, pirkinio kaina y Lt yra proporcinga prekių masei x kg. Skaičius 3 vadinamas *proporcingumo koeficientu.*

Dar vienas būdas šiam sąryšiui pailiustruoti yra grafinis, kai skaičių poros (0, 0), (1, 3), (2, 6), ... atidedamos koordinačių sistemoje.

Grafikas bus *per tašką* (0, 0) *einanti tiesė.* Atkreipkite dėmesį į tai, jog proporcingumo koeficientas (šiuo atveju 3) lemia tiesės statumą: kuo jis didesnis, tuo tiesė statesnė. Dėl to jis dar vadinamas tiesės *krypties koeficientu.*



Jeigu prekė kainuotų 7 Lt už kilogramą, sąryšis būtų $y = 7 \cdot x$.
Jeigu ji kainuotų a Lt už kilogramą, sąryšis būtų $y = a \cdot x$.

Apibendrinimas

Sąryšį tarp dviejų *proporcingų* dydžių x ir y galima užrašyti trejopai: 1) lygtimi, 2) lentele, 3) grafiku.

1) Kaip jau matėme, proporcingumo lygtis yra tokia: $y = a \cdot x$, čia a – proporcingumo koeficientas.

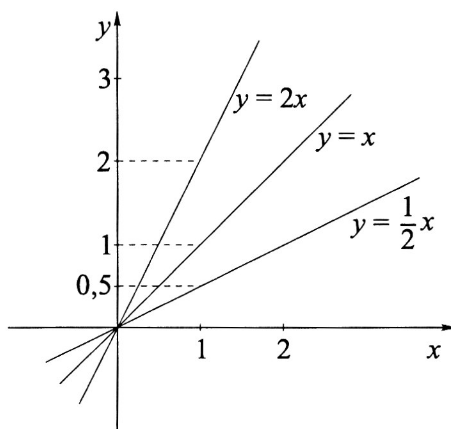
Šią lygtį galima užrašyti ir kitokiu pavidalu: $\frac{y}{x} = a$; iš lygties matyti, jog y ir x santykis yra pastovus dydis, lygus proporcingumo koeficientui a.

2)

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	$-3a$	$-2a$	$-a$	0	a	$2a$	$3a$	...

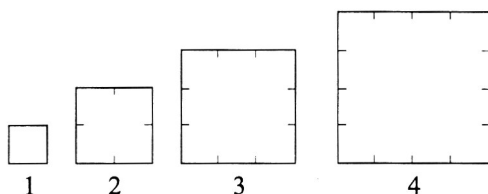
Iš lentelės akivaizdu, jog x padvigubėjus, ir y padvigubėja (o x patrigubėjus, y irgi patrigubėja).

3) Proporcingų dydžių grafikas yra *tiesė, einanti per tašką* (0, 0). Tiesės krypties koeficientas lygus proporcingumo koeficientui.

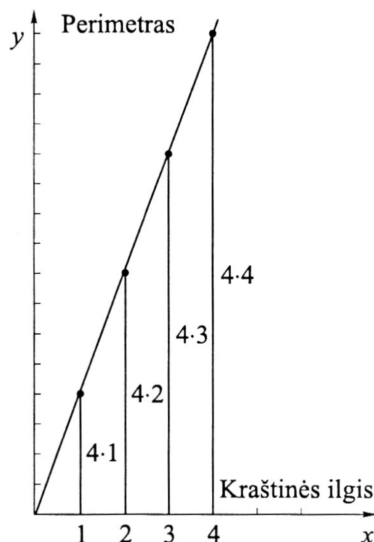


301 302

Pavyzdys: Kaip nustatyti, kad du dydžiai yra proporcingi?
Nustatysime sąryšį tarp kvadrato perimetro y ir jo kraštinės ilgio x.



x	1	2	3	4	...
y	4	8	12	16	...
y/x	4	4	4	4	...



Grafikas yra per tašką (0, 0) *einanti tiesė*

Matome, kad y ir x santykis visuomet lygus 4, t. y.

$$\frac{y}{x} = 4, \quad \text{iš čia} \quad y = 4x.$$

Taigi y ir x yra proporcingi dydžiai.
Išvada: kvadrato perimetras yra 4 kartus didesnis už jo kraštinės ilgį.

Pratimas: Apskritimo ilgis
Ant kartono gabalo nubraižykite penkis apskritimus, kurių centras tas pats, bet spinduliai skirtingi – 2, 4, 6, 8 ir 10 cm. Didįjį apskritimą iškirpkite. Atkirpkite tokio ilgio siūlą, kad jis apjuostų didįjį apskritimą. Išmatuokite to siūlo, t. y. apskritimo, ilgį. Paskui apkirpkite kartoną iki kito, mažesnio apskritimo ir išmatuokite jo ilgį ir t. t. Rezultatus surašykite į lentelę. Suskaičiuokite ir apatinėje eilutėje surašykite apskritimų ilgių ir jų spindulių santykius.

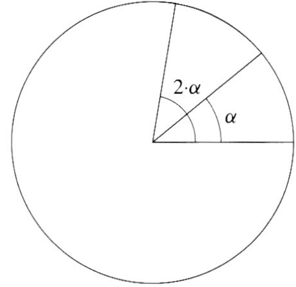
Apskritimo spindulys x	2	4	6	8	10
Apskritimo ilgis y					
y/x					

Ką sako skaičiai lentelės apatinėje eilutėje apie sąryšį tarp apskritimo ilgio y ir jo spindulio x? Kaip paprastai užrašoma apskritimo ilgio formulė? Kokį dydį formulėje atitinka gauti rezultatai?

303 304 305 306

Pavyzdys: Proporcingumas apskritime

Apskritimo lanko ilgis yra proporcingas atitinkamo centrinio kampo dydžiui (jeigu centrinį kampą padvigubinsime, tai ir lanko ilgis padvigubės, ir t. t.). Tuo galima pasinaudoti ieškant duotąjį centrinį kampą atitinkančio lanko ilgio (arba atvirkščiai – ieškant duotąjį lanko ilgį atitinkančio centrinio kampo dydžio).
Apskritimo ilgis C apskaičiuojamas pagal formulę:



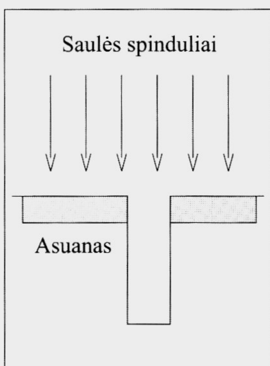
$$C = 2\pi r,$$

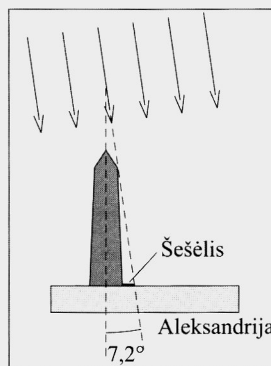
kur r – apskritimo spindulys. Jei lankas yra visas apskritimas, tai atitinkamas centrinis kampas yra 360°. Jei lankas yra pusė apskritimo, tai centrinis kampas – 180°.

Žemės spindulys

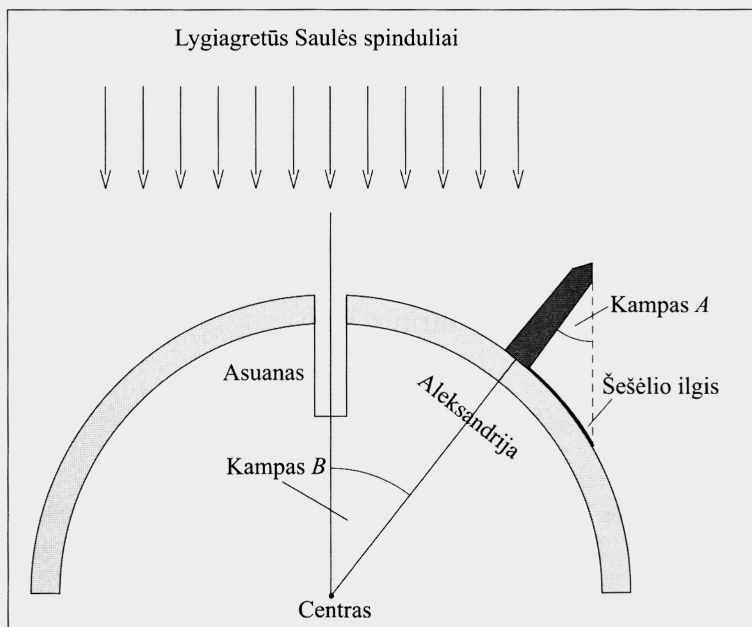
Apie 200-uosius m. pr. Kr. Egipte gyveno mokytas žmogus, vardu Eratostenas. Jis buvo astronomas, istorikas, geografas, filosofas, poetas, teatro kritikas ir dar daugelio sričių žinovas, taip pat įžymiosios to meto kultūros centro – Aleksandrijos bibliotekos vadovas. Kartą jis viename papiruso ritinėlyje perskaitė, jog Asuano mieste yra toks šulinys, kurio dugną birželio 21 d. 12 val. apšviečia saulė, arba, kitais žodžiais tariant, – kad tada Asuane saulė būna tiesiai virš galvos. Vadinasi, tuo metu vertikalus stulpas neturėtų šešėlio.

Tai buvo pastebėjimas, į kurį dauguma žmonių nekreiptų dėmesio, tačiau Eratosteną jis sudomino. Jam kilo klausimas: „O ar Aleksandrijos obeliskas birželio 21 d. 12 val. irgi nemeta jokio šešėlio?“ Sulaukęs tos dienos, jis nuėjo pasižiūrėti, ar yra šešėlis. Obeliskas aiškiai metė šešėlį. Eratostenas išmatavęs pamatė, kad saulės spinduliai buvo nukrypę nuo vertikalės $7{,}2^\circ$.





Tuomet mokslininkas pasamdė karius, kad jie žingsniais išmatuotų atstumą tarp Aleksandrijos ir Asuano. Kai paaiškėjo rezultatas ($\approx$ 800 km), Eratostenas pirmasis apytiksliai apskaičiavo Žemės spindulį. Kaip Eratostenas, remdamasis dviejų matavimų rezultatais – $7{,}2^\circ$ ir 800 km – galėjo padaryti išvadą, jog Žemės spindulys yra 6400 km, matyti iš žemiau pateikiamo pratimo.



Pratimas

Įsivaizduokime, kad Žemė yra tikslus rutulys.

1. Koks kampo A didumas?
2. Koks kampo B didumas?
3. Kokio ilgio lankas yra tarp Asuano ir Aleksandrijos?
4. Pagal turimus duomenis apskaičiuokite, kokį lanką atitinka 1° centrinis kampas.
5. Apskaičiuokite Žemės apimtį.
6. Apskritimo ilgio formulė yra:

$$C = 2\pi \cdot \text{spindulys} \quad (\pi = 3{,}14159\ldots).$$

Naudodamiesi ja, apskaičiuokite Žemės spindulį dviejų ženklų po kablelio tikslumu.

7. Palyginkite gautą rezultatą su dabar žinoma reikšme.

Priklausomybė nuo pasirinktojo modelio

Ligi šiol buvo nutylėta – kaip savaime suprantamas dalykas – tai, kad Žemė yra apvali. Tačiau tarus, kad Žemė plokščia, Eratosteno stebėjimai ir naudoti duomenys (7,2° ir 800 km) rodytų, jog 6400 km yra *atstumas iki Saulės* (žr. žemiau pateiktą pratimą).

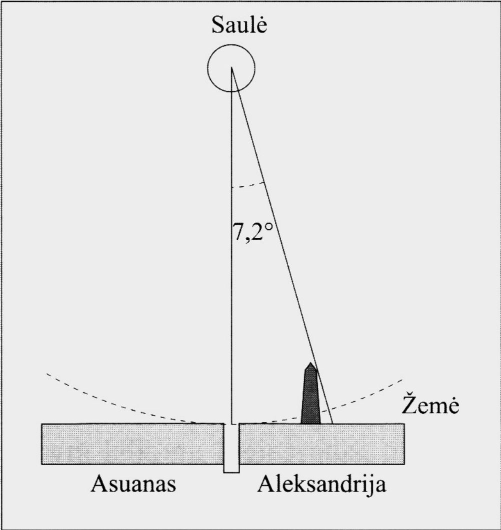
Taigi iš tokių pat stebėjimų galima padaryti visiškai skirtingas išvadas – be abejo, tos išvados priklauso nuo mūsų susidarytų vaizdinių apie aplinkinį pasaulį. Svarbiausia yra susidaryti prasmingą ir vientisą pasaulio vaizdą, galintį paaiškinti daugelį įvairių reiškinių.

<table>
<tr><th>Modelis</th><th>Duomenys</th><th>Išvada</th></tr>
<tr><td>Žemė yra apvali</td><td rowspan="2">7,2° ir 800 km</td><td>Žemės spindulys yra apie 6400 km</td></tr>
<tr><td>Žemė yra plokščia</td><td>Atstumas iki Saulės yra apie 6400 km</td></tr>
</table>

Pratimas

Sakykime, kad atstumas tarp šulinio Asuane ir obelisko Aleksandrijoje – 800 km. Apskaičiuokite pagal šį modelį atstumą nuo Žemės iki Saulės.

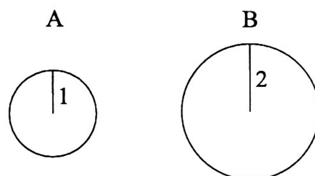
Nurodymas. Skaičiuokite ta pačia tvarka, kaip ir praeitame pratime.



3. 737

3.2. Panašios figūros

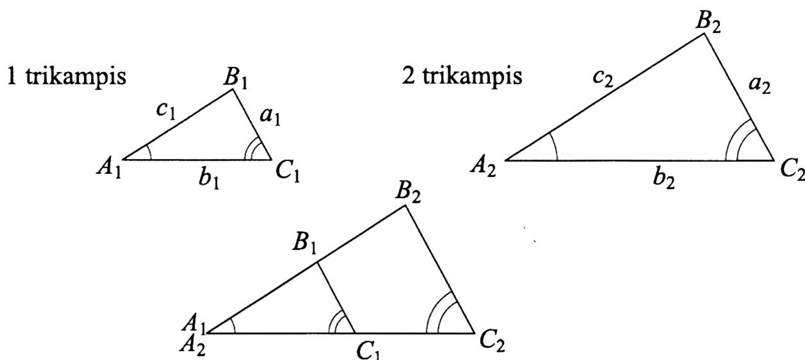
Dvi figūros vadinamos *panašiomis,* jei jos yra tokios pat formos, bet nebūtinai vienodo dydžio. Kitaip sakant, viena figūra yra mažesnė arba didesnė kitos figūros kopija.



Pavyzdys: Apskritimų panašumas
Apskritimą B galima gauti iš apskritimo A, padidinus jį santykiu 1 : 2 (koeficientu 2), t. y. apskritimo A spindulį padauginus iš 2. Atitinkamai iš apskritimo B galima gauti apskritimą A, sumažinus apskritimą B tokiu pat koeficientu 2, t. y. apskritimo B spindulį padauginus iš 1/2.
Pirmuoju atveju būtų galima paprasčiausiai nukopijuoti apskritimą A į apskritimą B nustačius kopijavimo aparato didinimą 200%; antruoju atveju mažesnį apskritimą A gautume nukopijavę apskritimą B, nustačius 50% mažinimo režimą.

Panašieji trikampiai

Panašiųjų trikampių atitinkami kampai yra lygūs, t. y. tie trikampiai turi vienodo didumo atitinkamus kampus.

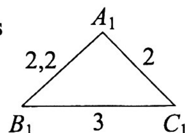


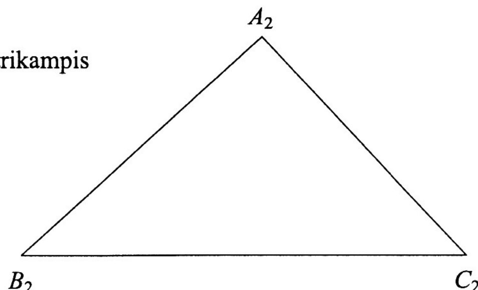
Trikampiai 1 ir 2 turi vienodo didumo kampus. Jie yra panašūs, nes antrasis trikampis yra padidinta pirmojo kopija. Tai geriausiai matyti uždėjus pirmąjį trikampį ant antrojo (kaip pavaizduota brėžinyje).

Didinant 1-ąjį trikampį iki 2-ojo trikampio, visos mažesniojo trikampio kraštinės dauginamos iš to paties skaičiaus k (didinimo koeficiento), t. y.

$$a_2 = k \cdot a_1, \qquad b_2 = k \cdot b_1 \quad \text{ir} \quad c_2 = k \cdot c_1.$$

Pavyzdys: Trikampių panašumas



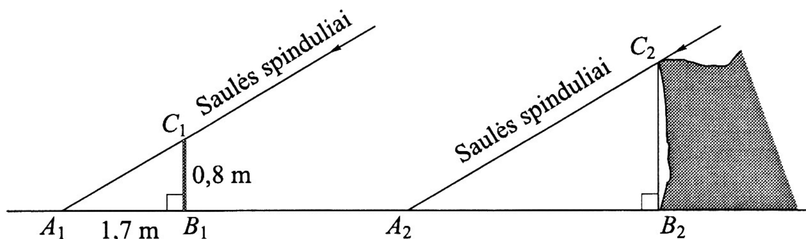


1-ojo trikampio kraštinių ilgiai yra $a_1 = 3$, $b_1 = 2$ ir $c_1 = 2{,}2$. Jeigu 2-asis trikampis yra 1-ojo trikampio tris kartus padidinta kopija, tai jo kraštinės bus:

$$a_2 = 3 \cdot a_1 = 3 \cdot 3 = 9,$$
$$b_2 = 3 \cdot b_1 = 3 \cdot 2 = 6,$$
$$c_2 = 3 \cdot c_1 = 3 \cdot 2{,}2 = 6{,}6.$$

Pavyzdys: Talio* metodas daikto aukščiui nustatyti

Vienas iš seniausių metodų daikto aukščiui nustatyti yra šešėlio ilgio matavimas.



Piešinėlyje B_1C_1 atitinka 0,8 m aukščio į žemę įkaltą kuolą, o A_1B_1 yra 1,7 m ilgio to kuolo šešėlis (tam tikru laiku).
B_2C_2 yra skardžio aukštis, o A_2B, – jo šešėlio ilgis (tuo pačiu laiku). Saulės spinduliai yra laikomi lygiagretūs, todėl trikampių $A_1B_1C_1$ ir $A_2B_2C_2$ kampai vienodi, o patys trikampiai – panašūs.

Išvada. Toje pačioje vietoje (saulėtą dieną) tuo pačiu laiko momentu daiktų aukščių ir jų šešėlių santykiai lygūs.
Vadinasi, kad išmatavus skardžio šešėlį A_2B_2, galima apskaičiuoti skardžio aukštį B_2C_2.

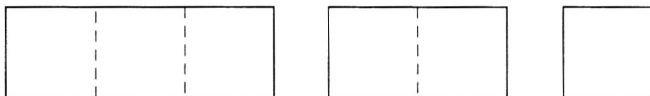
* *Thales* (apie 640–546), graikų matematikas ir filosofas.

Tarkime, kad išmatavę skardžio šešėlį A_2B_2, gauname 34 m. Pirmasis trikampis yra panašus į antrąjį trikampį. Pirmiausia iš šešėlių ilgių rasime proporcingumo koeficientą:

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{34}{1{,}7} = 20, \text{ t. y. proporcingumo koeficientas yra 20,}$$

ir $C_2B_2 = 20 \cdot 0{,}8 \text{ m} = 16 \text{ m}$, taigi skardžio aukštis yra 16 m.

Pastaba. Apskritai figūros, turinčios vienodus kampus, nebūtinai yra panašios. Pavyzdžiui, visi stačiakampiai turi vienodus kampus, tačiau jie nebūtinai yra panašūs.



Šie trys stačiakampiai turi vienodus kampus, tačiau nėra panašūs, nes viena jų kraštinė visais trimis atvejais yra tokio pat ilgio, o kitų ilgiai skiriasi.

Tačiau trikampiams tokia taisyklė teisinga: trikampiai, turintys vienodus kampus, yra panašūs. Norint įrodyti, kad du trikampiai yra panašūs, pakanka įrodyti, kad jų atitinkamieji kampai yra lygūs.

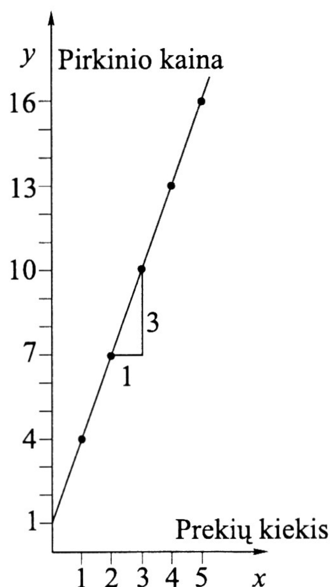
307 308 309 310 311 312 313 314 315

3.3. Tiesinė funkcija

Vėl prisiminkime prekę, kurios kilogramas kainuoja 3 Lt. Jai įsidėti mums dar reikėtų ir maišelio už 1 Lt. Bendroji pirkinio kaina bus $y = 3 \cdot x + 1$. Tokio pavidalo sąryšių pasitaiko labai dažnai. Sakoma, kad pirkinio kaina yra *tiesinė* prekių masės *funkcija*, arba y yra tiesinė x funkcija.

Sąryšį $y = 3 \cdot x + 1$ galima pavaizduoti grafiku (x, y) plokštumoje.

Grafikas yra tiesė, einanti per y ašies tašką (0, 1); jos krypties koeficientas 3. Čia y nėra proporcingas x, tačiau visada galioja tai, kad pirkdami dar 1 kg, turėsime pridėti dar 3 Lt. Ir maišelio, ir vieno kilogramo kaina matyti iš grafiko: maišelio kainą rodo tiesės susikirtimo taškas su y ašimi, o prekės kilogramo kainą rodo krypties koeficientas.



$2 \xrightarrow{+1} 3$, $4 \xrightarrow{+1} 5$

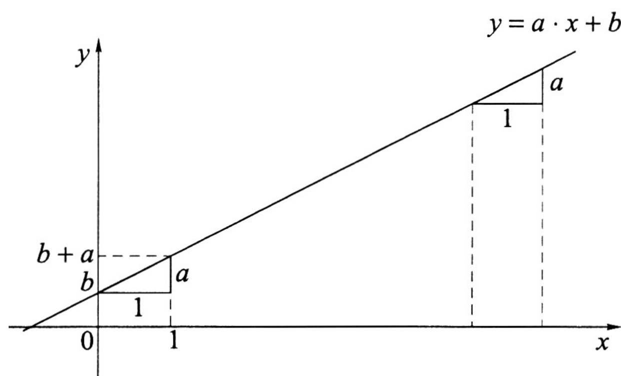
x	1	2	3	4	5
y	4	7	10	13	16

$7 \xrightarrow{+3} 10$, $13 \xrightarrow{+3} 16$

Bendruoju atveju sakoma, kad y yra *tiesinė x funkcija*, jei sąryšis tarp y ir x išreiškiamas lygtimi:

$$y = a \cdot x + b.$$

Funkcijos $y = ax + b$ grafikas yra tiesė, kurios krypties koeficientas yra a ir kuri eina per tašką $(0, b)$. Krypties koeficientas reiškia, jog x padidėjus 1, y padidėja dydžiu a. Aukščiau pateiktame pavyzdyje buvo $a = 3$ ir $b = 1$. Jei $b = 0$, tai x ir y yra tiesiog proporcingi dydžiai.



+ 1 (0 → 1), $1 \xrightarrow{+1} 2$

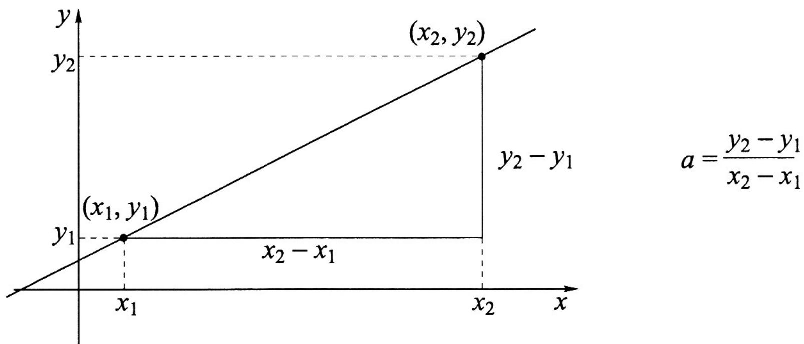
x	0	1	2
y	b	$a \cdot 1 + b$	$a \cdot 2 + b$

$b \xrightarrow{+a} a \cdot 1 + b$, $a \cdot 1 + b \xrightarrow{+a} a \cdot 2 + b$

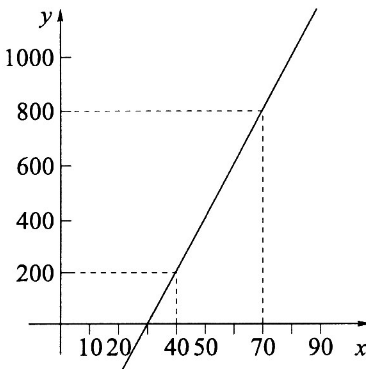
Koordinačių sistemoje nubrėžtos tiesės krypties koeficientą a nesunku sužinoti tiesiog iš grafiko. Tačiau jei vienetai yra labai maži arba labai dideli, tai remiantis taisykle „per 1 į dešinę ir per a aukštyn“ (arba „žemyn“, jei a neigiamas), išmatuoti a būna sunku. Tada imami du taškai (x_1, y_1) ir (x_2, y_2), ir a apskaičiuojamas pagal šią formulę:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Tiesės krypties koeficientą galima apskaičiuoti kaip dviejų tiesės taškų ordinačių (y) ir abscisių (x) skirtumų santykį.



Pavyzdys



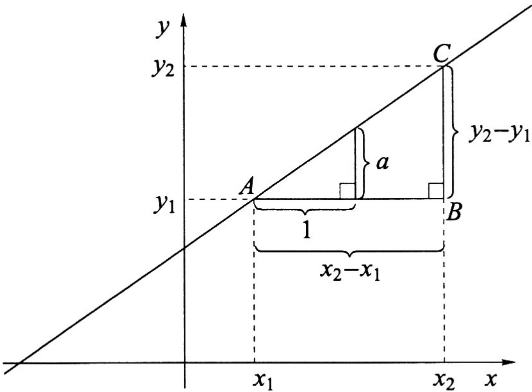
Jei tiesė eina per taškus (40, 200) ir (70, 800), tai jos krypties koeficientas

$$a = \frac{800 - 200}{70 - 40} = \frac{600}{30} = 20.$$

Krypties koeficiento formulę galima išvesti šitaip.

Į trikampį ABC įbrėžiame mažesnį statųjį trikampį, kurio vienas statinis yra 1, o kitas – a.

Trikampio kraštinė AB yra $x_2 - x_1$ ilgio, o BC – lygi $y_2 - y_1$. Horizontaliosios mažojo trikampio kraštinės ilgis yra 1, o vertikaliosios – a.



Kadangi abiejų trikampių kampai yra atitinkamai lygūs, tai trikampiai yra panašūs, ir didžiojo trikampio kraštines galima rasti padauginus atitinkamas mažojo trikampio kraštines iš koeficiento k. Iš trikampių horizontaliųjų kraštinių matyti, jog tas didinimo koeficientas $k = x_2 - x_1$.

Todėl vertikaliosios kraštinės ilgis bus:

$$y_2 - y_1 = a \cdot k \quad \text{arba} \quad y_2 - y_1 = a \cdot (x_2 - x_1).$$

Taigi gauname $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, o tai ir reikėjo įrodyti.

Pratimas:

Bandymui reikės svarstyklių, menzūrėlės (100 mℓ talpos), spirito ir pieno.

Įpilkite 10 mℓ spirito į menzūrėlę. Tada padėkite ją ant svarstyklių ir vienos dešimtosios tikslumu nustatykite menzūrėlės su spiritu masę y gramais.

Pakartokite tą patį su 20 mℓ, 30 mℓ, ..., 100 mℓ (iš viso dešimt svėrimų).

Pakartokite šį bandymą su pienu. Duomenis surašykite į lentelę.

Skysčio tūris x	mℓ	10	20	···	100
Menzūrėlės su spiritu masė y	g				
Menzūrėlės su pienu masė y	g				

Toje pačioje koordinačių sistemoje nubraižykite vandens ir spirito masių priklausomybę nuo skysčių tūrio (pasinaudokite milimetriniu popieriumi). Ar panašu, kad masė y yra tiesinė tūrio x funkcija? Nustatykite tiesių sankirtos su y ašimi taškus $(0, b)$. Kokia skaičiaus b prasmė? Nustatykite abiejų tiesių krypties koeficientus. Kokią skysčių savybę nusako šis skaičius?

316 317 318 319 320 321

322 323 324 325 326

4. Artimoji astronomija

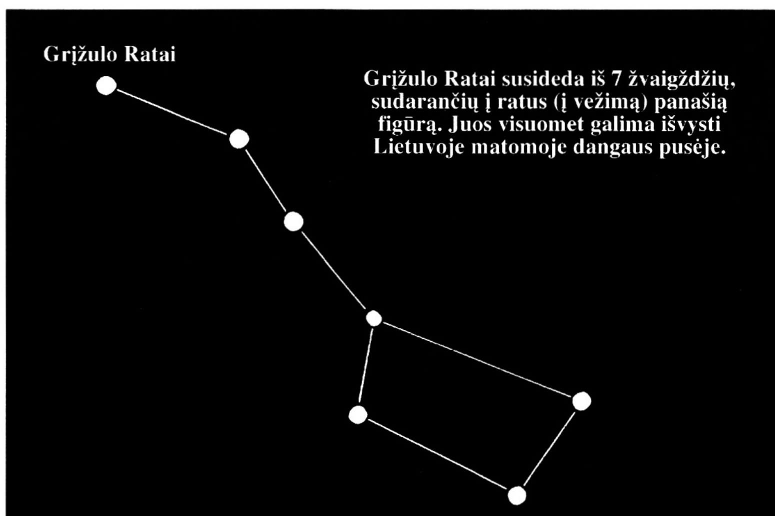
Įsivaizduokite, jog atvykote į Žemę iš kitos planetos. Nusileidote negyvenamoje vietovėje ir liekate ten metams. Į ką atkreiptumėte dėmesį? (Į šviesą ar tamsą, temperatūrą, dangaus kūnus, ...) Glaustai užsirašykite svarbiausias mintis; papasakokite vienas kitam, ką užsirašėte.

4.1. Orientavimasis naktiniame danguje

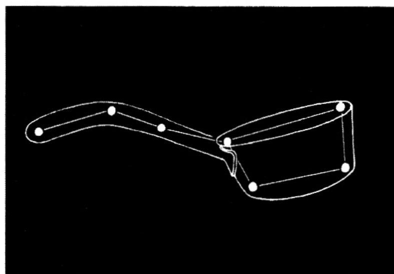
Padangės žvaigždes
ne visada išvyst gali
tokios įvairios sūkury
kiekviena savita
spindi viena kitai
ir žiba sau drauge
gražiausiais raštais
dangiškam skliaute.

Bentė Švarcas (*Bente Schwartz, danų poetas*)

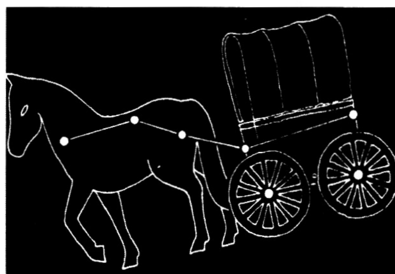
Tamsų, giedrą vakarą pažvelgę į dangų, išvystame daugybę šviečiančių dangaus kūnų, kurių didžioji dauguma yra žvaigždės. Plika akimi galima matyti apie 3000 žvaigždžių. Jos tarytum nejuda viena kitos atžvilgiu ir yra susispietusios į tam tikrus telkinius, vadinamus žvaigždynais. Į juos žmonės sudalijo žvaigždėtą padangę priešistoriniais laikais, kad galėtų orientuotis, ir davė jiems dievų ar didvyrių vardus. Tos pačios žvaigždės yra patekusios į skirtingus žvaigždynus – žiūrint kur ir kas joms davė pavadinimus. Be to, tie patys žvaigždynai vadinami įvairiais vardais. Lengviausiai atpažįstamas žvaigždynas Šiaurės pusrutulyje yra Grįžulo Ratai.



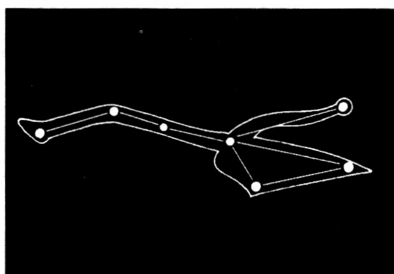
Įvairūs Grįžulo Ratų vaizdiniai



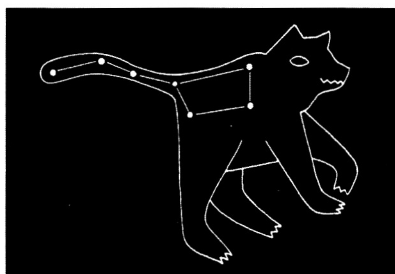
Septynių žvaigždžių grupė, kurią mes vadiname „Grįžulo Ratais", Šiaurės Amerikoje vadinama „Didžiuoju Samčiu", o Prancūzijoje – „Kaušu".



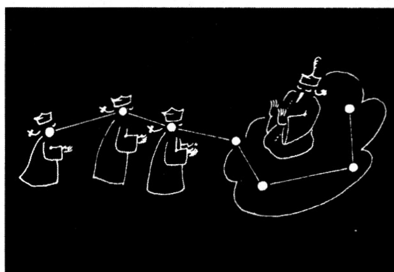
Viduramžių Europoje – „Odino (arba kitų mitologinių herojų) ratais".



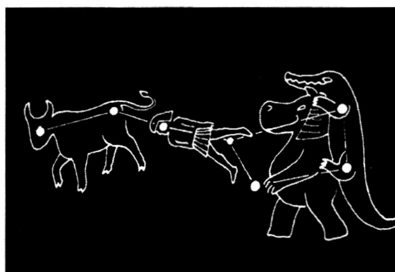
Anglijoje – „Plūgu".



Senovės babiloniečiams ir graikams šios žvaigždės sudarė „Didžiosios Lokės nugarą ir uodegą", indėnams – lokį ir tris medžiotojus.



Kinams atrodė, kad tai „Dangaus biurokratas", sėdintis ant debesies. Amžinoje kelionėje apie dangaus Šiaurės polių jį lydi kantrūs ir ištvermingi prašytojai.



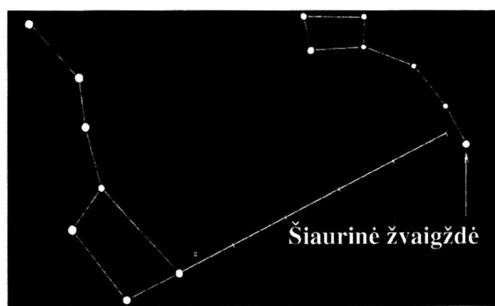
Senovės egiptiečiai Grįžulo Ratus regėjo kaip eiseną, susidedančią iš jaučio, gulinčio žmogaus ir begemoto su krokodilu ant sprando.

Kai kurie būdingesni žvaigždynai ir labai ryškios žvaigždės nesunkiai randamos atskaitos tašku pasirinkus Grįžulo Ratus

Tarptautinėje nomenklatūroje, laikantis senovės babiloniečių ir graikų tradicijų, septynios Grįžulo Ratų žvaigždės sudaro tik dalį Didžiosios Lokės žvaigždyno.

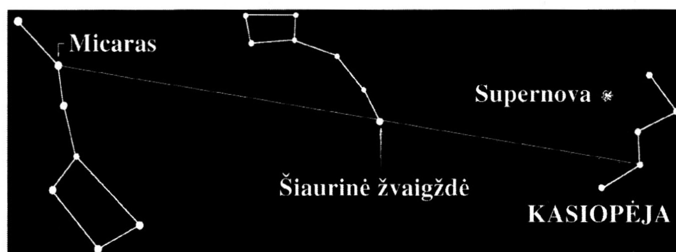
Mažasis Lokiukas, arba Grįžulo Rateliai

Šiaurinė žvaigždė yra pats Mažojo Lokiuko žvaigždyno uodegos galiukas – žvaigždyno, kuris yra mažesnė ir nelabai vykusi Didžiosios Lokės kopija. Mažąjį Lokiuką sudaro mažesnio spindesio (blyškesnės) žvaigždės. Jis, kaip ir Grįžulo Ratai, susideda iš 7 žvaigždžių, sudarančių į vežimą panašią figūrą, tik su į kitą pusę atkreiptomis ienomis. Lietuviai šį žvaigždyną dar vadina Grįžulo Rateliais.



Kasiopėja

Kasiopėja, kaip ir Grįžulo Ratai bei Grįžulo Rateliai, yra vienas iš tų žvaigždynų, kurie naktiniame danguje matomi kiaurus metus. Šis žvaigždynas yra netaisyklingos W raidės formos. Kasiopėją galima rasti nuo Grįžulo Ratų. Sujungus tiesia linija priešpaskutinę Grįžulo Ratų ienų žvaigždę (Micarą) su Šiaurine ir dar tiek pat pratęsus tiesę, galima aptikti vieną iš Kasiopėjos žvaigždžių, o tuomet nesunku pastebėti ir visą žvaigždyną.

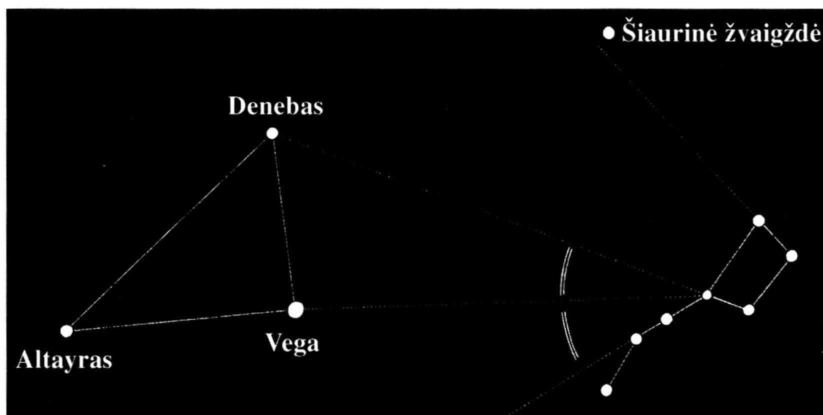


Piešinėlyje parodyta, kur danų astronomas Tychas Brahė 1572 m. aptiko supernovą – sprogstančią žvaigždę. Ji buvo tokia šviesi, jog buvo matoma net dieną. Šiandien ji plika akimi jau nebesimato.

Vasaros trikampis: Vega, Denebas ir Altayras

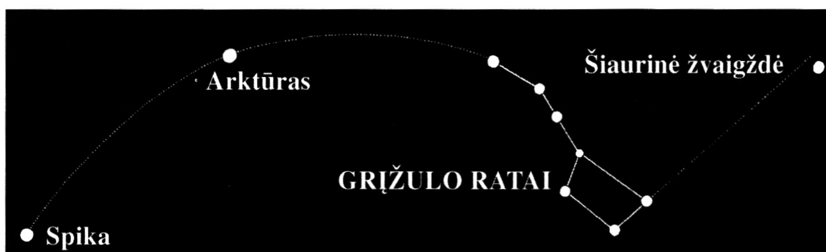
Vasaros trikampį sudaro trys ryškios žvaigždės, iš kurių Vega yra ryškiausia, o Denebas – blyškiausias. Šios dvi žvaigždės matomos danguje ištisus metus, o Altayras – tik vasaros pusmetį.

Aptikti Vasaros trikampį galime šitaip: atradę Grįžulo Ratų vežimo priešakį ir atidėję maždaug 10 tokių atkarpėlių į viršų, atsiremsi į galingą žvaigždę Denebą. Išvedus tiesę per ienų dvi pirmąsias žvaigždes, Vega bus ant tiesės, dalijančios gautąjį kampą pusiau. Altayras (jeigu jis tik bus matomas) randamas kaip trečioji trikampio viršūnė (žr. piešinį).



Arktūras ir Spika

Arktūras ir Spika yra vienos iš pačių ryškiausių padangės žvaigždžių. Kaip nustatyti jų vietas, parodyta piešinyje. Arktūras matomas beveik visuomet, o Spika ypač gerai matoma pavasarį.



Arktūras ir Spika buvo vadinami „Dangaus ramsčiais“. Arabai manė, jog šiomis žvaigždėmis paremtas dangaus skliautas. Dėl Arktūro padėties Didžiosios Lokės (Grįžulo Ratų) atžvilgiu jam prigijo vardas „Lokės sargas“. Spika priklauso Mergelei – vienam iš Zodiako juostos (žr. 53 psl.) žvaigždynų.

Pasakojimas apie Mažąjį Lokiuką ir Didžiąją Lokę

Nimfa Kalista, karaliaus Lijakono ir Arkadijos duktė, buvo deivės Artemidės tarnaitė. Ji leidosi sugundoma Dzeuso ir užsitraukė savo valdovės nemalonę. Norėdamas Kalistą apsaugoti, Dzeusas ją pavertė loke. Kartą Kalistos ir Dzeuso sūnus Arkas medžiodamas sutiko savo motiną ir jau buvo beperveriąs ją ietimi, bet Dzeusas ir jį pavertė lokiu, čiupo juos abu už uodegų ir sviedė į žvaigždynus. Aišku, jų uodegos dėl to kiek pailgėjo, taigi, skirtingai nuo jų žemiškųjų giminaičių, Mažasis Lokiukas ir Didžioji Lokė turi ilgas uodegas.

Kai kurie būdingesni žvaigždynai ir ypač ryškios žvaigždės, susijusios su Oriono žvaigždynu

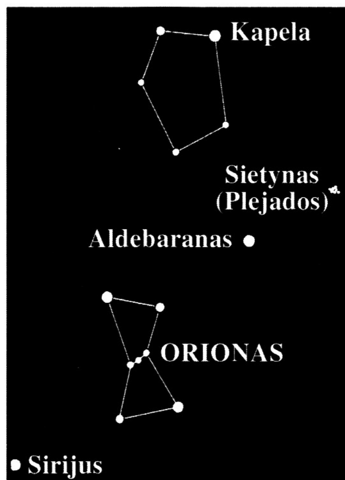
Oriono diržas, Sirijus ir Aldebaranas

Orionas danguje matomas nuo spalio pabaigos iki pavasario. Žiemos vakarais žvaigždynas matomas pietuose. Oriono nesupainiosi su niekuo kitu, jo pečius sudaro ryški rausvai gelsva *Betelgeizė* bei žydra *Belatriksė*; jo kairėje kojoje šviečia *Rygelis*.

Oriono diržą sudaro trys žvaigždės. Jis gali būti kelrodė ir į *Sirijų* pietuose, ir į *Aldebaraną* šiaurėje, – tereikia tik pratęsti tą diržą apie 6 kartus į kiekvieną pusę. Sirijus yra skaisčiausia padangės žvaigždė, dar vadinama Šuns žvaigžde. Graikų mitologijoje Orionas yra medžiotojas, tad Sirijus yra jo šuo. Lietuviai Oriono žvaigždes paprastai vadina Šienpjoviais arba Kūlėjais; literatūroje dažniausiai vartojamas Šienpjovių žvaigždyno vardas. Aldebaranas vadinamas ir Tauro Raudonąja Akimi, nes jis rausvas ir priklauso Tauro žvaigždynui, kuris yra Zodiako juostos dalis (žr. 53 psl.).

Kapela ir Sietynas

Gerokai į viršų nuo Oriono matoma gelsva žvaigždė *Kapela*. Senovės lietuviai šią žvaigždę vadindavo Tikučiu. Vėlyvais žiemos vakarais Kapela kybo beveik tiesiai virš galvos (t. y. zenite). Ji yra pagrindinė *Vežėjo* žvaigždyno žvaigždė, kurį nesunku rasti kaip aiškiai matomą penkiakampį virš Oriono. Kapela šviečia beveik taip pat skaisčiai kaip ir Vega. Jos kybo priešingose Šiaurinės žvaigždės pusėse; Vega kiek tolėliau nei Kapela.



Nuo Oriono į dešinę ir į viršų matyti *Plejados,* maždaug 400 žvaigždžių spiečius. Dauguma žmonių mato septynias iš jų. Lietuviai šią gražią dangaus žiburėlių grupelę vadina Sietynu.

Viename iš daugelio padavimų apie narsųjį ir gražųjį medžiotoją Orioną pasakojama, jog jis skyręs savo meilę Plejadoms, kario Atlaso dukterims. Šios nuo jo pabėgusios, tačiau jis persekiojęs jas 7 metus. Neapsikentęs Dzeusas įkurdino merginas padangėje.

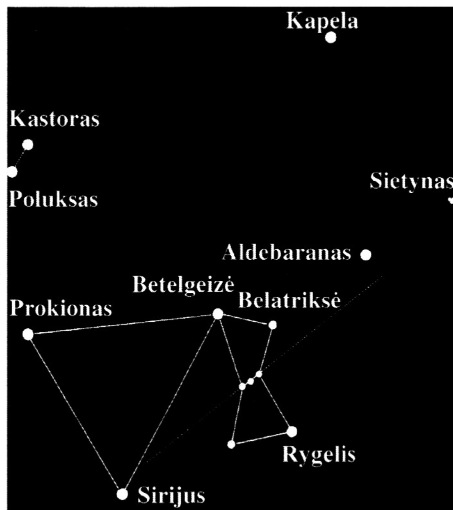
Kastoras ir Poluksas bei Prokionas

Virš Oriono kairėje pusėje yra *Dvynių* žvaigždynas, priklausantis Zodiakui.

Pagrindinės šio žvaigždyno žvaigždės yra *Kastoras* ir *Poluksas.* Kastoras yra blyškesnis, baltos spalvos. Poluksas – oranžiškai gelsvas.

Prokionas kartu su Sirijum ir Betelgeize sudaro lygiakraštį trikampį.

Pasakojama, kad vienas iš dviejų brolių, Poluksas, buvęs nemirtingas. Kai liūdna lemtis ištiko kitą brolį, Kastorą – jis buvo nužudytas, – Poluksas taip sielvartavo, jog Olimpo dievai jo pasigailėjo ir abu jaunuolius užkėlė į dangaus skliautą.



Žvaigždėlapis

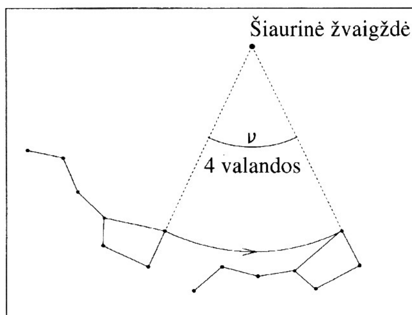
Žemiau pavaizduoti visi anksčiau minėti žvaigždynai bei ryškesnės pavienės žvaigždės. Su šiuo žvaigždėlapiu galėsite nesunkiai orientuotis naktiniame danguje. (Išsamesnį Šiaurės pusrutulio žvaigždėlapį galite rasti knygos gale.)

Pratimas

Šiaurinę žvaigždę galima rasti šitaip: suieškokite Grįžulo Ratų užpakalinę dalį, mintyse atidėkite ją vaizduojančią atkarpą dar 5 kartus į viršų ir atsiremsite į Šiaurinę žvaigždę.

Tarp dviejų pavaizduotų šio žvaigždyno padėčių yra 4 valandų skirtumas. Brėžinyje laikome, jog sukimosi centras sutampa su Šiaurine žvaigžde.

1. Kiek laipsnių pasisuka žvaigždėtasis dangus per 1 val.?
2. Raskite brėžinyje kampą ν.
3. Išmatuokite jį.
4. Galite ir patys įsitikinti, jog žvaigždėtasis dangus „sukasi“, jei įvairiu metu vakare atkreipsite dėmesį į Grįžulo Ratų padėtį, pavyzdžiui, kamino atžvilgiu.



Pratimas: Žvaigždžių judėjimas danguje

Pažvelgę į žvaigždėtą dangų įvairiu nakties metu, pastebėtume, jog visi žvaigždynai slenka. Jei nustatysime fotoaparatą atvira užsklanda ilgesniam laikui (1–2 valandoms) žvaigždėtojo dangaus nuotraukai padaryti, žvaigždės paliks juostelėje pėdsakus. Nuotraukoje aiškiai matyti, jog tai koncentriniai apskritimai, vadinasi, žvaigždėtasis dangus sukasi apie vieną tašką. Vienas apsisukimas trunka apie 24 valandas (tiksliau – 23 val. 56 min.).

a) Iš ko galima spręsti, kad tikrai sukasi žvaigždės, o ne fotografas pokštaudamas apsuko fotoaparatą?

b) Kiek laiko buvo atvira užsklanda?

Visai šalia to taško, apie kurį, kaip matome, sukasi visas žvaigždėtasis dangus, yra žvaigždė, beveik nedalyvaujanti sukimesi. Ta žvaigždė vadinama *Šiaurine* (arba *Poliarine*) žvaigžde. Ji dar vadinama ir dangaus šiaurės poliumi ir yra tiesiai virš Žemės šiaurės ašigalio.

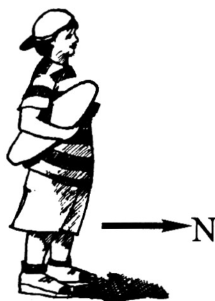
Pasaulio dalys

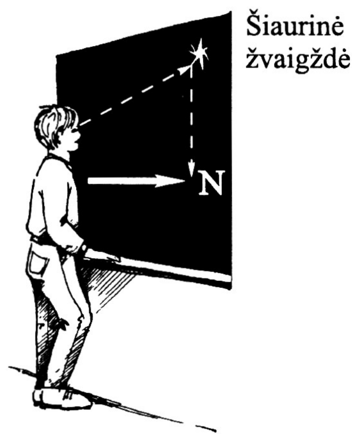
Kai Saulė esti aukščiausiame savo taške, t. y. pusiaudienį, tuomet ji yra pietuose. Jei nusigręšime į Saulę nugara, tai stovėsime veidu į šiaurę, vakarai bus kairėje, o rytai – dešinėje. Saulė, kaip žinome, teka rytuose ir leidžiasi vakaruose. Šitai visiškai tiksliai galioja tik per pavasario ir rudens lygiadienį.

Lietuva nuo 1998 m. pavasario gyvena pagal vadinamąjį pirmosios juostos laiką, pagal kurį gyvena ir Italija, Vokietija, Švedija bei daugelis kitų Vakarų Europos valstybių. Pavasarį ir vasarą visi laikrodžiai pasukami 1 val. į priekį. Taigi vidurdienis rudenį ir žiemą Rytų Lietuvoje būna maždaug 11 val. 15–20 min., Vidurio Lietuvoje – 11 val. 20–30 min. ir Vakarų Lietuvoje – 11 val. 30–35 min. O pavasarį ir vasarą tuo pat metu laikrodžiai rodo 1 val. daugiau.

Giedrą naktį pasaulio šalis galima nustatyti pagal Šiaurinę žvaigždę. Atsigręžk į Šiaurinę žvaigždę ir stovėsi veidu į šiaurę.

Apie 11val. 30min.
Apie 12val. 30min. (vasaros laiku)



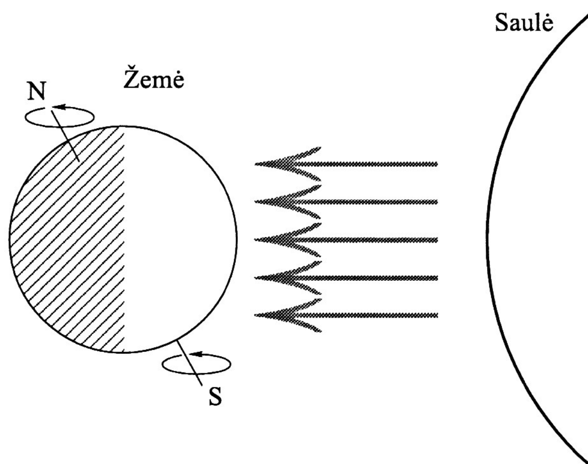


402 403 404 405

4.2. Laiko tėkmė

Diena ir naktis

Žvaigždėtojo dangaus sukimasis yra tik regimybė, – iš tikrųjų Žemė kasdien apsisuka apie savo ašį. Žemės ašis rodo į Šiaurinę žvaigždę. Žvaigždėtasis dangus apsisuka kartą per 24 valandas, vadinasi, ir Žemė turi apsisukti per šį laiką. Dėl to kuri nors vieta Žemėje tai atsisuka į Saulę, t. y. tampa apšviesta (būna diena), tai nusisuka (būna naktis).



Pratimas
Pasižiūrėkite į piešinėlį ir paaiškinkite:
a) kodėl įvairiose Žemės vietose dienos trukmė esti skirtinga;
b) kad yra tokių vietų, kur visą laiką būna diena.

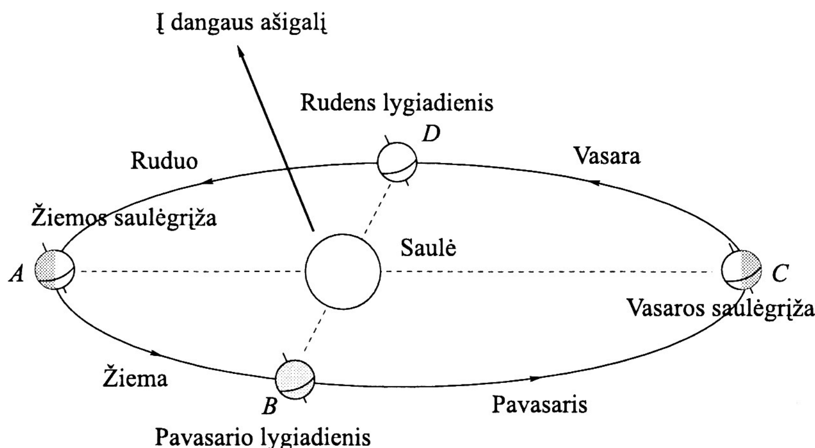
Metų laikai

Įsižiūrėję vakare į žvaigždėtą dangų vis tuo pačiu laiku, bet skirtingais metų laikais, pastebėtume, kad jis gerokai skiriasi. Kai kurie žvaigždynai, pavyzdžiui, Orionas, ne visada matomi. Kiti, pavyzdžiui, Grįžulo Ratai, matomi ištisus metus.

O apie visus žvaigždynus galima pasakyti, jog po 23 val. ir 56 min. jie vėl atsiduria toje pačioje dangaus vietoje kaip ir praeitą vakarą. Tai reiškia, jog per parą žvaigždynai apsuka truputėlį daugiau nei vieną ratą. Taigi pažvelgę į vakaro dangų tiksliai tuo pat metu vieną, po to kitą vakarą, pastebėtumėte, jog žvaigždynai truputėlį pasislinkę į priekį.

O tuo pat paros metu tą pačią metų dieną, tarkim, Grįžulo Ratus metai iš metų rasi toje pačioje vietoje. Tai reikštų, kad žvaigždėtasis dangus per tuos metus dar apkeliauja ir apie Šiaurinę žvaigždę. O iš tikrųjų tai Žemė – besisukdama apie savo ašį – skrieja dar ir apie Saulę. Ir to Žemės sukimosi apie Saulę periodas yra vieneri metai.

Žemės ašis Žemės orbitos plokštumos atžvilgiu yra pasvirusi. Tai nulemia metų laikų kaitą.



Brėžinyje matome elipsinę Žemės, skriejančios apie Saulę, orbitą. Žemės orbitos plokštuma statmena brėžinio plokštumai, todėl brėžinyje pavaizduota suspaustai. Iš tikrųjų Žemės orbitos elipsė labai mažai tesiskiria nuo apskritimo.

Pratimas

Pasižiūrėkite į brėžinį ir paaiškinkite, kodėl Žemei esant taške *A*, šiaurės pusrutulyje būna žiema, o pietų – vasara.

Dienos ir nakties ilgumas priklauso nuo to, kuriame Žemės rutulio paviršiaus taške esame. Jeigu, tarkim, būsime šiaurės ašigalyje, tai pusę metų truks naktis (nuo *D*, pro *A* – iki *B*, kada Žemės ašis nukrypusi nuo Saulės), pusę metų – diena (nuo *B*, per *C* – iki *D*, kada Žemės ašis pakrypusi į Saulę).

Pratimas

Paaiškinkite (galite pasinaudoti brėžiniu), kodėl pusiaujyje diena lygi nakčiai ištisus metus.

Kai Žemė esti taške *A* (kai Žemės ašis šiaurės pusrutulio gyventojams labiausiai nukrypusi nuo Saulės), šiaurės pusrutulyje išaušta trumpiausioji metų diena. Taške *A* Žemė būna maždaug 22-ąją gruodžio, ir ta diena vadinama *žiemos saulėgrįža*.

Tarp šių kraštutinių Žemės orbitos taškų yra dvi padėtys, kai Žemės ašis nebūna nei nukrypusi nuo Saulės, nei pakrypusi link jos. Kai Žemė yra taške B arba taške D, naktis ir diena visoje Žemėje susilygina. Taške B Žemė būna kovo 21-ąją, o taške D – rugsėjo 23-ąją. Šios dvi dienos atitinkamai vadinamos *pavasario* (B) bei *rudens* (D) *lygiadieniu.*

Pavasario lygiadienis ženklina *vasaros pusmečio,* o rudens lygiadienis – *žiemos pusmečio* pradžią.

Kad metų laikų trukmė nevienoda, lemia ta aplinkybė, jog Žemės orbita ne *apskritimas,* o *elipsė,* ir kad Saulė nėra tos elipsės centras. Todėl Žemės orbita dalijama į dvi nelygias dalis, atitinkančias vasaros bei žiemos pusmečius. Vasaros pusmetis šiaurės pusrutulyje esti ilgesnis ir kartu tai tas pusmetis, kada Žemė labiausiai nutolusi nuo Saulės. Taigi ne vien atstumas iki Saulės lemia, kada esti šilčiausia.

406 407 408

4.3. Saulė

Dieną vyraujantis danguje šviesulys yra Saulė. Ji šviečia taip stipriai, kad jokių kitų žvaigždžių nematome. Saulė yra artimiausia mums žvaigždė; ji ne didesnė už kitas, tik ji arti. Žvaigždes sudaro ne kieta medžiaga, o labai aukštos temperatūros dujos (daugiausia vandenilis ir helis).

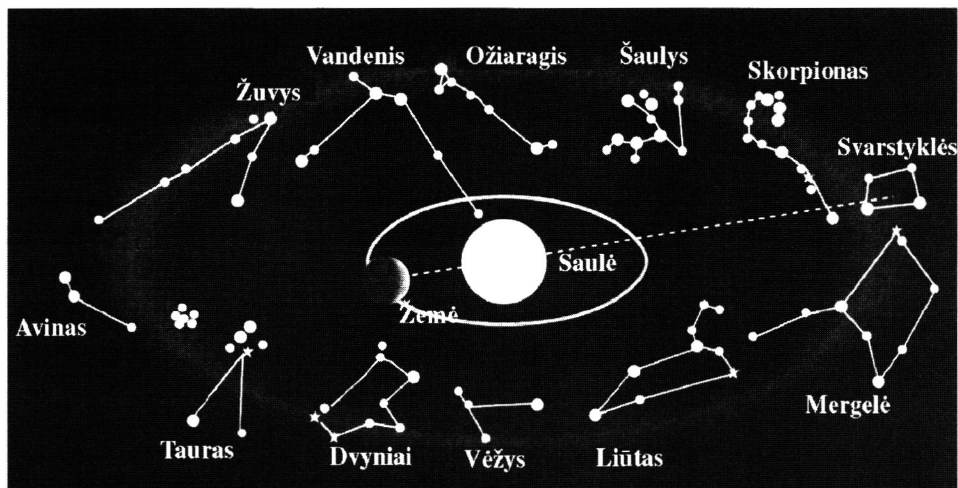
Saulės ir žvaigždžių regimasis judėjimas dieną ir naktį atspindi Žemės sukimąsi apie savo ašį. Saulės regimasis judėjimas per metus atspindi Žemės metinį judėjimą apie Saulę. Tai dėl Saulės metinės „kelionės“ po žvaigždėtąjį dangų tuo pačiu nakties, bet skirtingu metų laiku dangus atrodo skirtingai. Patekėjusias žvaigždes galime matyti tik Saulei nusileidus, todėl Saulės metinį kelią per žvaigždynus galima nustatyti tik netiesiogiai: metams slenkant pasižymėti, kurios žvaigždės paryčiais būna toje vietoje, kur netrukus pakyla Saulė bei kurios vakare būna toje vietoje, kur ką tik nusileido Saulė. Tokiu būdu galima nustatyti, pro kurį žvaigždyną Saulė keliauja kurią nors metų dieną ar naktį.

Tik per visišką Saulės užtemimą galima matyti tą žvaigždyną, kuriame tuo metu yra Saulė.

Per metus Saulė apkeliauja 12 žvaigždynų, kurie sudaro vadinamąjį *Zodiako ratą.* Saulės centro metinio judėjimo kelias vadinamas *Ekliptika.* Ekliptiką galima sudalyti į 4 lygias atkarpas, prasidedančias nuo:

pavasario lygiadienio, vasaros saulėgrįžos, rudens lygiadienio ir žiemos saulėgrįžos.

Zodiako ratas išsidriekęs maždaug per 8 laipsnius į kiekvieną pusę nuo Ekliptikos išplitusia juosta.



Žemei judant apie Saulę atrodo, lyg Saulė judėtų ratu Zodiako juostoje. Pavaizduotoje padėtyje, žiūrint iš Žemės, Saulė atrodo esanti Svarstyklių žvaigždyne.

Grupė jaunųjų astronomų Molėtų observatorijos teritorijoje 1996 m. spalio 12 d. stebi dalinį Saulės užtemimą.

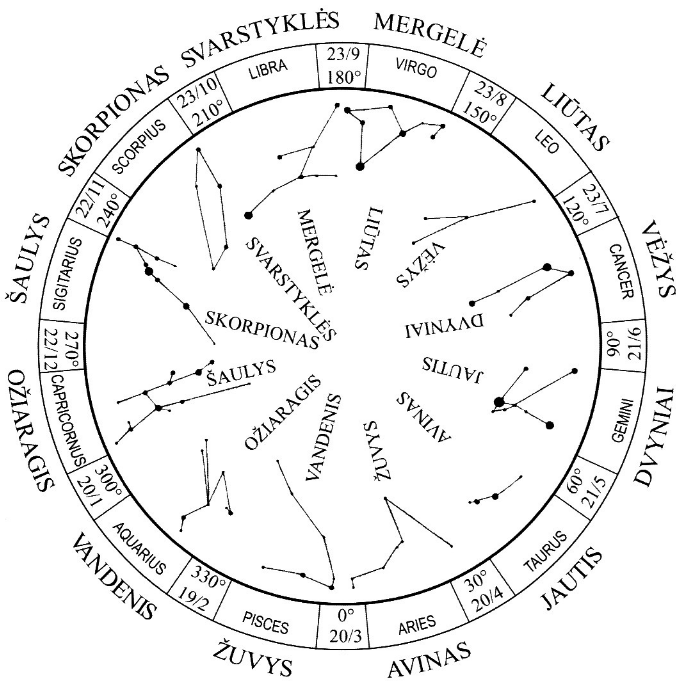
Zodiako ženklai

Hiparchas (graikų astronomas, apie 140 m. pr. Kr. dirbęs Rodo saloje) sudalijo Zodiako ratą į 12 vienodo dydžio laukelių (30 laipsnių ilgio ir 16 laipsnių pločio). Kiekviena iš šių 12 dangaus sričių Hiparcho laikais sutapo su kuriuo nors žvaigždynu, ir jie buvo pavadinti *Zodiako ženklais*. Štai tie 12 ženklų:

Avinas	(21/3–20/4)	Svarstyklės	(24/9–23/10)
Jautis	(21/4–21/5)	Skorpionas	(24/10–23/11)
Dvyniai	(22/5–21/6)	Šaulys	(24/11–21/12)
Vėžys	(22/6–22/7)	Ožiaragis	(22/12–20/1)
Liūtas	(23/7–23/8)	Vandenis	(21/1–19/2)
Mergelė	(24/8–23/9)	Žuvys	(20/2–20/3)

Data, parašyta skliausteliuose ties Zodiako ženklu, nurodo tą laiko tarpsnį, kada Saulė Hiparcho laikais būdavo toje Zodiako rato srityje. Jei esate gimęs po Liūto ženklu, vadinasi gimei tą metų tarpsnį, kai Saulė Hiparcho laikais buvo Liūto žvaigždyne. Šiais laikais Saulė tuo metu jau nebebūna Liūto žvaigždyne, kadangi per paskutinius 2000 metų ji pasislinko maždaug per vieną ženklą.

Nors nuo Hiparcho laikų Zodiako ženklai ir pasislinko per vieną ženklą (apie 30 laipsnių), mūsų dienomis vis dar tebenaudojamas tas pats Saulės kelio dalijimas į 12 laukelių.

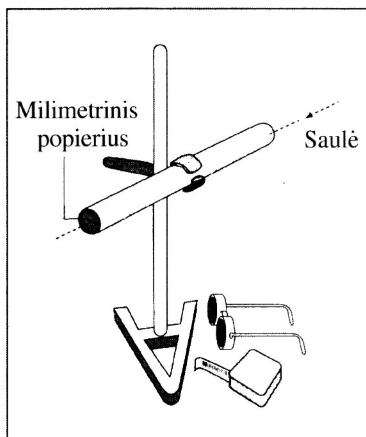


Pratimas

Hiparcho laikais Saulė apie pavasario lygiadienį būdavo Avino žvaigždyno pradžioje. Kur per pavasario lygiadienį Saulė būna šiandien? Galbūt teko girdėti, jog mes esame pakeliui į Vandenio laikmetį. Kaip manote, ką tai reiškia? Maždaug kuriais metais Saulei vėl tiks Hiparcho laikų schema?

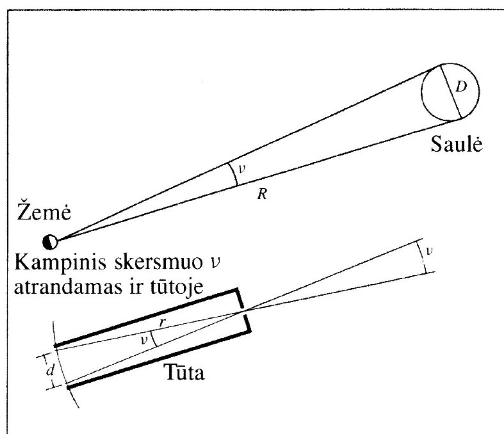
Saulės kampinio skersmens nustatymas

Eksperimentui bus reikalingas ne trumpesnis kaip 75 cm vamzdis vienu uždaru galu – tai galėtų būti, pavyzdžiui, dėklas (tūta) brėžiniams ar plakatams. Kitas vamzdžio galas užklijuojamas ištemptu milimetriniu popieriumi. Aklinajame gale praduriama nedidelė (kelių milimetrų skersmens) skylutė. Vamzdis įtvirtinamas stove ir nutaikomas į Saulę (atsargiai, žiūrėti tiesiog į Saulę pavojinga!). Jei vamzdis tinkamoje padėtyje, ant milimetrinio popieriaus bus matyti Saulės diskas. Juo mažesnė skylutė, juo ryškesnis vaizdas, bet užtat ne toks šviesus ir dėl to sunkiau randamas. Todėl vamzdžio apatinę dalį galima pridengti kartonu ar tamsiu audeklu.



Milimetriniame popieriuje pažymimas Saulės atvaizdo skersmuo *d*, taip pat išmatuojamas vamzdžio ilgis *r*.

Linijos iš vieno taško Žemėje iki dviejų diametraliai priešingų Saulės taškų sudaro kampą ν, vadinamą Saulės kampiniu skersmeniu.



Atkarpa *d* maždaug lygi centrinį kampą ν atitinkančiam apskritimo lankui, kurio spindulys *r*. lankui. Todėl Saulės atvaizdo ant popieriaus skersmenį *d* galima apskaičiuoti pagal formulę:

$$d = \frac{\nu}{360^\circ} \cdot 2\pi r.$$

Tokiu pat būdu Saulės skersmeniui *D* gauname:

$$D = \frac{\nu}{360^\circ} \cdot 2\pi R,$$

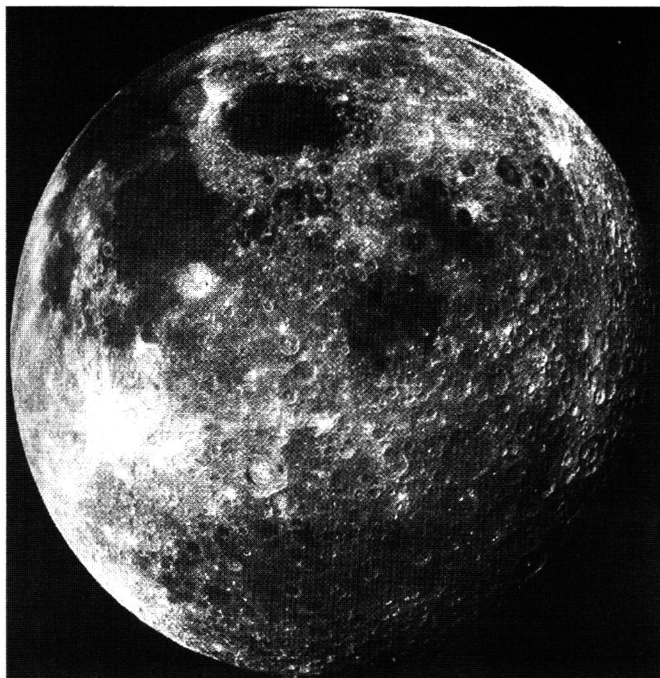
kur *R* – atstumas iki Saulės.

Naudodamiesi šiais matavimais nustatykite Saulės kampinį skersmenį. Apskaičiuokite Saulės skersmenį *D*, jei atstumas iki Saulės yra $R = 150$ mln. km.

Pratimas

Daug kas teigia, jog besileidžianti Saulė atrodo didesnė negu vidurdienį. Ar tai tiesa? Išmatuokite.

4.4. Mėnulis



Mėnulis žiūrint 16 000 km atstumu iš „Apolono-11".

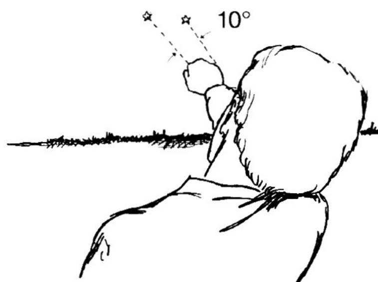
Labiausiai į akis krintantis objektas naktiniame danguje yra Mėnulis; neretai jį galima išvysti ir dieną. Pats Mėnulis neskleidžia šviesos – jis šviečia dėl to, kad nuo jo atsispindi Saulės šviesa. Maždaug per mėnesį (27,3 paras) Mėnulis apskrieja apie Žemę. Jo orbita yra beveik apskritimo formos.

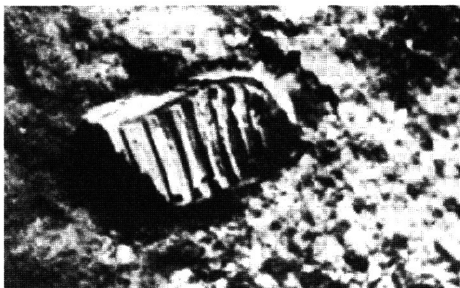
Pratimas: Mėnulio kasdieninis judėjimas

Kartu su visu žvaigždėtuoju dangumi Mėnulis maždaug per parą apsisuka apie Šiaurinę žvaigždę.

1. Įsidėmėkite Mėnulio padėtį, pavyzdžiui, kamino atžvilgiu, kuriuo nors metu vakare. Po valandos išeikite į tą pačią vietą ir pasižiūrėkite, kur Mėnulis.
2. Per kiek laipsnių jis pasislinko?
3. Ar tokio rezultato ir tikėjotės?

   Galite pasinaudoti tokiu „masteliu": ištiestos rankos kumščio plotis atitinka maždaug 10 dangaus laipsnių; pilno Mėnulio kampinis skersmuo yra maždaug 0,5 laipsnio.



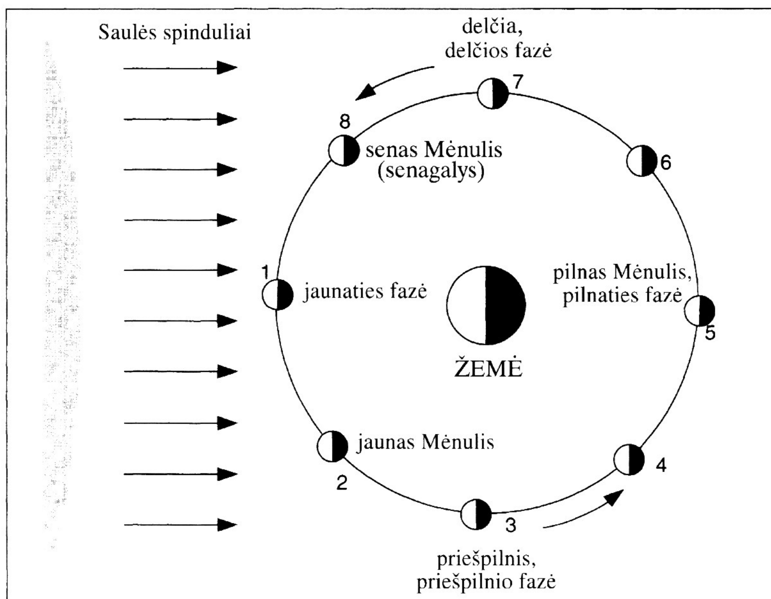


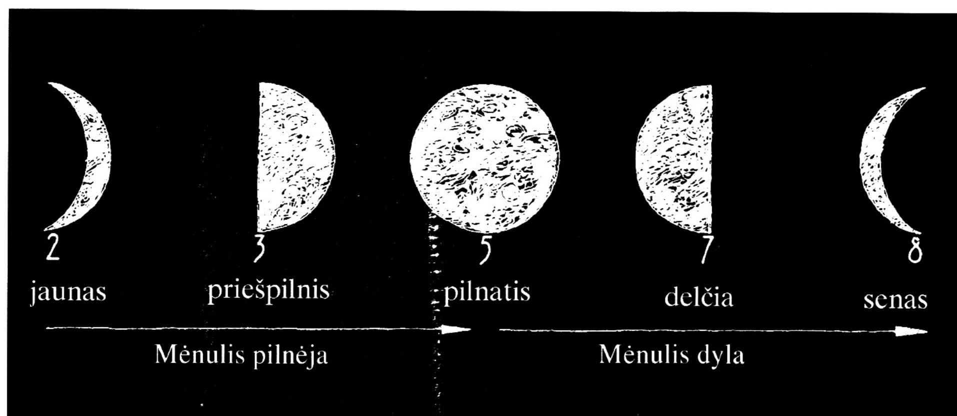
Amerikietis Neilas Armstrongas buvo pirmasis, įkėlęs koją į Mėnulį (1969 m. liepos mėn.). Išeidamas į atvirą kosminę erdvę, jis buvo telefonu tiesiogiai sujungtas su JAV prezidentu R. Niksonu. N. Armstrongas pasakė: „Šis mažas žmogaus žingsnelis yra milžiniškas visos žmonijos šuolis".

Pratimas: Mėnulio judėjimas kas mėnesį

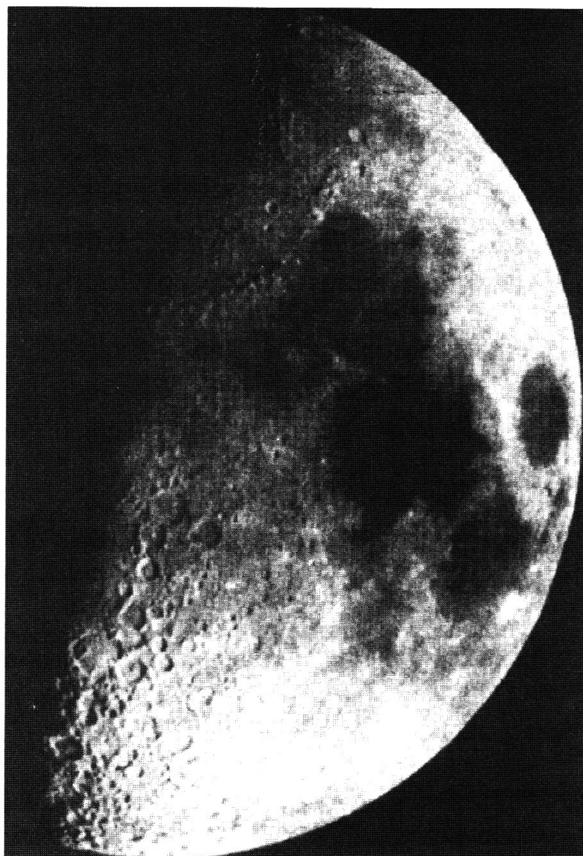
1) Įsidėmėkite Mėnulio padėtį, pavyzdžiui, kamino ar stulpo atžvilgiu, kuriuo nors paros metu. Išeikite po 24 val. į tą pačią vietą ir pasižiūrėk, kur Mėnulis. Kiek laipsnių jis pasislinko?
2) Ar tokio rezultato ir tikėjotės?
3) Ar Mėnulis judėdamas per mėnesį atsilieka, ar skuba žvaigždžių atžvilgiu?

Per nepilną mėnesį Mėnulis praeina įvairias fazes. Tos fazės būna dėl to, kad iš Žemės matome įvairaus dydžio apšviestosios Mėnulio pusės dalį.





Mėnulio padėtys Saulės atžvilgiu. Skaičiai brėžinyje atitinka fazes 57 psl. piešinyje.



Pusmėnulis.

Mėnulis ir Velykos

Ištisus metus Saulė būna tos pačios formos, o Mėnulio forma nuolat kinta. Todėl natūralu, kad Mėnuliu nuo seniausių laikų naudojamasi laikui skaičiuoti. Velykų data buvo nustatyta 325 m. po Kr. bažnyčios susirinkime anuo metu garsiame graikų Nikėjos mieste Azijoje (dabar ten maža Izniko gyvenvietė prie to paties pavadinimo ežero šiaurės vakarų Turkijoje į pietryčius nuo Marmuro jūros). Velykos būna pirmąjį sekmadienį stojus pilnačiai po pavasario lygiadienio (kovo 21), bet ne vėliau kaip balandžio 25.

Kitos pavasario bažnytinės šventės nustatomos pagal Velykas. Taigi Kristaus žengimo į Dangų diena, arba Šeštinės, būna ketvirtadienį tarp 5-ojo ir 6-ojo sekmadienio po Velykų, Sekminės – 7-ąjį sekmadienį po Velykų.

1. Kada Velykos gali būti anksčiausiai?
2. Kelintą mėnesio ir kurią savaitės dieną tokiu atveju bus pilnatis?
3. Kodėl švenčiamos Velykos?

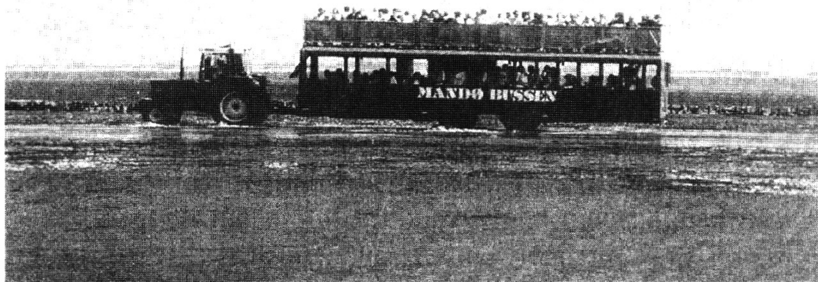
410 411 412

Potvyniai ir atoslūgiai

Kažkada potvyniai ir atoslūgiai buvo mįslė.

„Visa, kas ligi šiol sakyta bei vaizduotasi apie potvynius ir atoslūgius, mano galva, neturi prasmės. Tačiau iš visų didžiųjų vyrų, mąsčiusių apie šį įstabų gamtos reiškinį, mane nustebino Kepleris. Labiau nei kuris kitas jis ėjo savo keliu, buvo įžvalgus ir perprato Žemės judėjimą. Paskui susidomėjo tiek Mėnulio įtaka jūroms, tiek ir kitais mistiškais reiškiniais bei atitinkamais vaikiškais postringavimais“.

Galilėjus, 1632



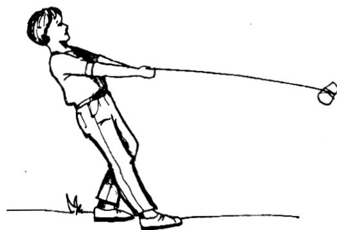
Maršrutinis autobusas į Mando salą Danijoje. Esant ramiam orui, šiuo keliu galima naudotis 3–4 valandas kasdien, kai vanduo nuslūgęs; tačiau kilus audrai ar potvynių metu susisiekimas su sala nutrūksta ne vienai dienai.

Netikėtai paaiškėjo, kad šios problemos sprendimas slypi Niutono visuotinės traukos teorijoje.

Vandenynų ir kai kurių jūrų pakrantėse matyti, kad vandens lygis tam tikru paros metu būna aukštesnis nei paprastai. Šis reiškinys vadinamas *potvyniu.* Sakoma, kad vanduo *pakilęs* – kai vandens lygis aukščiausias, ir *nuslūgęs* – kai jis žemiausias. *Potvynio–atoslūgio lygis* – tai skirtumas tarp pakilusio ir atslūgusio vandens lygių.

Jūros potvynius ir atoslūgius sukelia visų pirma Mėnulio, tačiau taip pat ir Saulės trauka, veikianti Žemės vandenis. Šią trauką paaiškina Niutono visuotinės traukos teorija. Istorija byloja, jog 1666 m. Niutonas stebėjęs obuolį, nukritusį nuo obels. Jam kilusi mintis, kad toji pat jėga – sunkio jėga – veikianti obuolį ir verčianti jį kristi, bus kalta ir dėl to, kad Mėnulis nenukrypsta nuo savo kelio apie Žemę. Taip buvo suvienyta dangaus ir Žemės fizika.

Akmuo išsilaiko savo apskritimo judėjimo trajektorijoje tik tada, kai jį kas nors joje laiko. Šiuo atveju jį laiko virvelė. Taip pat ir Mėnulį turi kažkas laikyti, kad jis nenukryptų nuo savo apskritiminės orbitos. Šis „kažkas" yra visuotinės traukos jėga.

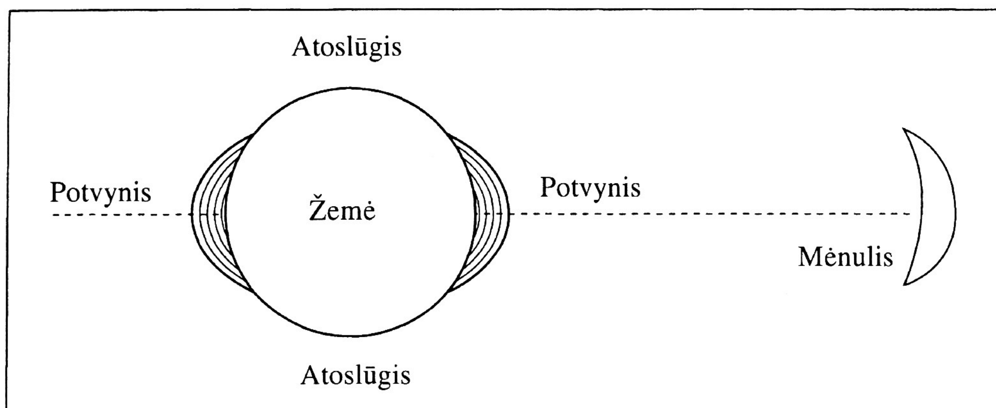


Visi kūnai, turintys masę, traukia vienas kitą. Jėga, kuria jie traukia vienas kitą, mažėja didėjant atstumui.

Žemė traukia Mėnulį ir atitinkamai Mėnulis traukia Žemę. Mėnulis stipriausiai traukia tą Žemės dalį, kuri yra arčiausiai. Tai reiškia, kad Mėnulis į jį atsisukusios Žemės pusės vandenis veikia taip stipriai, kad jų sluoksnis toje pusėje pastorėja. Bet Mėnulis negali „išlaikyti" kitoje Žemės pusėje esančių vandenų, o tai reiškia, kad ir priešingoje Žemės pusėje iškyla tokia pati potvynio banga.

Žemei besisukant apie savo ašį, potvynius ir atoslūgius sukeliančios Mėnulio jėgos veikia įvairias Žemės dalis, todėl potvynio banga jūromis ir vandenynais bėga iš rytų į vakarus ir kartojasi kas 12 val. 25 min. Mat tarp dviejų momentų, kai Mėnulis atsiduria toje pačioje vietoje prieš Žemę, yra 24 val. ir 50 min.

Potvynio banga nėra staigi: vanduo iš lėto maždaug 6 val. 12 min. kyla ir paskui tiek pat laiko pamažu slūgsta. Vandenynuose, kur labai daug vandens, skirtumas tarp žemiausio ir aukščiausio vandens lygių esti apie metrą. Tuo tarpu uždarose, nuo vandenynų ar kitų atviresnių jūrų siaurais sąsiauriais atskirtose jūrose (pavyzdžiui, Baltijoje) šis skirtumas



tesiekia vos kelis ar keliolika centimetrų. Visiškai kitaip yra tose atvirų jūrų ir vandenynų pakrantėse, kur priteka ir susilaiko daug potvynio bangos vandens. Vanduo čia gali pakilti keletą, o kai kuriose įlankose – net keliolika metrų. Pavyzdžiui, Fandžio įlankoje (Šiaurės Amerikoje) vandens lygis tarp potvynio iki atoslūgio kartais pakinta net 21 metru.

413 414

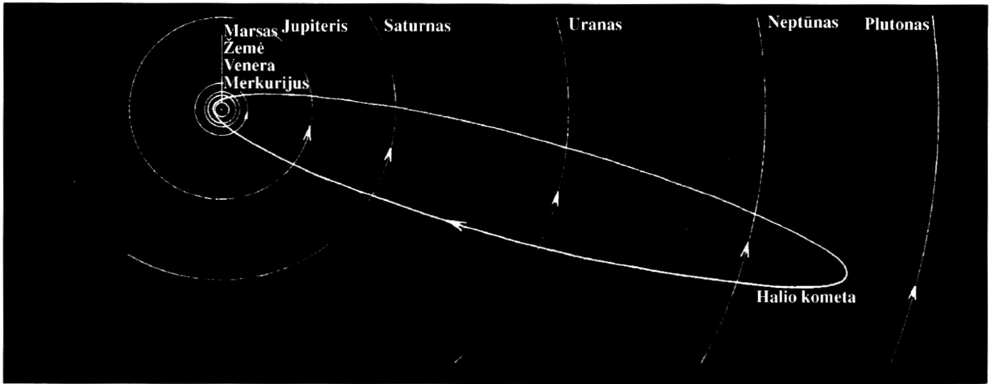
4.5. Planetos

Jau nuo seniausių laikų dangaus stebėtojai atkreipė dėmesį į tai, kad kai kurios „žvaigždės" nebūna kurioje nors savoje dangaus skliauto vietoje, o klajoja „fiksuotų žvaigždžių" atžvilgiu. Todėl senovėje jos buvo pramintos „žvaigždėmis klajūnėmis".

Senovėje žmonės žinojo tik 5 ryškiausias planetas (graikiškai *planetes* – klajoti): Merkurijų, Venerą, Marsą, Jupiterį ir Saturną. Kitos trys – Uranas, Neptūnas ir Plutonas – buvo atrastos daug vėliau, išmokus gaminti teleskopus. Štai Uraną 1781 m. atrado įžymus vokiečių kilmės anglų astronomas V. Heršelis, Neptūną – 1846 m. vokiečių astronomas J. Galė, o Plutoną –1930 m. amerikietis K. Tombas.

Žiūrint iš Žemės atrodo, kad planetų padėtys apsiriboja tik tam tikra sritimi – Zodiako ratu. Taip yra dėl to, kad planetos juda apie Saulę elipsinėmis orbitomis, esančiomis daugmaž vienoje plokštumoje.

Norint sužinoti, kurioje dangaus vietoje yra planeta, galima pažiūrėti lenteles knygos gale. Ten surašyta, maždaug kurioje Zodiako rato vietoje yra planeta. Pamatęs planetą vieną sykį, jos – bent jau Marso, Veneros ir Jupiterio – nesupainiosi su jokia kita planeta ar žvaigžde.

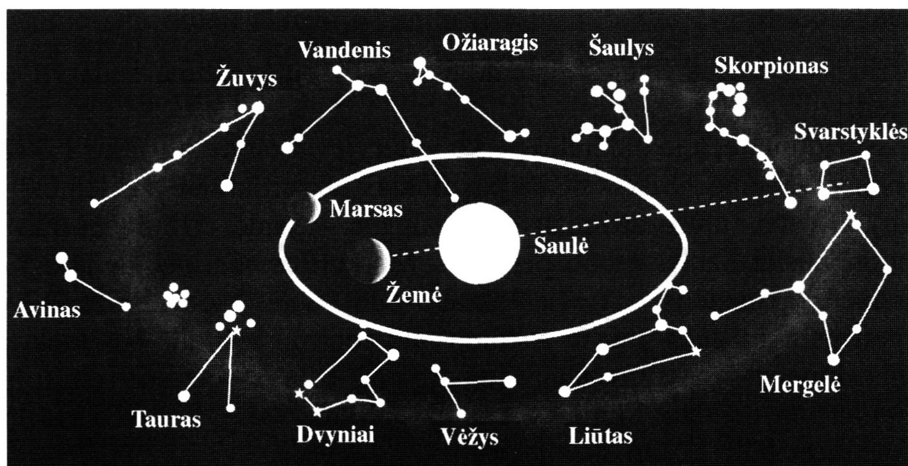


Brėžinyje planetų orbitos pavaizduotos išlaikant realų tarpusavio atstumų santykį. Taip pat pavaizduotas Halio kometos kelias.

Saulė	1 392 000
Merkurijus	4 878
Venera	12 102
Žemė	12 756
Marsas	6 794
Jupiteris	142 796
Saturnas	120 660
Uranas	49 130
Neptūnas	50 450
Plutonas	6 000

Plutonas
Neptūnas
Uranas
Saturnas
Jupiteris
Marsas
Žemė
Skersmuo
Venera
Merkurijus
Saulė

Planetos pavaizduotos išlaikant realų jų dydžių santykį (viršuje kairėje nurodyti planetų skersmenys kilometrais); palyginimui taip pat pateikta Saulės skliauto dalis.



Brėžinyje Marsas matomas Žuvų žvaigždyne.

Pavyzdys

Ar bus matomas Jupiteris 1999 m. lapkričio 1-osios naktį? Iš lentelės, pateiktos 259 puslapyje, galima sužinoti planetos padėtį ekliptikoje, – ji yra 29°. Žvaigždėlapyje 260–261 psl. matome, kad Jupiteris bus matomas didžiąją dalį nakties.

Pavyzdys

Ar bus matoma Venera 1999 m. lapkričio 1-osios naktį? Lentelė Venerai sudaryta kitaip nei Marsui, Jupiteriui ar Saturnui. Čia padėtys nurodytos Saulės atžvilgiu.

Lentelėje randame – 46°. Kadangi 360° atitinka 24 val., tai 15° atitinka 1 valandą. Tad skaičius 46° reiškia, jog Venera patekės maždaug 3 valandomis anksčiau už Saulę. Taigi lapkričio 1-ąją Venera bus matoma kaip rytinė žvaigždė.

Matyti, kad 1999 lapkričio 1-ąją Saulės padėtis ekliptikoje bus apie 220°, tad Veneros padėtis bus $220° - 46° = 174°$. Taigi Venera bus Liūto žvaigždyne.

Pusmečiu vėliau, 2000 metų gegužės 1-ąją, Veneros padėtis bus 11°, taigi Venera tebebus rytinė žvaigždė. Tačiau ji patekės jau vos 45 minutėmis anksčiau už Saulę. Tuomet jau bus taip šviesu, kad vargu ar ją bepamatysime.

Parko modelis

Dydžių santykiams Saulės sistemoje suvokti būtų galima sudaryti tokį modelį.

Įsivaizduokite, kad didžiulio parko viduryje pastatytas apvalus 1,392 m skersmens akmuo. Šis skaičius pasirinktas neatsitiktinai (žr. lentelę žemiau). Tai bus mūsų artimiausioji žvaigždė – Saulė. Už 58 m nuo jos būtų arčiausiai Saulės esanti planeta – Merkurijus. Tai nedidelis 0,5 cm skersmens akmenėlis. „Trečias akmuo nuo Saulės“ yra Žemė: 1,3 cm skersmens akmenėlis 150 m atstumu nuo centro. Mėnulis bus kiek mažesnis akmenėlis. Atstumas tarp jų – 38 cm. Ir taip galėtume tęsti toliau. Tolimiausioji planeta, Plutonas, bus už 5,9 km. Taigi, kad viskas tilptų, parkas turės būti 12 km skersmens.

Iš viso tokiame parke būtų 1 didelis, 9 maži bei pusšimtis dar mažesnių akmenų. Be viso to, bus dar mikroskopinių dulkių dalelių (asteroidų, kometų, meteoritų, ...). Šiandieniniais erdvėlaiviais galėtume judėti po parką 1 cm per valandą greičiu. Toliau negu iki artimiausio kaimyninio akmenuko – Mėnulio – žmogus dar nėra apsilankęs, nors jau galvojama apie žmogaus skrydį į Marsą ir Venerą.
Daugumai tai, ko gero, pernelyg dideli atstumai, kad būtų galima juos įsivaizduoti, tačiau parko modelyje tai visai įmanoma. O dabar pažvelkite į apatinę eilutę lentelėje. Kaip toli mums reikėtų eiti parku, kol

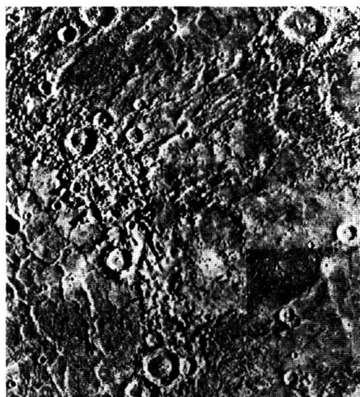
	Skersmuo $\times 10^9$ m	Vidut. atstumas nuo Saulės $\times 10^9$ m
Saulė	1,392	–
Merkurijus	0,005	58
Venera	0,012	108
Žemė	0,013	150
Marsas	0,007	228
Jupiteris	0,143	778
Saturnas	0,120	1427
Uranas	0,051	2870
Neptūnas	0,049	4497
Plutonas	0,003	5900
Mėnulis	0,0035	0,38 (nuo Žemės)
Kentauro Proksima*	0,2	$4{,}1 \cdot 10^7$

**Proxima Centauri* yra artimiausia Saulei žvaigždė.

prieisime kitą didelį akmenį (kitą artimiausią Saulei žvaigždę)? Pasirodo, net 41 000 km. Tai daugiau nei visos Žemės apimtis. Taigi toks parkas Žemėje netilptų. Ir turėkite galvoje – ligi šiol kalbėjome tik apie dvi *pačias artimiausias* žvaigždes. O jeigu eitume dar toliau, – deja, tiek mūsų vaizduotė jau sunkiai beišgali. Žmogus Visatoje nukeliauti gali ne taip jau toli.

Vidinės planetos: Merkurijus ir Venera

Vidinės planetos yra arčiau Saulės nei Žemė. Todėl jos niekada nematomos vidury nakties. Dėl šios priežasties Venera vadinama „Aušrine" arba „Vakarine". Merkurijus visuomet būna labai arti Saulės. Didžiausias kampinis nuotolis, kuriuo jis gali būti nutolęs nuo Saulės, yra 27 laipsniai. Tai reiškia, kad jis gali būti matomas tik prieš pat saulėtekį arba tuoj po saulėlydžio. Venera yra antrasis pagal ryškumą (po Mėnulio) vakaro ir ryto padangės objektas.



Merkurijaus paviršiaus dalis.

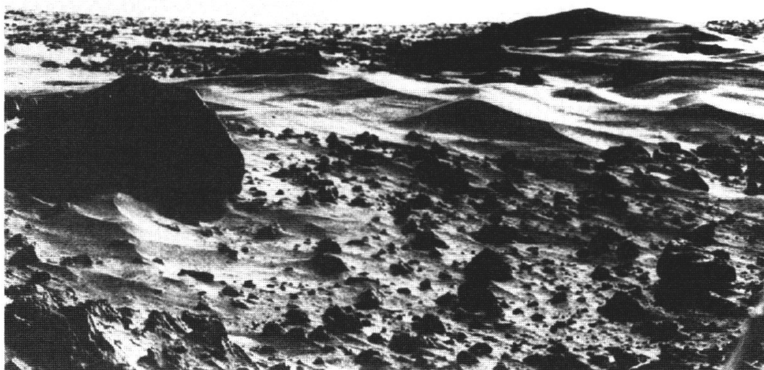
Venera gerai atspindi Saulės šviesą dėl to, kad ji apgaubta tirštu debesų sluoksniu. Kai Venera būna ryškiausia, ji gali būti matoma net ir dieną. Savo dydžiu ir sandara Venera labai primena Žemę, tačiau ji visiškai netinkama gyventi žmogui – be kita ko ir dėl to, kad jos temperatūra yra apie 500 laipsnių karščio. Kaip ir mūsų Mėnulis, Venera turi fazes.

Veneros paviršius iš arti. Matyti dalis nusileidusio kosminio aparato.

5. 737

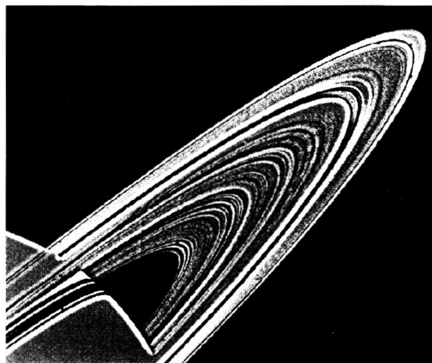
Išorinės planetos: Marsas, Jupiteris ir Saturnas

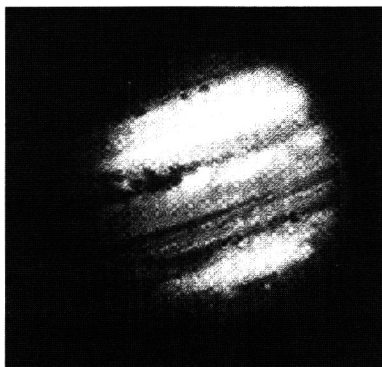
Išorinės planetos yra toliau nuo Saulės nei Žemė. Skirtingai nuo vidinių, išorines planetas tam tikru metų laiku galima matyti visą naktį. Dėl savo rausvos spalvos ypač lengvai atpažįstamas yra *Marsas.* Kai jis šviečia ryškiausiai, spindesiu jį pranoksta tik Venera. Marsas yra kiek mažesnis už Žemę. Temperatūra jame yra nuo +15 iki −125 laipsnių. Marso atmosfera labai reta, ir galimybės gyvybei ten itin menkos – be kita ko, ir dėl stipraus Saulės ultravioletinių spindulių poveikio.



Marso kraštovaizdis.

Jupiteris yra didžiausia Saulės sistemos planeta. Ji šviečia labai galingai, ir ją galima išvysti dažniau negu Venerą ar Marsą. Jupiterio masė daugiau nei dvigubai didesnė už visų kitų planetų masę kartu paėmus. Jį didele dalimi sudaro aukšto slėgio skystas vandenilis ir helis. Tai planeta, turinti daugiausiai palydovų. Palankiomis sąlygomis ne vieną iš jų galima matyti ir su paprastais žiūronais.



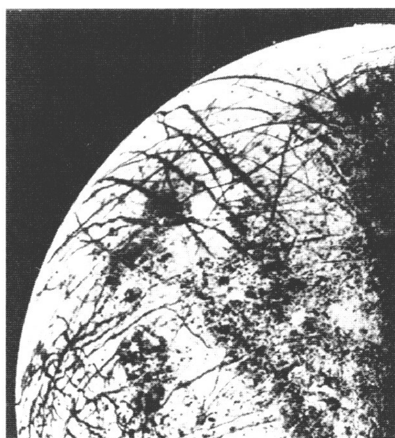


Kairėje – Saturno žiedai. Dešinėje – Jupiteris. Atkreipkite dėmesį į būdingą „raudonąją dėmę“ (tai didžiulis ciklonas, siaučiantis jau ne mažiau kaip 300 metų).

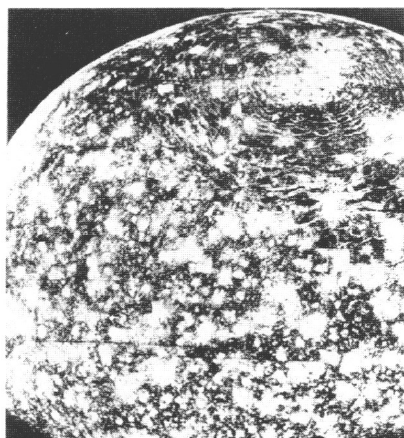
Saturnas yra tolimiausia iš nuo seno žinomų planetų. Kaip ir Jupiterį, ją sudaro daugiausiai skystas vandenilis bei helis. Saturnas šviečia pilkšvai ir kiek silpniau nei Jupiteris – mat Saturnas ir mažesnis už Jupiterį, ir yra toliau. Saturnui ypač būdingi jo žiedai. Jų aptikta beveik 1000, o didžiausius žiedus galima įžiūrėti net ir nedideliu teleskopu.

a)

b)



c)



d)

416 417 418

4.6. Kometos

Retsykiais galima matyti danguje pasirodant ir po kelių mėnesių vėl išnykstant „žvaigždę“ su ilga uodega. Tai vadinamoji *kometa*. Jau nuo

seniausių laikų yra duomenų apie stebėtas kometas. Praeityje kometos pasirodymą žmonės laikydavo perspėjimu apie dievų įsikišimu į žmogaus būtį, ir dažniausiai – grėsmingu perspėjimu. Nenuostabu, kad kometa – staiga pasirodydama ir būdama visiškai kitokia nei visa kita danguje – audrindavo žmogaus vaizduotę.

Dievų perspėjimas apie sausrą ar audrą, marą ar karą? Vesto kometa, stebėta 1926 m.

800 metų senumo gobeleno, kabančio Bajė (Bayeux) mieste, Prancūzijoje, fragmentas. Viršuje viduryje pavaizduota Halio kometa, kurios pasirodymas 1066 m. sukėlė didelį susidomėjimą ir išgąstį. Apačioje dešinėje sėdi karalius Haroldas, Anglijos valdovas, priimantis žinią apie kometą kaip grėsmingą perspėjimą. Tais pačiais metais Haroldas žuvo mūšyje ties Hastingsu nuo Vilhelmo Užkariautojo rankos.

Paprastai kometos matomos tik keletą dienų ar savaičių. Taip yra dėl to, kad kometos juda labai toli nusidriekusiomis elipsės formos orbitomis (žr. pav. 58 psl.). Žinomiausia yra *Halio kometa*. Jos judėjimo periodas – 76 metai. Apie Halio kometos stebėjimus žinoma jau nuo 240 m. pr. Kr. Paskutinį kartą ji buvo matoma 1986 m.

Kometos yra labai mažos masės ir mažo tankio objektai, bet įdomiausia yra jų milžiniškas dydis. Švytinti uodega gali būti ilgesnė nei atstumas nuo Žemės iki Saulės, o kometos galva – didesnė už Saulę. Bet kometos branduolys, vadinamas kometoidu, tebūna tik kelių ar keliasdešimties kilometrų skersmens. Dažnai jis apibūdinamas kaip „purvina sniego gniūžtė“, t. y. sniego ar ledo gabalas su įšalusiomis dulkėmis ir žvyru. Ledą ar sniegą sudaro ne tik sušalęs vanduo, bet ir sušalusios metano, amoniako ir kitokios dujos. Kol kometa toli nuo Saulės, ji išlieka šalta. Tačiau priartėjus prie Saulės, jos paviršius įšyla, ledas ima garuoti, virsti dujomis. Kartu išsilaisvina ir dulkės. Dujos ir dulkelės bei žvyras didžiuliu, tačiau labai išretėjusiu debesiu apgaubia kometos branduolį. Tai jos galva. Saulės spindulių sukeltas slėgis stumia galvos dulkeles tolyn nuo Saulės. Kartu jos iš inercijos tebeskrieja ta pačia kryptimi, kuria skrieja ir kometa. Todėl iš kometos galvos nusidriekia ilga išlinkusi dulkelių uodega, labai panaši į dūmų uodegą virš plaukiančio laivo. Dalį kometos galvos dujų Saulės spinduliai jonizuoja – iš dujų atomų atplėšia po elektroną. Tokios dujos pasidaro labai jautrios magnetinio lauko veikimui. O magnetinį lauką su savimi tempia vadinamasis Saulės vėjas – tūkstančių kilometrų per sekundę greičiu iš Saulės lekiantys protonai, elektronai, helio branduoliai. Šis Saulės vėjo nešamas magnetinis laukas tokiu pat greičiu išjudina ir kometos galvos dujas. Jos taip greitai lekia tiesiai tolyn nuo Saulės, kad jų sudaryta uodega išlieka tiesi – nespėja net išlinkti. Todėl daugelis kometų turi dvi uodegas – tiesią dujinę ir išlinkusią, sudarytą iš dulkelių. Jei kometos galvoje dulkių mažai, tai matyti tik tiesioji uodega. Galvos ir uodegos dulkės švyti dėl to, kad išsklaido jas apšvietusius Saulės spindulius. O dujos švyti pačios. Jų švytėjimą sužadina Saulės spinduliai, ypač ultravioletiniai.

Plika akimi, be žiūronų ar teleskopų, kometos matomos gana retai – kas keletą, o kartais ir kas keliasdešimt metų. Tačiau 1996 ir 1997 m. dvi labai šviesios kometos pasirodė pamečiui. Hyakutakio kometa buvo gerai matoma plika akimi 1996 m. kovo ir balandžio mėnesiais. Palaipsniui savo spindesiu ji ėmė prilygti šviesiausioms šiaurinio dangaus žvaigždėms, o jos melsva dujinė uodega per dangų nusidriekė net 20–30 laipsnių. Dar įspūdingiau atrodė Heilo ir Bopo kometa, kuri plika akimi buvo matoma

1997 m. vasario–gegužės mėn. Kovo ir balandžio mėn. savo didžiulės galvos spindesiu ji smarkiai pranoko šviesiausias viso dangaus žvaigždes, o dvi ilgos uodegos (melsva tiesi dujinė ir gelsva lenkta dulkinė) kėlė visų žmonių nuostabą.

Kiekvienąkart praskriejant pro Saulę, dalis kometos išgaruoja. Ilgainiui išgaruoja visa kometa, ir lieka tik dulkių ir žvyro debesis. Kai toks debesis patenka į Žemės atmosferą, jis gali sukelti „krintančių žvaigždžių" fejerverkus.

Medžio raižinys, vaizduojantis 1833 m. lapkritį praūžusį „krintančių žvaigždžių" lietų.

Kometos vadinamos jų atradėjų pavardėmis. Yra trys Lietuvos stebėtojų pavardėmis pavadintos kometos. Tai Černio ir Petrausko (1980 m.) kometa, Černio (1983 m.) kometa ir Černio, Kijučio ir Nekamuros kometa (1990 m. nepriklausomai atrasta lietuvio ir dviejų japonų).

4.7. Meteorai ir krintančios žvaigždės

Erdvėje tarp Marso ir Jupiterio yra daug apie Saulę skriejančių mažų planetų – *asteroidų*. Tik labai nedaugelio iš jų skersmuo yra didesnis nei 100 km. O mažiausieji – tai tik nedideli uolienos gabalai, dažnai net mažesni nei 1 mm skersmens. Dėl tarpusavio susidūrimų, taip pat dėl Marso ir Jupiterio traukos asteroidai nuolat nukrypsta nuo kurso. Dalis jų patenka į Žemės atmosferą. Čia jie dėl susidūrimų su oro molekulėmis per labai trumpą laiką netenka greičio, įkaista ir išgaruoja. Paliktų trumpai švytinčių garų pėdsakas vadinamas *krintančiąja žvaigžde*. Didesnieji asteroidai

kartais Žemės atmosferoje nespėja išgaruoti ir atsitrenkia į Žemės paviršių. Nukritę jie vadinami *meteoritais*. Kol jie lekia per atmosferą ir smarkiai garuoja, vadinami *bolidais*. Tuomet matyti skaisčiai švytintis, lyg ugninis garų kamuolys (bolido galva) ir ilga garų uodega, arti galvos dar karšta, švytinti, o toliau jau atvėsusi, tamsi. Taip pat girdėti įvairūs trenksmų garsai. Seniau žmonės sakydavo, esą jie matę skrendantį aitvarą.

Krintančios žvaigždės esti atsitiktinės, tolygiai pasirodančios per visus metus; būna ir pasirodančių tam tikru metų laiku tam tikromis kryptimis ištisų spiečių. Pavyzdžiui, krintančių žvaigždžių spiečius būna rugpjūčio 10 d. (vadinamosios *Švento Lauryno ašaros*). Manoma, kad jis atsiranda iš Persėjo žvaigždyno. Krintančių žvaigždžių spiečius kyla iš tokio meteoroidų spiečiaus, kurio kelias kerta Žemės orbitą. Kai kurių meteoroidų spiečių kelias sutampa su žinomų kometų orbitomis. Tai galbūt reiškia, kad jie kilę iš sunykusių kometų. Išėję į lauką giedrą žvaigždėtą vakarą ir turėdami truputį kantrybės, nesunkiai galite pamatyti krintančią žvaigždę.

5. Daugiau nei 13 milijonų medžiagų

Chemijos formulių kalba – tarptautinė kalba

об относительных объемах реагирующих газов, что видно из следующего примера:

	$2CO$ + O_2 = $2CO_2$		
Масса газа, г	56	32	88
Объем газа при нормальных условиях, л	44,8 (2 об.)	22,4 (1 об.)	44,8 (2 об.)

electrónica de la valencia, la *acción de base de una sustancia estriba en que puede captar protones de la molécula de agua*, y con ello da lugar a la formación de iones hidroxilo:

$$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$$

$$1\ C_3H_8(g) + 5\ O_2(g) \longrightarrow 3\ CO_2(g) + 4\ H_2O(l)$$

Dit kun je dus als volgt lezen:
1 mol C_3H_8 reageert (bij volledige verbranding) met 5 mol O_2.
Daaruit ontstaan 3 mol CO_2 en 4 mol H_2O.

Deux atomes d'hydrogène ou de chlore s'unissent de cette façon pour donner les molécules H_2 et Cl_2 :

$$H\bullet + \bullet H \rightarrow H:H$$

$$:\ddot{\underset{..}{Cl}}\bullet + \bullet\ddot{\underset{..}{Cl}}: \rightarrow :\ddot{\underset{..}{Cl}}:\ddot{\underset{..}{Cl}}:$$

Laboratorijoje anglies dvideginis gali būti gaunamas panardinant kreidą į druskos rūgšties tirpalą:

$$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2O + CO_2$$

Das Natrium, das nach Versuch 22 das Wasser zu Wasserstoff reduzierte, wird dabei selbst zu Natriumhydroxid oxydiert:

$$2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2$$

Reduktionsreaktionen spielen in der Chemie, vor allem in der chemischen Technologie, eine große Rolle. Fast alle Gebrauchsmetalle, wie Eisen, Aluminium,

Iki 1979 m. vasario chemikai buvo užregistravę 4 552 475 įvairius cheminius junginius. 1987 m. liepos mėn. šis skaičius jau buvo 8 427 000. Ir jis vis tebeauga! Šiuo metu užregistruota daugiau kaip 13 milijonų medžiagų. Šiame skyriuje sužinosime, kad tie milijonai įvairiausių medžiagų sudaryti iš daugiau kaip 100 vadinamųjų *cheminių elementų*, grupuojamų į tam tikras šeimas.

5.1. Ar egzistuoja atomai?

Saldu – tai, kas yra saldu, kartu – tai, kas yra kartu, šilta – tai, kas yra šilta, šalta – tai, kas yra šalta, spalva – tai, kas yra spalva. Bet iš tikrųjų tėra atomai ir tuščia erdvė. Kitaip sakant, dalykai, kuriuos suvokiame pojūčiais, tariame esant realiais ir kuriuos įprasta laikyti realiais, iš tikrųjų nėra tokie. Tik atomai ir tuščia erdvė yra realūs.

Demokritas*

Jau maždaug prieš 2400 metų graikų filosofai materiją įsivaizdavo esant sudarytą iš amžinų ir nedalių mažų dalelių – vadinamųjų *atomų*. Demokritas manė, jog egzistuoja daugybė įvairiausių atomų, besiskiriančių vienas nuo kito forma, dydžiu ir judėjimu, tačiau daugiau neturinčių jokių ypatybių. Antrinės ypatybės, tokios kaip spalva, kvapas, skonis ir kt., esą nepriskiriamos patiems atomams, o tik suvokiamos mūsų jutimo organais: akimis, nosimi. Iš tikrųjų ši pirminė graikų hipotezė apie atomus buvo tik išgalvota ir pernelyg nekonkreti, kad ja remiantis būtų buvę galima daryti *kiekybinius* apibendrinimus, vėliau patvirtinamus eksperimentais. Viduramžiais įsigalėjo nuomonė, kad visas medžiagas sudaro keli elementai, susiję tarpusavyje savo kokybinėmis savybėmis, todėl ši pirminė hipotezė nuėjo užmarštin, tačiau XVII a. ji vėl buvo prisiminta. Niutonas (1642–1727) atomus įsivaizdavo kaip mažus tamprius rutuliukus, tarp kurių veikia ir traukos, ir stūmos jėgos. Paskui atomų teorija buvo plėtojama ir fizikoje, ir chemijoje. Anglas Dž. Daltonas* atomo sąvoką susiejo su to laikmečio cheminio elemento apibrėžimu:

Cheminis elementas yra medžiaga, nesudaryta iš jokių kitų medžiagų.

Jis padarė prielaidą, kad yra tiek įvairių atomų, kiek ir cheminių elementų (auksas, sidabras, anglis, deguonis, ...). Taip pat buvo manoma, kad kurio nors vieno cheminio elemento visi atomai yra visiškai vienodi (ir ypač – kad jų savitoji masė tokia pati). Šios hipotezės paaiškino vis daugiau ir daugiau fizikinių ir cheminių reiškinių. Tačiau greitai paaiškėjo, kad atomai – jeigu jie iš viso egzistuoja – turi būti labai labai maži. Net ir stipriausiais optiniais mikroskopais *tiesiogiai* juos pamatyti buvo – ir yra – neįmanoma. Ar atomai „iš tikrųjų“ egzistuoja? (Juk jų nepamatysi!) O gal tai tik abstrakti, teorinė sąvoka, kuria „galima“ paaiškinti įvairius reiškinius? Tai tikrai rimtas klausimas. Tačiau XX a.

---

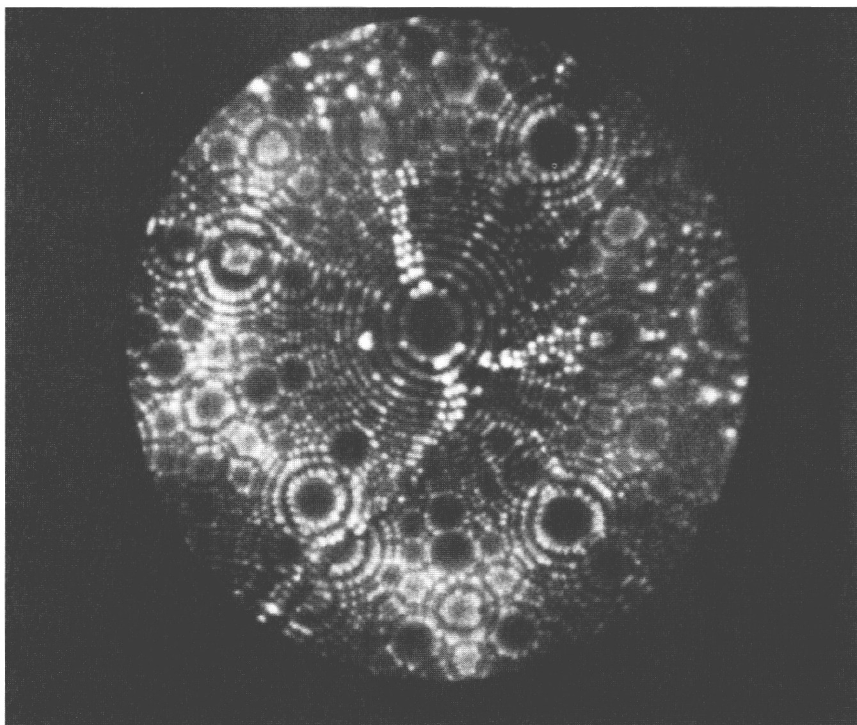
* *Demokritos* (460–370 m. pr. Kr.), senovės Graikijos filosofas.

* *John Dalton* (1766–1844), anglų fizikas ir chemikas.

pradžioje ir teoriniai, ir eksperimentiniai atomų realumo argumentai buvo tokie įtikinantys, kad galiausiai pasidavė ir paskutinieji skeptikai. *Visos* medžiagos (tiek negyvos, tiek ir gyvos) yra sudarytos iš atomų!

Jei dėl kokio nors baisaus atsitiktinumo būtų sunaikintos visos mokslo žinios ir tik viena iš jų galėtų būti perduota palikuonims, kuris, jūsų manymu, teiginys keliais žodžiais perteiktų daugiausiai informacijos? Aš tikiu, kad tai yra atominė teorija, jog visi kūnai sudaryti iš atomų – mažų dalelių, kurios nepaliaujamai juda viena apie kitą, traukdamos viena kitą, kai tarp jų yra nedidelis atstumas ir stumdamos viena kitą, kai yra susispaudusios. Kaip matote, šiame viename sakinyje yra milžiniškas informacijos kiekis apie pasaulį, tereikia tik pasitelkti šiek tiek vaizduotės.

R. P. Feinmanas*



Smarkiai padidintas metalinės adatos galiukas. Fotografuotas vaizdas gautas vadinamuoju elektroniniu (ne optiniu) mikroskopu. Kiekviena šviesos dėmelė nuotraukoje atitinka atomą ant adatos galiuko. Atomo skersmuo – 0,0000001 mm.

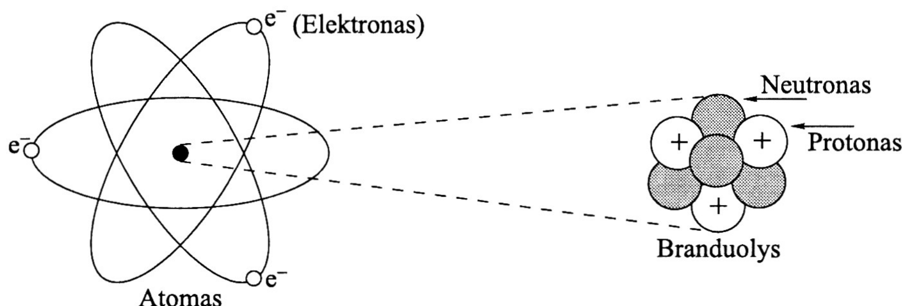
* *Richard P. Feynman* (1918–1988), amerikiečių fizikas.

5.2. Atomai

Daugybę mus supančių medžiagų sudaro daugiau nei 100 skirtingų elementų, vadinamų *cheminiais elementais.* Mažiausioji dalelė, turinti cheminio elemento savybes, vadinama *atomu.* Šiuolaikinės atomo sampratos užuomazga galėtume laikyti Rezerfordo* atradimą (1911 m.). Jis nustatė, kad atomas turi *branduolį,* apie kurį skrieja tam tikras skaičius *elektronų.* Tatai jis išsiaiškino iš radioaktyvaus šaltinio alfa dalelėmis (teigiamą krūvį turinčiais helio branduoliais) apšaudęs ploną aukso plėvelę. Didžiam jo nustebimui, kai kurios alfa dalelės, atsimušusios į aukso plėvelę, atšoko stačiai atgal. Savo nuostabą Rezerfordas išreiškė šiais žodžiais: „Tai beveik taip pat neįtikima, kaip kad šovus 15 colių skersmens (1 colis = 2,54 cm) sviediniu į rūkomojo popieriaus lakštą tikėtis, jog sviedinys atšoks ir pataikys į mus“. Rezerfordas manė, kad tokį atšokimą galima paaiškinti tiktai tarus, jog atomas centre turi mažą teigiamo krūvio branduolį. Teigiamą krūvį turinčiai alfa dalelei lekiant tiesiai į branduolį, sunkaus teigiamo krūvio branduolio elektrinės stūmos jėga atmuša alfa dalelę atgal.

Rezerfordo planetinis atomo modelis (1911 m.)

Rezerfordo nuomone, elektronus jų apskritiminėje orbitoje apie branduolį išlaiko elektrinė traukos jėga, kaip ir Saulę apie Žemę – visuotinės traukos jėga. Elektronai gali judėti įvairiausių spindulių apskritiminėmis orbitomis, ir iš principo elektrono orbitos spindulį galima pakeisti, tarkime, suteikus elektronui energijos, kaip kad galima pakeisti palydovo orbitą apie Žemę, jį „stumtelėjus“.



* *Ernest Rutherford* (1871–1937), amerikiečių fizikas, atomo ir atomo branduolio fizikos pradininkas.

Danų mokslininkai Nilsas Boras (1885–1962) ir jo sūnus Agė Boras (g. 1922), abu gavę Nobelio fizikos premiją.

Toliau Rezerfordo modelį plėtojo Nilsas Boras – remdamasis spektroskopiniais matavimais (žr. 10 skyrių), jis sukūrė savąjį atomo modelį. Pagal šį modelį, elektronas juda tam tikroje erdvėje, o jo buvimą galima išreikšti tikimybe: vienoje vietoje elektronas būna dažniau negu kitoje. Jei pažymėtume elektrono pasirodymą taškeliu, tai gautume į rūką panašų vaizdą: tirščiau prie branduolio, rečiau – pakraščiuose. Šiuolaikinė atomo samprata yra iš esmės identiška Nilso Boro atomo sampratai.

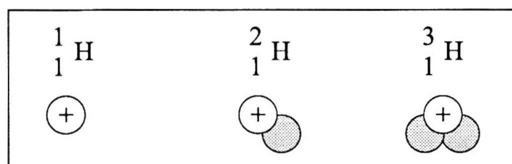
Atomą sudaro teigiamą krūvį turintis branduolys ir elektronų sistema. Lyginant su visu atomu, branduolys yra labai mažas. Atomas maždaug tiek kartų didesnis už savo branduolį, kiek futbolo aikštė didesnė už uodą. Nepaisant dydžių santykio, branduolyje sutelkta beveik visa atomo masė. Kiekvieno cheminio elemento atomo branduolyje yra tam tikras teigiamų elementariųjų krūvių skaičius. Šis skaičius vadinamas cheminio elemento *atominiu skaičiumi* ir žymimas Z. Gamtoje, kaip jau minėta, yra daugiau kaip 100 skirtingų cheminių elementų (Nr. 1 yra vandenilis, Nr. 2 – helis, ..., Nr. 92 yra uranas). Laboratorijose sukurta ir sunkesnių cheminių elementų (neptūnis, plutonis, ...), bet jie nėra stabilūs.

Kiekvienas cheminio elemento lotyniškas pavadinimas turi santrumpą, vadinamą cheminio elemento *cheminiu simboliu*, pavyzdžiui, hydrogen (H), oxygen (O), nitrogen (N), ferrum – Fe ir t.t. Knygos gale yra visų cheminių elementų sąrašas su atitinkamais cheminiais simboliais.

501 502

5.3. Atomo branduolys

Atomo branduolį sudaro kelių rūšių dalelės, iš kurių svarbiausios yra šios: teigiamą krūvį turintys *protonai* ir elektriškai neutralūs *neutronai.* Protonai ir neutronai vadinami bendru nukleonų vardu. Nukleonų skaičius branduolyje žymimas A. Kiekvienas protonas turi teigiamą elementarųjį krūvį, taigi protonų skaičius branduolyje atitinka atominį skaičių Z. O protono ir neutrono masė yra beveik tokia pati. Branduolyje juos sieja labai stiprios branduolinės sąveikos jėgos, pasireiškiančios tik branduolio ribose. Pasirodo, ne visų to paties cheminio elemento atomų masė vienoda. Taip yra todėl, kad vienodą skaičių protonų turintys atomai gali turėti įvairų neutronų skaičių. Tokie skirtingi variantai vadinami to elemento *izotopais.* Paprasčiausias cheminis elementas – vandenilis – turi tris izotopus: izotopas, kurio branduolį sudaro vienas protonas (lengvasis vandenilis), izotopas, kurio branduolį sudaro vienas protonas ir vienas neutronas (deuteris), ir izotopas, kurio branduolį sudaro vienas protonas ir du neutronai (tritis).



Bendru atveju izotopai užrašomi šitaip: $^{A}_{Z}X$, kur A yra nukleonų skaičius, X – elemento cheminis simbolis, o Z – protonų skaičius.

Cheminis elementas – tai medžiaga, kurios visų atomų branduoliai sudaryti iš vienodo skaičiaus protonų.

Gamtoje elementai dažniausiai esti kelių skirtingų izotopų mišinys. Vandenilis gamtoje sutinkamas kaip dviejų lengvesniųjų izotopų mišinys – 99,985% $^{1}_{1}H$ ir 0,015% $^{2}_{1}H$.

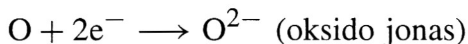
503

5.4. Jonai

Neutraliame atome apie branduolį yra tiek neigiamą krūvį turinčių elektronų, kad išorėje atomas yra elektriškai neutralus. Taigi elektronų ir protonų skaičius neutraliame atome yra toks pat. Vadinasi, apie cheminio elemento, kurio numeris Z, atomo branduolį skrieja Z elektronų.

Jei elektronų skaičius *didesnis* už Z, tai atomas yra *neigiamas*, – turime neigiamą *joną*. Pavyzdžiui:

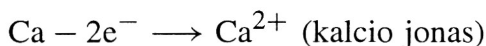
$$Cl + e^- \longrightarrow Cl^- \text{ (chlorido jonas)}$$



$$O + 2e^- \longrightarrow O^{2-} \text{ (oksido jonas)}$$

Jei elektronų skaičius *mažesnis* už Z, atomas yra *teigiamas*, – turime teigiamą *joną*. Pavyzdžiui:

$$Na - e^- \longrightarrow Na^+ \text{ (natrio jonas)}$$



$$Ca - 2e^- \longrightarrow Ca^{2+} \text{ (kalcio jonas)}$$

Atkreipkite dėmesį į tai, kad *vien tik* protonų skaičius lemia, kokį turime cheminį elementą. Jeigu pašalinsime vieną elektroną, pavyzdžiui, iš natrio atomo, tai vis tiek tebebus natris (tik dabar jau jonas).

Be aptartų *paprastųjų* jonų, gali susidaryti ir vadinamieji *sudėtiniai* jonai – keleto cheminių elementų jonai. Pavyzdžiui:

$$SO_4^{2-} = \text{sulfato jonas,} \qquad NO_3^- = \text{nitrato jonas.}$$

Jonas yra atomas arba atomų grupė su elektros krūviu, t. y. arba turinti elektronų perteklių, arba jų stokojanti.

504 505

5.5. Periodinė cheminių elementų lentelė

Apie du tūkstančius metų gamtos tyrinėtojai laikė savaime suprantamu dalyku, kad viskas pasaulyje susideda iš 4 pirminių elementų: oro, ugnies, žemės ir vandens.

Vėliau prie cheminių elementų buvo priskirti siera ir gyvsidabris. Alchemikai manė, kad vienus metalus gana nesunkiai galima paversti kitais – juk jie iš to paties žemės elemento. Tereikia rasti įrankį – filosofinį akmenį, kuriuo naudojantis auksą būtų galima gauti iš švino. Filosofinis akmuo leistų rasti viską tirpinantį skystį (įdomu, o kur tą skystį ketinta laikyti?), mėgintuvėlyje užauginti mažą žmogiuką – homunkulą,

o senatvę atitolinti jaunystės eliksyru. Didikų rūmuose visada eksperimentuodavo alchemikai, savo mįslingais užrašais įamžindavę atliktuosius eksperimentus. Tiesa, niekam taip ir nepasisekė rasti to filosofinio akmens. Teisybės dėlei reikia pasakyti, kad radioaktyvių reakcijų metu auksas gali būti gaunamas iš kitų metalų, bet jo kaina keliskart viršytų dabartinę. O ir mažą žmogiuką mėgintuvėlyje iš principo užauginti galima – tai padaryti įgalina genų inžinerijos metodai. Kiek blogiau su jaunystės eliksyru – lengvatikiai tebetiki juo iki šiol.

Šiaip ar taip, alchemijos periodas buvo reikšmingas savo eksperimentais. Kaupėsi galybė įvairių mokslinių rezultatų, kuriems reikėjo apibendrinimų. Buvo ieškoma būdų, kaip būtų galima sugrupuoti visus tuo metu žinotus cheminius elementus.

XVII ir XVIII a. mokslininkai ėmė savo teorijas grįsti jau ne vien tik pamąstymais; paaiškėjo, kad oras, ugnis, žemė ir vanduo nėra elementai. Buvo atrandama vis daugiau ir daugiau įvairių medžiagų, ir pasidarė sunku susigaudyti vis augančiame reakcijų ir junginių skaičiuje. Reikėjo sukurti sistemą, ir ji atsirado XIX a.

Jeigu surikiuotume cheminius elementus atominės masės didėjimo tvarka, tai tam tikrais intervalais aptiktume medžiagas, kurios cheminiu požiūriu yra panašios. Pavyzdžiui, vadinamosios *inertinės dujos* (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) yra panašios ir faktiškai nesudaro junginių su kitomis medžiagomis. Vadinamieji *šarminiai metalai* (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) panašūs, pavyzdžiui, tuo, jog visi jie palyginti lengvai atiduoda vieną elektroną.

Rusų chemikas D. Mendelejevas 1869 m. išdėstė tuo metu žinomus cheminius elementus į lentelę, susidedančią iš 8 grupių (žr. 80 psl.). Cheminių elementų seką (H, Li, Be, B, ...) sąlygojo jų *atominė masė,* o lentelė buvo sudaryta taip, kad kiekvienoje grupėje cheminiai elementai turėtų panašias fizines bei chemines savybes, pavyzdžiui, tokį pat gebėjimą sudaryti cheminius junginius su tomis pačiomis medžiagomis. Vienas iš didžiųjų Mendelejevo nuopelnų buvo tas, kad jis tam tikras (ir būtent tas, kurių reikėjo) vietas paliko tuščias. Tuščiose vietose, anot Mendelejevo, turėjo būti dar neatrasti cheminiai elementai. Ir dargi jų atominę

masę bei fizikines ir chemines savybes pagal tą jų padėtį lentelėje turėjo būti įmanoma nusakyti. Paaiškėjo, kad kvalifikuotiems Mendelejevo pranašavimams apie tokias iki tol nežinomas tam tikrų savybių medžiagas buvo lemta greitai išsipildyti.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
H Li	 Be	 B	 C	 N	 O	 F	
Na K	Mg Ca	Al -	Si Ti	P V	S Cr	Cl Mn	 Fe Co Ni Cu
(Cu) Rb	Zn Sr	- Y?	- Zr	As Nb	Se Mo	Br -	 Ru Rh Pd Ag
(Ag) Cs	Cd Ba	In -	Sn Ce	Sb -	Te -	I -	 - - - -
- -	- -	- -	- -	- Ta	- W	- -	 Os Ir Pt Au
(Au) -	Hg -	Tl -	Pb Th	Bi -	- U	- -	

Vienas iš ankstyvųjų Mendelejevo periodinės elementų sistemos (1869 *m.*) *variantų.*

Mendelejevo lentelė tapo pirmtake tos lentelės, kuria chemikai naudojasi ir šiandien. Joje cheminiai elementai išdėstyti pagal didėjantį atominį *skaičių,* taigi pagal protonų skaičių branduolyje. (Kadangi Mendelejevo laikais protonai, neutronai ir elektronai dar nebuvo žinomi, elementams savo lentelėje surikiuoti jis negalėjo pasinaudoti tuo, ką šiandien vadiname atominiu skaičiumi.) Ilga, daugiau kaip 100 cheminių elementų virtinė sudalyta į tam tikrus *periodus,* ir šie periodai išdėstyti vienas po kitu. Kiekvienas naujas periodas pradedamas iš naujos eilutės. Tokiu būdu kai kurie elementai atsiduria vienas po kitu, sudarydami chemiškai giminingų medžiagų *grupes.*

20 pirmųjų cheminių elementų paeiliui

H, He, Li, Be, B, C, N, O, F, Ne, Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar, K, Ca.

20 pirmųjų cheminių elementų, suskirstytų į grupes ir periodus

Grupės ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

Periodai →

H							He
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca						

Atkreipkite dėmesį į tai, kad kiekviena nauja eilutė pradedama nuo cheminio elemento, chemiškai panašaus į helį (He). Tikras stebuklas, bet panašūs yra ir elementai stulpeliuose! (Be, Mg, Ca, ... yra chemiškai giminingi ir t. t.). Kaip matyti (žr. žemiau), tiek nuo He iki Ne, tiek ir nuo Ne iki Ar yra šuolis per 8 atominius skaičius, tad juose ir 2-ame, ir 3-iame periode būtent ir yra po 8 elementus. Tačiau tolesniuose perioduose yra daugiau nei 8 elementai, ir todėl pradinėje lentelėje jiems nebėra vietos. Šitai išsprendžiama, tarp vadinamųjų *pagrindinių grupių* įterpiant *šalutines*.

Pagrindinės grupės

Pagrindinės grupės numeris:	I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII
1 periodas	1 **H**								2 **He**
2 periodas	3 **Li**	4 **Be**	---------	5 **B**	6 **C**	7 **N**	8 **O**	9 **F**	10 **Ne**
3 periodas	11 **Na**	12 **Mg**	---------	13 **Al**	14 **Si**	15 **P**	16 **S**	17 **Cl**	18 **Ar**
4 periodas	19 **K**	20 **Ca**	Įsiterpusios šalutinės grupės	31 **Ga**	32 **Ge**	33 **As**	34 **Se**	35 **Br**	36 **Kr**
5 periodas	37 **Rb**	38 **Sr**		49 **In**	50 **Sn**	51 **Sb**	52 **Te**	53 **I**	54 **Xe**
6 periodas	55 **Cs**	56 **Ba**		81 **Tl**	82 **Pb**	83 **Bi**	84 **Po**	85 **At**	86 **Rn**
7 periodas	87 **Fr**	88 **Ra**							

Jei medžiaga sudaryta tik iš to paties cheminio elemento atomų, ji vadinama *vienine medžiaga*.

6. 737

Dauguma vieninių medžiagų normaliomis sąlygomis yra kietosios medžiagos, tik dvi yra skysčiai (gyvsidabris ir bromas), o likusios – dujos.

506 507 508 509 510

Ta pati medžiaga (čia vanduo) esti trijų skirtingų būvių: kietojo (ledas), skystojo (vanduo) ir dujinio (garai).

Medžiagos periodinėje elementų lentelėje skirstomos į tris kategorijas: *metalus, nemetalus* ir *pusmetalius.*

Periodinėje elementų lentelėje metalai yra kairėje, nemetalai dešinėje, o pusmetaliai – tarp jų.

Žemiau pateiktoje lentelėje pažymėta, kur eina skiriamosios ribos.

Periodinė cheminių elementų lentelė

1 H														Nemetalai			2 He
3 Li	4 Be						Metalai					5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	89 Ac													Pusmetaliai		

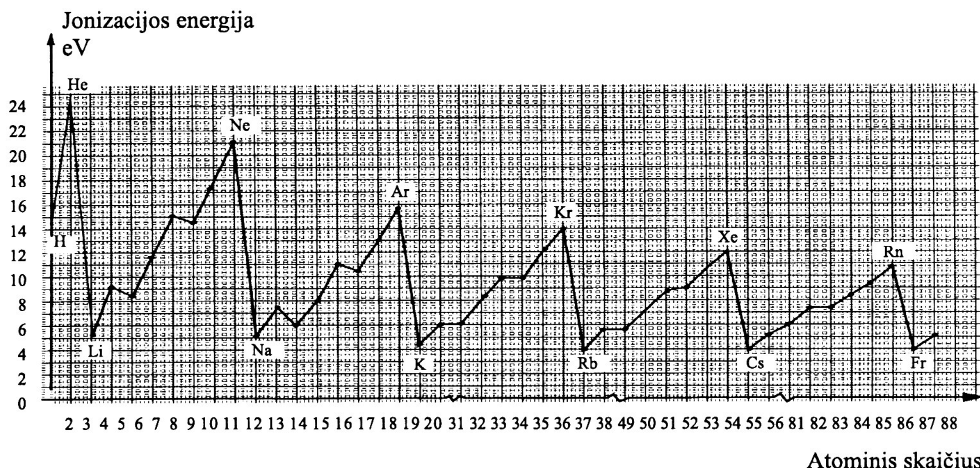
58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

Visi metalai pasižymi blizgesiu ir yra geri elektros laidininkai – tiek kietojo būvio, tiek ir išsilydę. Jie yra geri šilumos laidininkai ir netirpsta vandenyje. Nemetalai šiomis savybėmis nepasižymi, o pusmetalių savybės yra tarpinės. Nors dauguma cheminių elementų yra metalai, bet cheminiu požiūriu įdomiausi yra nemetalai. Pavyzdžiui, galima pastebėti, kad gyvybės „statybinės medžiagos", o būtent 6 cheminiai elementai – anglis, deguonis, vandenilis, azotas, fosforas ir siera – yra nemetalai. Ypač reikėtų atkreipti dėmesį, kad vandenilis (H) laikomas nemetalu, nors jis ir yra periodinės lentelės kairėje. Taip pat galima pastebėti, kad normaliomis sąlygomis tik nemetalų vieninės medžiagos yra dujos.

511

5.6. Kas yra periodiška periodinėje cheminių elementų sistemoje?

Išrikiavę – kaip ir šiuolaikinėje periodinėje elementų sistemoje – cheminius elementus atominio skaičiaus didėjimo tvarka, tam tikrais intervalais aptiktume cheminius elementus, kurie fizikiniu bei cheminiu požiūriu yra panašūs. Kaip pavyzdys, paveiksle žemiau horizontalioje ašyje iš eilės atidėti pagrindinių grupių cheminiai elementai, o vertikalioje ašyje – juos atitinkanti jonizacijos energija (žr. toliau). Gautasis grafikas aiškiai *periodinis*. Čia ypač išsiskiria elementai H, Li, Na, K, Rb, Cs, Fr kaip



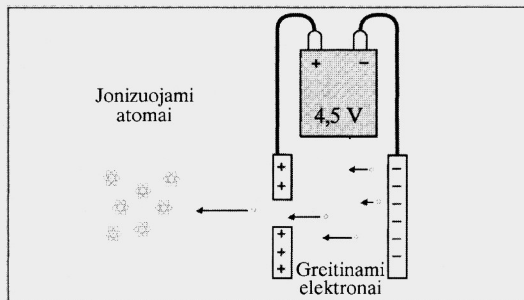
Periodinis pagrindinių grupių cheminių elementų jonizacijos energijos kitimas.

žemiausi taškai, o He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn – kaip viršūnės. Kaip jau minėta, periodinėje elementų sistemoje tokie giminingi elementai išdėstomi vienas po kitu vadinamosiomis grupėmis: H, Li, Na, K, Rb, Cs, Fr – kaip I pagrindinė grupė, o He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn – kaip VIII pagrindinė grupė (žr. periodinę cheminių elementų lentelę knygos gale).

Patyrinėję kitas chemines bei fizines savybes (tankį, lydymosi temperatūrą, atomų tūrį, ...) ir panašiai kaip čia sudarę jų kitimo grafiką, beveik visada gautume periodinį grafiką, tik neretai su kitomis pagrindinių elementų grupėmis žemiausiuose taškuose ir viršūnėse nei šiame pavyzdyje su jonizacijos energija.

Jonizacijos energija

Atomo *jonizacijos energija* yra mažiausia energija, reikalinga atplėšti nuo atomo vienam elektronui. Tada atomas virsta teigiamu jonu. Jonizuotą joną galima gauti, pavyzdžiui, apšaudant atomą elektronais. Tie elektronai įgyja greitį pralėkdami vakuume potencialinį lauką nuo neigiamą krūvį turinčios metalinės plokštelės iki teigiamos. Tarkime, pakankama energija, kurią reikia suteikti elektronams, kad būtų jonizuoti tam tikro cheminio elemento atomai, gaunama sudarius ne mažesnę kaip 4,5 V įtampą; tuomet sakoma, kad jonizacijos energija yra 4,5 elektronvoltai (eV).



512 513

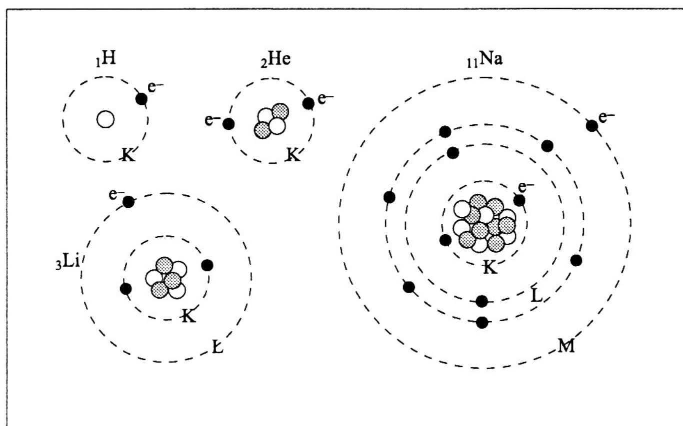
5.7. Kam reikalingi periodai?

Šiandien iš to, kaip mes suprantame atomo elektroninės sistemos struktūrą, yra įmanoma paaiškinti periodinę cheminių elementų sistemą. Kaip atome juda elektronai, tiksliai nusakyti remiantis šiuolaikine atomo samprata neimanoma, bet visai galima, pavyzdžiui, suskaičiuoti, kokiu atstumu nuo branduolio yra didžiausia tikimybė aptikti elektroną. Pasirodo, šie būdingi atstumai gali būti sugrupuoti į vadinamuosius *elektronų*

sluoksnius. Tame pačiame elektronų sluoksnyje būdingi atstumai beveik vienodi, tačiau nuo vieno sluoksnio iki kito yra palyginti nemažas nuotolis. Vidinis elektronų sluoksnis vadinamas *K-sluoksniu.* Čia yra vietos dviem elektronams. Kitame elektronų sluoksnyje – *L-sluoksnyje* – yra vietos 8 elektronams. Paskui eina *M-sluoksnis* ir *N-sluoksnis* su atitinkamai 18 ir 32 elektronais.

Elektronų sluoksnis Nr. 1	(K-sluoksnis):	2 elektronai
Elektronų sluoksnis Nr. 2	(L-sluoksnis):	8 elektronai
Elektronų sluoksnis Nr. 3	(M-sluoksnis):	18 elektronų
Elektronų sluoksnis Nr. 4	(N-sluoksnis):	32 elektronai

Dar tolesni elektronų sluoksniai atitinkamai vadinami *O-sluoksniu, P-sluoksniu* ir *Q-sluoksniu.*



Supaprastinti kai kurių atomų elektroninės struktūros modeliai.

To paties elektronų sluoksnio elektronai juda skirtingomis orbitomis (pavyzdžiui, vienas elektronas apskritimu, kitas – ištęsta elipsine orbita). Lengvuosiuose cheminiuose elementuose šitokias to paties elektronų sluoksnio orbitas atitinkančios energijos iš esmės yra beveik vienodos. Užtat pereinant iš vieno sluoksnio į kitą, įvyksta energijos šuolis. Juo didesnis elektronų sluoksnio numeris, tuo didesnė energija. Taigi didžiausios energijos elektronai yra labiausiai nuo branduolio nutolę elektronai. Atomų su daug elektronų ($Z > 18$) struktūra dar sudėtingesnė, ir čia elektronų sluoksnių energijos persikloja.

Tačiau nereikėtų manyti, kad elektronų judėjimas primena planetų judėjimą apie Saulę. Jeigu taip būtų, tai ilgainiui elektronai būtų pritraukti sunkesniojo branduolio ir nukristų į jį. Elektronų judėjimui aprašyti netinka klasikinės mechanikos dėsniai. Galima apskaičiuoti tik vietas,

kuriose būna elektronas. Tokios elektronų buvimo vietos vadinamos ne orbitomis, o orbitalėmis. Sakoma, kad elektronai yra orbitalėse. Vienoje orbitalėje gali būti tik du elektronai, be to, jie turi skirtis vienas nuo kito. Elektronai tarsi kokie mažyčiai vilkeliai sukasi, vieni į kairę, kiti – į dešinę. Tuo ir skiriasi tos pačios orbitalės elektronai. O orbitalės skiriasi savo energija (t. y. kokiu atstumu jos nutolusios nuo branduolio) bei forma.

Atomo elektronai juda žemiausias energijas atitinkančiose orbitalėse.

Taigi užsipildant atomui elektronais, tai vyksta tokiu būdu, kad elektronai išsidėsto mažiausių energijų orbitalėse (kaip kad statant namą pradedama nuo apatinių plytų). Pavyzdžiui: litis pagrindinėje būsenoje turės 2 elektronus K-sluoksnyje ir 1 elektroną L-sluoksnyje; natris turės 2 elektronus K-sluoksnyje, 8 elektronus L-sluoksnyje ir 1 elektroną M-sluoksnyje.

Viršutinis sluoksnis, kuriame dar yra elektronų, vadinamas *valentiniu*. Jame daugių daugiausia gali būti 8 elektronai (tačiau vandenilyje ir helyje viršutiniame sluoksnyje gali būti ne daugiau kaip 2 elektronai).

Z			K	L	M	N
1	Vandenilis	H	1			
2	Helis	He	2			
3	Litis	Li	2	1		
4	Berilis	Be	2	2		
5	Boras	B	2	3		
6	Anglis	C	2	4		
7	Azotas	N	2	5		
8	Deguonis	O	2	6		
9	Fluoras	F	2	7		
10	Neonas	Ne	2	8		
11	Natris	Na	2	8	1	
12	Magnis	Mg	2	8	2	
13	Aliuminis	Al	2	8	3	
14	Silicis	Si	2	8	4	
15	Fosforas	P	2	8	5	
16	Siera	S	2	8	6	
17	Chloras	Cl	2	8	7	
18	Argonas	Ar	2	8	8	
19	Kalis	K	2	8	8	1
20	Kalcis	Ca	2	8	8	2

Būtent valentinio sluoksnio elektronai lemia medžiagos chemines savybes, nes gilesnių elektronų sluoksnių elektronai yra pernelyg arti branduolio, kad galėtų jungtis su kitų atomų elektroninėmis sistemomis.

Sistemingai išdėstant cheminius elementus pagal didėjantį atominį skaičių (t. y. pagal didėjantį elektronų skaičių), galima gauti jų *elektroninę struktūrą* (elektronų pasiskirstymą elektronų sluoksniuose). Toliau pateiktas pirmųjų 20 cheminių elementų išdėstymas sluoksniais.

Atkreipkite dėmesį į elektroninių sluoksnių energijų persiklojimą, pavyzdžiui, kalio atome: N-sluoksnis pradedamas pildyti dar nebaigus pildyti M-sluoksnio. Čia laikomasi taisyklės, kad viršutiniame sluoksnyje gali būti ne daugiau kaip 8 elektronai. Kadangi – kaip jau minėta – viršutinio (valentinio) sluoksnio elektronai lemia medžiagos chemines savybes, cheminiai elementai išdėstomi taip, kad medžiagos, turinčios viršutiniame elektroniniame sluoksnyje vienodą elektronų skaičių, būtų viena po kita. Šitaip ir susidaro periodinė elementų sistema.

Pagrindinė grupė	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1 periodas	**H** 1							**He** 2
2 periodas	**Li** 2,1	**Be** 2,2	**B** 2,3	**C** 2,4	**N** 2,5	**O** 2,6	**F** 2,7	**Ne** 2,8
3 periodas	**Na** 2,8,1	**Mg** 2,8,2	**Al** 2,8,3	**Si** 2,8,4	**P** 2,8,5	**S** 2,8,6	**Cl** 2,8,7	**Ar** 2,8,8
4 periodas	**K** 2,8,8,1	**Ca** 2,8,8,2						

Cheminio elemento grupės numeris nurodo elektronų skaičių valentiniame sluoksnyje. Cheminio elemento periodo numeris nurodo valentinio sluoksnio numerį.

Nilsas Boras parodė sąryšį tarp atomo elektroninės struktūros ir cheminio elemento padėties periodinėje cheminėje elementų sistemoje. Be kita ko, ir šis jo įnašas į mokslą padėjo jam gauti Nobelio fizikos premiją 1922 m. Knygos gale pateiktas dabartinis cheminių elementų išdėstymas.

514

5.8. Okteto taisyklė. Jonų susidarymas

Kaip jau buvo minėta, VIII pagrindinės grupės medžiagos vadinamos *inertinėmis dujomis.* Visos jos (išskyrus He) *valentiniame sluoksnyje* turi

po 8 elektronus. Inertinės dujos yra labai neaktyvios medžiagos. Tai reiškia, kad jos sunkiai reaguoja su kitomis medžiagomis. Taigi inertinių dujų struktūra yra itin stabili. Pasirodo, kad kitų grupių atomai arba atiduodami, arba prisijungdami elektronus siekia įgyti tokią pat elektroninę struktūrą, kaip ir inertinių dujų. Kadangi dauguma atvejų tai reiškia, kad atomai išoriniame sluoksnyje siekia turėti 8 elektronus, tai ši taisyklė vadinama *okteto taisykle* (lot. *octo* reiškia aštuonis).

Visos I pagrindinės grupės medžiagos išoriniame elektroniniame sluoksnyje turi po 1 elektroną ir daugiausia po 8 – priešpaskutiniame (vandenilis ir litis yra išimtis). Dėl to šios medžiagos yra ypač linkusios sudaryti *vienelektronio ryšio krūvio teigiamus jonus*, kadangi tuo jos įgyja tokią pat elektroninę struktūrą, kaip ir inertinės dujos. Tie teigiami jonai, kurie gali susidaryti iš I pagrindinės grupės medžiagų, yra šie: H^+, Li^+, Na^+, K^+, ... Atitinkamai iš II pagrindinės grupės medžiagų susidaro *dvigubo ryšio krūvio teigiami jonai*: Be^{2+}, Mg^{2+}, Ca^{2+}, ... VII pagrindinės grupės medžiagos išoriniame sluoksnyje turi po 7 elektronus. Tai reiškia, kad jos lengvai virsta *vienelektronio ryšio krūvio neigiamais jonais* F^-, Cl^-, . . . , kadangi taip išoriniame sluoksnyje įgyja 8 elektronus. Atitinkamai VI pagrindinės grupės medžiagų atomai virsta *dvigubo ryšio krūvio neigiamais jonais* O^{2-}, S^{2-}, ...

Pagrindinių grupių cheminiai elementai, sudarantys jonus pagal okteto taisyklę

Teigiami jonai				Neigiami jonai			Inertinės dujos
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
H^+							He
Li^+	Be^{2+}	B^{3+}		N^{3-}	O^{2-}	F^-	Ne
Na^+	Mg^{2+}	Al^{3+}		P^{3-}	S^{2-}	Cl^-	Ar
K^+	Ca^{2+}				Se^{2-}	Br^-	Kr
Rb^+	Sr^{2+}					I^-	Xe
Cs^+	Ba^{2+}						Rn

Dauguma pagrindinių grupių cheminių elementų sudaro jonus pagal okteto taisyklę. Atkreipkite dėmesį, kad metalai virsta teigiamais jonais.

Su šalutinėmis grupėmis yra sudėtingiau. Būdingi šalutinių grupių medžiagų, nesilaikančių okteto taisyklės, pavyzdžiai yra Ag^{+} ir Zn^{2+}.

Šalutinėse grupėse yra ir tokių cheminių elementų, kurie gali virsti *skirtingų* krūvių jonais.

Pavyzdžiui:

Cu^{+} vario(I) jonas Cu^{2+} vario(II) jonas
Fe^{2+} geležies(II) jonas Fe^{3+} geležies(III) jonas

Jei kokio nors cheminio elemento jonai cheminiuose junginiuose esti vienokio arba kitokio krūvio, tai paprastai tos medžiagos turi ir skirtingas savybes. Pavyzdžiui, vario(I) sulfatas yra pilkas, o vario(II) sulfatas – mėlynas; geležies(II) oksidas – juodas, o geležies(III) oksidas – raudonai rudas.

Jonai, kurių formules ir pavadinimus verta įsiminti

Jonai	Dariniai	Jonai	Dariniai
O^{2-}	deguonies	HCO_3^-	hidrokarbonato
Cl^-	chloro	OH^-	hidroksido
NO_3^-	nitrato	CH_3COO^-	acetato
PO_4^{3-}	fosfato	NH_4^+	amonio
SO_4^{2-}	sulfato	S^{2-}	sieros
CO_3^{2-}	karbonato		

515 516

5.9. Valgomoji druska yra druska

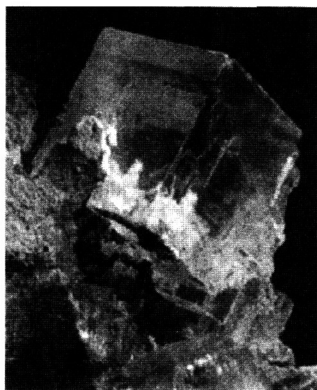
Natris yra minkštas, sidabriškai baltas metalas, audringai reaguojantis su vandeniu. Chloras yra žalsvos dujos, be kita ko, Pirmajame pasauliniame kare vartotos kaip nuodingosios dujos. O cheminis natrio ir chloro junginys yra balta kristalinė visiškai nepavojinga medžiaga, būtent – paprasčiausia valgomoji druska. Cheminio junginio savybės dažniausiai yra visiškai skirtingos nuo savybių tų atomų, iš kurių junginys sudarytas. Nustatyta, kad natrio chloridas susideda iš natrio (Na^{+}) ir chlorido (Cl^{-}) jonų, išsidėsčiusių kristaline gardele. Kiekvieną natrio joną supa 6 chlorido jonai, o kiekvienas chlorido jonas turi 6 kaimynus – 6 natrio

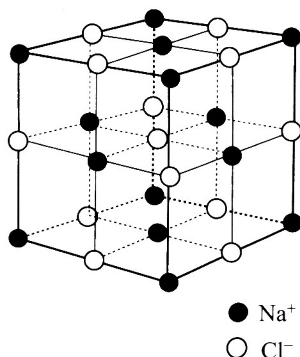
jonus. Kristalas laikosi tarp teigiamų Na^+ ir neigiamų Cl^- jonų veikiant elektrinės traukos jėgoms.

Natrio chlorido formulė užrašoma trumpai: NaCl. Ši formulė *nereiškia*, kad kiekvienas natrio jonas yra surištas būtent su vienu chloro jonu, o tik kad Na^+ ir Cl^- įeina į didelę jonų gardelę, kur abiejų rūšių jonų yra po vienodai.

Kaip kitą joninės gardelės pavyzdį panagrinėsime magnio chloridą – $MgCl_2$. Formulė byloja, kad gardelės jonai yra magnio (Mg^{2+}) ir chloro (Cl^-) jonai ir kad kiekvienam magnio jonui tenka 2 chloro jonai. Atkreipkite dėmesį, kad skaičiukas 2 galioja tik Cl, bet ne Mg.

Magnio chlorido formulė yra $MgCl_2$ (o ne, tarkim, MgCl) dėl to, kad dvigubo ryšio krūvio jonai Mg^{2+} taip turi susidėti su vienelektronio ryšio krūvio jonais Cl^-, kad rezultatas būtų elektriškai neutralus (o norint elektriškai neutralizuoti vieną Mg^{2+}, reikalingi du neigiami Cl^-).





NaCl ir $MgCl_2$ yra pavyzdžiai to, kas chemijoje vadinama *druska.* Druskos yra sudarytos iš gardele išsidėsčiusių jonų, taigi jos yra joniniai junginiai.

Pavyzdys: Druskos

Kalcio oksidas CaO
Magnio nitratas $Mg(NO_3)_2$
Sidabro sulfatas Ag_2SO_4
Kalio hidroksidas KOH
Amonio chloridas NH_4Cl
Ličio sulfidas Li_2S
Bario chloridas $BaCl_2$
Kalcio fosfatas $Ca_3(PO_4)_2$
Bario karbonatas $BaCO_3$
Natrio acetatas $Na(CH_3COO)$
Natrio hidrokarbonatas $NaHCO_3$

Atkreipkite dėmesį į tai, kad visi išvardytieji pavyzdžiai yra metalo ir dar ko nors, kas nėra metalas, junginiai. Beje, čia NH_4^+ laikomas metalo jonu.

Namų ūkio prekės, kuriose yra druskų.

517 518

5.10. Molekulės

Dauguma medžiagų nėra nei druskos, nei sudarytos iš pavienių atomų. Jos sudarytos iš *molekulių* – atomų grupių.

Pavyzdžiui, vandens molekulė H_2O sudaryta iš 2 vandenilio ir 1 deguonies atomo; cukraus molekulė $C_{12}H_{22}O_{11}$ sudaryta iš 12 anglies, 22 vandenilio ir 11 deguonies atomų; sieros rūgšties molekulė H_2SO_4 sudaryta iš 2 vandenilio, 1 sieros ir 4 deguonies atomų; deguonies molekulė O_2 sudaryta iš 2 deguonies atomų.

Molekulė yra mažiausia būdinga tai medžiagai atomų grupė, mažiausia medžiagos dalelė.

Tarkime, jeigu suskaldysime H_2O molekulę, tai jau nebebus vanduo, o vandenilis ir deguonis. Skaičiukas 2 vandens molekulės cheminiame simbolyje byloja, kad vandens molekulėje yra būtent du H atomai (bei vienas O atomas). Parašius formulėje H_2O skaičiuką 2 ir po O, t. y. H_2O_2, tai jau nebebus vanduo. Šiuo atveju kiekvienoje molekulėje bus po lygiai H ir O atomų (o būtent – po du), ir mes turėsime visai kitų savybių skystį nei vanduo – vandenilio peroksidą, balinančią medžiagą. O parašius formulėje H_2O dvejetą priešais ($2H_2O$), tai tebebus vanduo, tik dabar čia bus dvi vandens molekulės.

519 *Namų ūkio prekės, kurios sudarytos iš molekulių.*

5.11. Kovalentiniai ryšiai

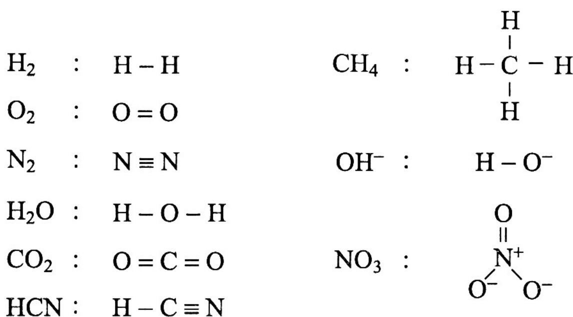
Joniniuose junginiuose (druskose) jonus sieja elektrinės traukos jėgos. Molekulėse ir sudėtiniuose jonuose, kai kuriems elektronams veikiant kaip tarpatominiams „klijams“, pasireiškia kitokio pobūdžio cheminiai ryšiai. Tie „rišantieji elektronai“ veikia poromis, ir tokia „klijuojanti“ elektronų pora vadinama *kovalentiniu ryšiu.*

Esant kovalentinei jungčiai, atomai „dalijasi“ ta elektronų pora – kiekvienam atomui, taip sakant, iš bendros krūvos tenka po vieną elektroną. Kartais tarp dviejų atomų būna dvi (ir netgi trys) „klijuojančios“ elektronų poros. Tai vadinama atitinkamai *dvigubu* ir *trigubu ryšiu.*

Šiose *struktūrinėse formulėse* kiekvienas brūkšnys reiškia kovalentinę jungtį (t. y. „klijuojančią“ elektronų porą).

Kiekvienas iš atomo išvestas brūkšnys duoda atomui papildomą elektroną valentiniame sluoksnyje.

Kovalentinių ryšių pavyzdžiai

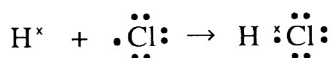


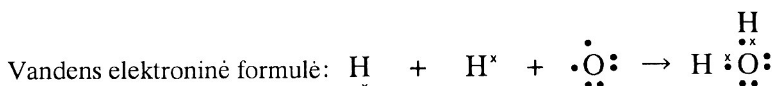
H_2 :	$H-H$	CH_4 :	$H-C-H$ (C jungiasi dar su dviem H: viršuje ir apačioje)
O_2 :	$O=O$		
N_2 :	$N\equiv N$	OH^- :	$H-O^-$
H_2O :	$H-O-H$		
CO_2 :	$O=C=O$	NO_3 :	N^+ su $=O$ viršuje ir dviem $-O^-$ apačioje
HCN :	$H-C\equiv N$		

Daugumą kovalentinių junginių galima paaiškinti okteto taisykle. Kaip pavyzdį panagrinėsime HCl, kurio struktūrinė formulė yra H–Cl. Čia H gauna papildomą (dalybų) elektroną valentiniame sluoksnyje (čia K-sluoksnyje) ir tada įgyja tokią pat elektroninę struktūrą kaip helio (He), tai yra, inertinių dujų struktūrą. Cl taip pat gauna papildomą (dalybų) elektroną valentiniame sluoksnyje (čia M-sluoksnyje) ir tada įgyja tokią pat elektroninę struktūrą kaip argono (Ar), tai yra inertinių dujų struktūrą.

Kovalentinę jungtį galima pailiustruoti ir *elektronine formule:* apie cheminį simbolį kaip taškeliai (arba kryželiai) sudėliojami *valentiniai* elektronai, pvz. H$^{\times}$ arba •C̈l: .

Čia pasidaro aišku, jog po vieną neporinį elektroną atidavę į bendrą krūvą, ir H, ir Cl įgyja inertinių dujų struktūrą:



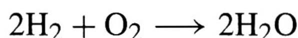


520 521

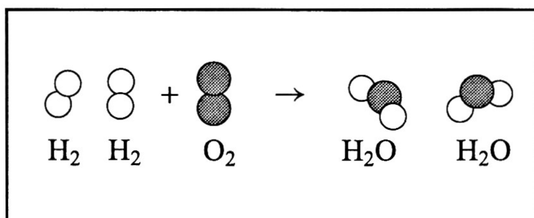
6. Cheminės reakcijos

6.1. Reakcijų lygtys

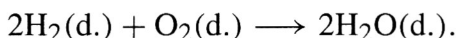
Mus supančios medžiagos nuolat kinta. Pavyzdžiui, rūdija automobiliai, žaliuoja variniai stogai, tamsėja ir praranda blizgesį sidabriniai indai ir t. t. Tokio pobūdžio medžiagų pakitimai vyksta dėl cheminių reakcijų. Medžiagų virsmai vykstant cheminėms reakcijoms gali būti užrašomi *reakcijų lygtimis,* nurodančiomis reaguojančias ir susidarančias medžiagas. Reakcijos strėliukė rodo, kokia kryptimi vyksta reakcija. Pavyzdžiui, reakcijos lygtis



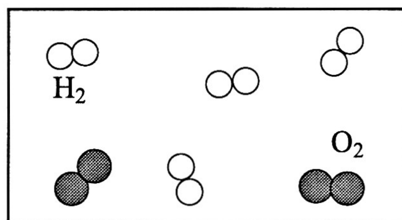
$$2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$$



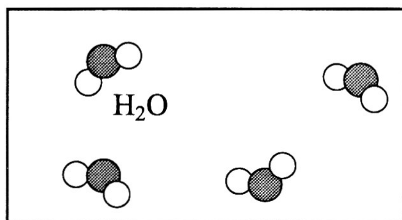
rodo, kad 2 vandenilio molekulės reaguoja su 1 deguonies molekule ir susidaro 2 vandens molekulės. Ši reakcijos lygtis aprašo, kas vyksta, palankiomis sąlygomis sumaišius deguonį su vandeniliu. Susidaro vandens garai. Norint parodyti, kad čia kalbama apie dujas, dažnai reakcijos lygtis užrašoma šitaip:



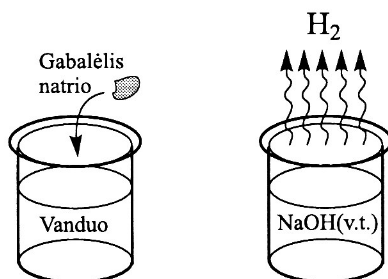
$$2H_2(d.) + O_2(d.) \longrightarrow 2H_2O(d.).$$



Vandenilio ir deguonies mišinys inde prieš reakciją.

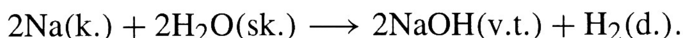


Vandens garai mėgintuvėlyje po reakcijos.



Įmetus gabalėlį natrio į vandenį, išsiskiria vandenilis.

Kietoji medžiaga (natris) įmetama į *skystį* (vandenį) ir išsiskiria *dujos* (vandenilis), o mėgintuvėlyje lieka joninio junginio *tirpalas* (natrio hidroksidas). Reakcija užrašoma šitaip:



$$2\text{Na(k.)} + 2\text{H}_2\text{O(sk.)} \longrightarrow 2\text{NaOH(v.t.)} + \text{H}_2\text{(d.)}.$$

Kietoji medžiaga:	Na(k.)	k. = kietoji medžiaga
Skystoji medžiaga:	H_2O(sk.)	sk. = skystis
Dujinė medžiaga:	H_2(d.)	d. = dujos
Ištirpusi vandenyje:	NaOH(v.t.)	v.t. = vandens tirpalas

Taigi užrašai H_2O(k.), H_2O(sk.) ir H_2O(d.) reiškia atitinkamai ledą, vandenį ir garus. NaOH(k.) ir NaOH(v.t.) skiriasi tuo, kad NaOH(k.) yra kieta balta medžiaga, o NaOH(v.t.) – ta pati medžiaga, ištirpusi vandenyje.

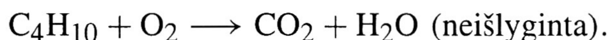
Visoms cheminėms reakcijoms galioja tokios taisyklės:

1. Visų rūšių atomų skaičius prieš ir po reakcijos yra vienodas.
2. Jeigu reakcijoje dalyvauja ir jonai, tai *bendras* jonų krūvis prieš ir po reakcijos yra vienodas.

Norint teisingai užrašyti reakcijos lygtį, visų pirma reikia įsitikinti, ar teisingos reakcijoje dalyvaujančių medžiagų formulės, o po to žiūrėti, kad būtų patenkintos 1 ir 2 taisyklės. Tai atliekama prieš cheminių junginių formules parašant tinkamus sveikuosius skaičius (koeficientus). Sakoma, kad šitaip reakcijos lygtis *išlyginama*.

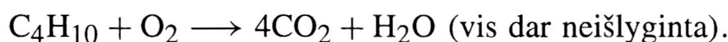
Pavyzdys

Žiebtuvėliai dažniausiai užpildomi butano dujomis (C_4H_{10}). Uždegus žiebtuvėlį, butanas reaguoja su ore esančiu deguonimi (O_2), ir susidaro anglies dioksidas (CO_2) bei vandens garai (H_2O):



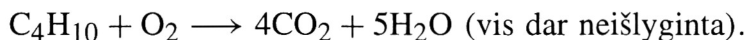
$$C_4H_{10} + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O \text{ (neišlyginta).}$$

Išlyginant negalima keisti nė vienos iš formulių C_4H_{10}, O_2, CO_2, H_2O – juk jos žymi nagrinėjamoje reakcijoje dalyvaujančias medžiagas. Kadangi kairėje pusėje yra 4 C atomai, tiek pat jų turi būti ir dešinėje:



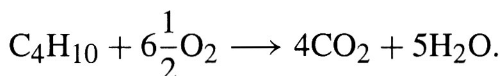
$$C_4H_{10} + O_2 \longrightarrow 4CO_2 + H_2O \text{ (vis dar neišlyginta).}$$

Kadangi kairėje pusėje yra 10 H atomų, tiek pat jų turi būti ir dešinėje:



$$C_4H_{10} + O_2 \longrightarrow 4CO_2 + 5H_2O \text{ (vis dar neišlyginta).}$$

Dabar galima išlyginti ir O atomų skaičių (po 13 atomų kiekvienoje pusėje):



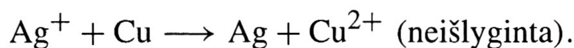
$$C_4H_{10} + 6\frac{1}{2}O_2 \longrightarrow 4CO_2 + 5H_2O.$$

Kad gautume sveikuosius skaičius, viską padauginame iš 2:

$$2C_4H_{10} + 13O_2 \longrightarrow 8CO_2 + 10H_2O \text{ (išlyginta).}$$

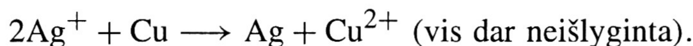
Pavyzdys

Panagrinėkime reakcijos lygties, kurioje yra jonų, išlyginimo pavyzdį:



$$Ag^+ + Cu \longrightarrow Ag + Cu^{2+} \text{ (neišlyginta).}$$

Kadangi dešinėje pusėje yra 2 teigiami elementarieji krūviai, tai 2 teigiami elementarieji krūviai turi būti ir kairėje:

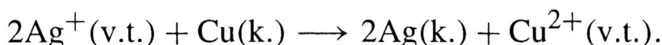


$$2Ag^+ + Cu \longrightarrow Ag + Cu^{2+} \text{ (vis dar neišlyginta).}$$

Dabar krūviai jau sutampa, tačiau dešinėje pusėje dar trūksta 1 sidabro atomo:

$$2Ag^+ + Cu \longrightarrow 2Ag + Cu^{2+} \text{ (išlyginta).}$$

Užrašę medžiagų būvius, gauname:



$$2Ag^{+}(v.t.) + Cu(k.) \longrightarrow 2Ag(k.) + Cu^{2+}(v.t.).$$

Reakcijos lygtį užrašius pastaruoju pavidalu, pasidaro daug lengviau įžvelgti, kokią situaciją ta reakcijos lygtis aprašo. Ji yra tokia.

Įmetus gabalėlį vario į sidabro jonų turintį vandens tirpalą, ant vario nusėda sidabro kristalėliai, o vanduo prisipildo vario(II) jonų. Tai galima nustatyti iš tirpalo pamėlynavimo – mėlyna spalva atsiranda dėl Cu^{2+}(v.t.) jonų.

601

6.2. Degimo reakcijos

Degant vyksta reakcija tarp medžiagos ir deguonies. Paprastai tai būna atmosferos ore esantis deguonis. Degimo reakcijoms būdinga tai, kad degimo metu išsiskiria nemažas energijos kiekis.

Kaip pavyzdį galima paminėti metano CH_4 – pagrindinio gamtinių dujų komponento – degimą.

Degimui vykstant iki galo turime:

$$2CH_4(d.) + 4O_2(d.) \longrightarrow 2CO_2(d.) + 4H_2O(d.) + \text{energija}.$$

Iki galo nesudegus:

$$2CH_4(d.) + 3O_2(d.) \longrightarrow 2CO(d.) + 4H_2O(d.) + \text{energija}.$$

Vykstant anglies junginių degimui iki galo, visa anglis susijungia į CO_2. Iš reakcijos lygties matyti, jog vykstant tokiam degimui, vienai CH_4 molekulei sunaudojama dvi O_2 molekulės, o iki galo nesudegus, kiekvienai CH_4 molekulei tesunaudojama 1,5 O_2 molekulės.

Tam, kad degimas vyktų iki galo, turi būti pakankamai deguonies (reikia, kad būtų pakankamai oro). Jei trūksta deguonies, matyti rūkstanti liepsna. Tokio degimo metu atsiranda anglies, kuri įkaitusi švyti. Įkišus į liepsną šaltą daiktą arba laikant jį virš liepsnos, matyti, kad susidaro suodžiai – smulkios anglies dalelės. Šiuo atveju reakcijos lygtis gali būti užrašyta taip.

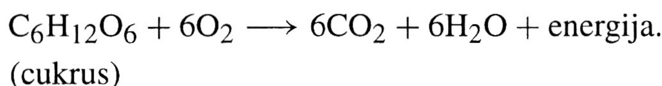
7. 737

Iki galo nesudegus:

$$2CH_4(d.) + 2O_2(d.) \longrightarrow 2C(k.) + 4H_2O(d.) + \text{energija.}$$

602 603

Degimo reakcijos dar vadinamos oksidacijos reakcijomis. Degant išsiskiria šviesa ir šiluma, t. y. atsiranda energija. Tačiau gali būti ir kitokia oksidacija, kurios metu liepsnos nematyti, bet cheminiu požiūriu ji vyksta taip, kaip degimas. Tokios yra puvimo reakcijos, kurių metu išsiskiria daug šilumos. Panašus į degimą yra organinių medžiagų skaidymasis gyvuosiuose organizmuose. Šių reakcijų metu išsiskiria reikalinga energija. Žmonės ir gyvūnai energiją iš maisto gauna ląstelėse „degant“ angliavandeniams:



$$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \longrightarrow 6CO_2 + 6H_2O + \text{energija.}$$
(cukrus)

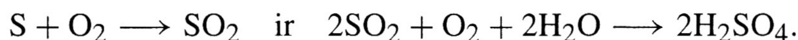
Dalis išsiskyrusios energijos sunaudojama palaikyti kūno temperatūrai, kuri esti apie 36,6 °C (gerokai aukštesnė nei aplinkos). Angliavandenių deginimas yra valdomas vyksmas – energija išsiskiria tik tada, kai jos reikia.

604

Degimo reakcijos taip pat reikalingos ir visuomenės poreikiams tenkinti – pavyzdžiui, šildyti būstams ar gaminti elektros energijai elektrinėse. Neatominėse elektrinėse kuras būna anglis arba nafta. Pagal vieną iš hipotezių, anglis yra kadaise sunykusių augalų, o nafta – gyvūnų liekanos. Taigi šios naudingosios iškasenos yra *organiniai* junginiai, t. y. cheminiai junginiai, į kuriuos įeina anglis. Jiems degant susidaro dideli anglies dioksido kiekiai, sukeliantys ekologinių problemų (vadinamąjį *šiltnamio efektą*).

Kadangi visuose gyvuosiuose organizmuose, kaip jau minėta, yra molekulių, į kurias įeina ir sieros atomų, tai anglyje ir naftoje taip pat yra daugiau ar mažiau sieros. Tad degimo metu išsiskiria SO_2, kuris atmosferoje reaguoja su deguonimi bei vandeniu ir susidaro, be kita ko, sieros rūgštis (H_2SO_4). Ji su krituliais sukelia *rūgščiuosius lietus*, niokiojančius pramoninius rajonus.

Minėtųjų reakcijų lygtys yra:



$$S + O_2 \longrightarrow SO_2 \quad \text{ir} \quad 2SO_2 + O_2 + 2H_2O \longrightarrow 2H_2SO_4.$$

Panašiai būna ir su anglyje bei naftoje esančiu azotu, tik čia galiausiai susidaro ne sieros, o azoto rūgštis (HNO_3).

605

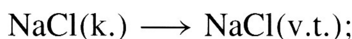
Anglies monoksidas

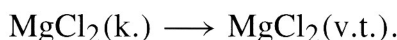
Jei degant naftai, angliai ar medžiui trūksta oro, tai vietoj CO_2 susidaro CO. Jau tūkstantmečius žinomos nelaimės, kurias sukelia anglies monoksido dujos (smalkės) CO. Šias dujas įkvėpti pavojinga, nes CO su hemoglobinu (raudonaisiais kraujo kūneliais, aprūpinančiais organizmą deguonimi) susijungia 200 kartų geriau nei deguonis. Jeigu prie hemoglobino prisijungia didelis kiekis CO, normalus kvėpavimo procesas sutrinka, ir žmogus iš pradžių nualpsta, o paskui miršta. Tokia nelaimė gali įvykti krosnimis šildomame name. Daug mirčių apsinuodijus CO įvyksta užvedus automobilį uždarame garaže. Automobilio išmetamosiose dujose yra apie 1,6% CO. Beje, cigarečių dūmuose yra net 2–8% CO.

6.3. Druskos (ir ne tik jos) vandenyje

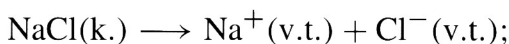
Jeigu druska patenka į vandenį, tai jos joninė gardelė gali visiškai ar iš dalies suirti. Teigiami ir neigiami jonai, anksčiau stabiliai buvę tam tikrose gardelės vietose, pasklinda ir laisvai juda vandenyje. Sakoma, kad druska tirpsta.

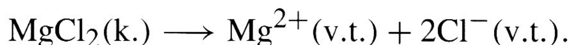
Pavyzdžiui:

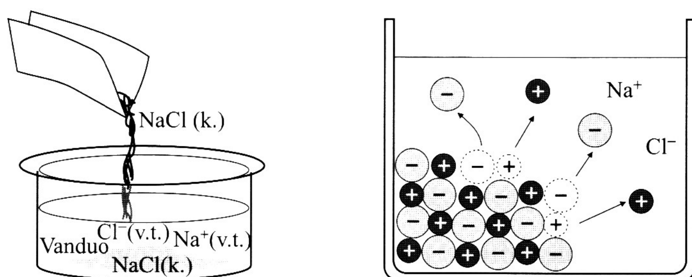

$$\mathrm{NaCl(k.)} \longrightarrow \mathrm{NaCl(v.t.)};$$


$$\mathrm{MgCl_2(k.)} \longrightarrow \mathrm{MgCl_2(v.t.)}.$$

Norint pabrėžti, kad druska vandenyje suyra į jonus, vietoj aukščiau pateikto užrašo dažnai rašoma šitaip:


$$\mathrm{NaCl(k.)} \longrightarrow \mathrm{Na^+(v.t.)} + \mathrm{Cl^-(v.t.)};$$


$$\mathrm{MgCl_2(k.)} \longrightarrow \mathrm{Mg^{2+}(v.t.)} + \mathrm{2Cl^-(v.t.)}.$$



Reakcijos $\mathrm{NaCl(k.)} \longrightarrow \mathrm{Na^+(v.t.)} + \mathrm{Cl^-(v.t.)}$ *iliustracija.*

Egzistuoja ribinis kiekvienos druskos kiekis gramais, galintis ištirpti 1 litre vandens konkrečioje temperatūroje.

Viršijus tą ribą, vanduo daugiau druskos netirpina. Jos perteklius nusėda ant dugno. Sakoma, kad tirpalas prisisotino.

Vandenyje gali tirpti ir kai kurie molekuliniai junginiai. Šiuo atveju vandenyje laisvai juda medžiagos molekulės.

Štai, pavyzdžiui, įdėjus į arbatą cukraus, jo kristalinės gardelės struktūra suyra ir tuomet paskiros cukraus molekulės gali laisvai judėti.

Kaip ir druskoms, gali būti ribinis iš molekulių sudarytos medžiagos kiekis gramais, galintis ištirpti, tarkim, 1 litre vandens esant duotai temperatūrai (ir slėgiui). Tirpalas gali prisisotinti. Pavyzdžiui, puodelyje arbatos neįmanoma ištirpinti labai didelio cukraus kiekio.

Kaip dujų tirpumo vandenyje pavyzdį galima paminėti deguonį. Jūrų bei ežerų vandenyje yra deguonies molekulių. Jos gyvybiškai būtinos žuvims ir vandens augalijai.

Kai kuriems molekuliniams junginiams tirpumo vandenyje ribos nėra. Pavyzdžiui, ir acetonas (C_3H_6O), ir alkoholis (C_2H_5OH) maišosi su vandeniu bet kokiu santykiu.

Burbuliukai

Vaisvandeniuose ir šampane paprastai yra ištirpinto anglies dioksido (CO_2). Kadangi slėgis užkimštame butelyje padidintas (apie 4 atm), gėrime galima ištirpinti daugiau CO_2 nei paprastai. Atkimšus butelį, slėgis jame sumažėja, ir skystis pasidaro persotintas anglies dioksido. CO_2 perteklius išsiskiria ne nuosėdomis, o kylančiais į viršų mažais burbuliukais.

Šis reiškinys ypač efektingas šampane. Čia slėgis yra dar didesnis (net kamštis iššauna!) ir todėl jame galima ištirpinti dar daugiau CO_2, kuris galiausiai šnypšdamas ir putodamas virsta burbuliukais.

Nardymo liga

Šiek tiek panašiai pasireiškia nardymo (kesoninė) liga. Kad didelis vandens slėgis nesugniuždytų naro plaučių, jis prie nugaros prisitvirtina oro balioną, iš kurio į plaučius paduodama papildomai oro. Taigi panėrus plaučiai oro gauna daugiau nei paprastai, todėl ir azoto (N_2) koncentracija padidėja. Dėl to kraujyje ištirpusio N_2 daugiau nei paprastai. Jeigu naras iškyla per greitai, slėgis staiga krinta, ir kraujas pasidaro persotintas N_2. Tas perteklius kraujyje sudaro mažus burbuliukus, ir tai gali turėti tragiškų pasekmių, kraujui tekant, pavyzdžiui, per smegenis ar širdį.

Prie tirpale pasklidusių molekulių ir jonų prisijungia vandens molekulės.

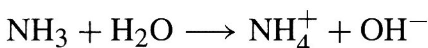
Skirtumas tarp, pavyzdžiui, ištirpusio deguonies ir į burbuliukus susitelkusio deguonies yra tas, kad tik ištirpusio deguonies molekulės būna apsuptos vandens molekulių.

Kai kurios iš tų vandens molekulių, kurios vandeniniame tirpale būna prikibusios prie druskos jonų, tirpalą išgarinus (t. y. išvirus vandenį) gali atsidurti vėl susidariusioje gardelinėje struktūroje. Sakoma, kad kristale yra *kristalizacinio vandens.* Kristalinė soda ($Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$) yra druskos, turinčios kristalizacinio vandens, pavyzdys. Formulė rodo, kad gardelėje kiekvienam karbonato jonui tenka 2 natrio jonai ir 10 vandens molekulių.

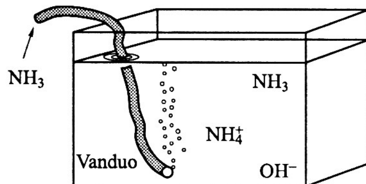
Kai kurios medžiagos godžiai sugeria vandenį, susidaro kristalohidratai. Jos naudojamos kaip džiovinimo priemonė (pvz., $CaCl_2$). Kristalizacinį vandenį dažniausiai galima pašalinti stipriai pakaitinus medžiagą, kai kada lydoma medžiaga ištirpsta savo kristalizaciniame vandenyje.

Daugeliu atvejų kai kurios ištirpusios medžiagos molekulės (arba druskos jonai) chemiškai reaguoja su vandeniu, sudarydamos naujas medžiagas.

Pavyzdys: Amoniako (NH_3) molekulės vandenyje

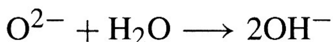


$$NH_3 + H_2O \longrightarrow NH_4^+ + OH^-$$

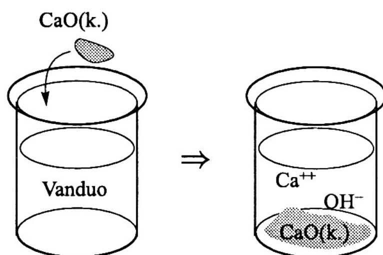


1 amoniako molekulė reaguoja su 1 vandens molekule, ir susidaro 1 amonio jonas (NH_4^+) ir 1 hidroksido jonas (OH^-). Taigi leisdami vandeniu NH_3 dujas, gausime ištirpusio amoniako molekulių, amonio jonų ir hidroksido jonų mišinį. Toks tirpalas vadinamas amoniakiniu vandeniu.

Pavyzdys: Deguonies jonai (O^{2-}) vandenyje

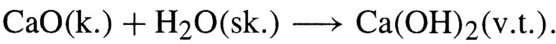


$$O^{2-} + H_2O \longrightarrow 2OH^-$$



1 deguonies jonas reaguoja su 1 vandens molekule, ir susidaro 2 hidroksido (OH^-) jonai.

Taigi įmetę į vandenį kietąją medžiagą – kalcio oksidą (CaO) – gautume kalcio hidroksido tirpalą. Reakciją galima užrašyti taip:



$$CaO(k.) + H_2O(sk.) \longrightarrow Ca(OH)_2(v.t.).$$

CaO vadinama degtomis kalkėmis, o gautasis tirpalas – gesintomis kalkėmis.

6.4. Tirpumo ribos

Kaip buvo minėta praeitame skyrelyje, daugeliui medžiagų egzistuoja riba, kiek tos medžiagos gali ištirpti, pavyzdžiui, 1 litre vandens. Ši riba (*medžiagos tirpumas*) dažnai nusakoma nurodant, kiek gramų medžiagos gali ištirpti 100 mℓ vandens.

Kai kurių medžiagų tirpumas kambario temperatūros vandenyje (gramais 100 mℓ vandens)

	$NaCl$	natrio chloridas	36
	KNO_3	kalio nitratas	37
Druskos	$NaOH$	natrio hidroksidas	109
	$PbCl_2$	švino chloridas	0,99
	$AgCl$	sidabro chloridas	0,0002
	NH_3	amoniakas	50
Dujos	CO_2	anglies dioksidas	0,17
(1 atm.)	N_2	azotas	0,0019
	O_2	deguonis	0,00091

Lentelėje pateiktų medžiagų tirpumas priklauso nuo temperatūros (o dujų – dar ir nuo slėgio).

Visoms dujoms galioja tai, kad kylant temperatūrai, jų tirpumas mažėja. Kaitinant iš skysčio galima išgauti jame ištirpusias dujas. Iš šilto limonado ar alaus dujos greitai išeina – gėrimas nusivadėja.

O su dauguma kietųjų kūnų ir skysčių yra atvirkščiai – tirpumas kylant temperatūrai didėja. Karštoje arbatoje galima ištirpinti daugiau cukraus nei šaltoje.

Laikant prisotintą druskos tirpalą inde, kuris nėra sandariai uždarytas, dalis vandens pamažu išgaruoja, ir tirpalui tapus persotintu, iškrinta nuosėdos.

Jos paprastai iškrinta ir ataušinus šiltą sotųjį druskos tirpalą, nes temperatūrai kintant, druskos tirpumas paprastai mažėja.

Tuo naudojamasi norint išgryninti kristalines medžiagas. Paruošiamas karštas sotusis tirpalas ir ataušinamas. Iškritę kristalai nufiltruojami. Tirpios priemaišos paprastai lieka filtrate, o nuosėdas sudaro grynoji medžiaga.

Daugeliu atvejų tiksli medžiagos tirpumo riba nėra įdomi; svarbiausia, ar medžiaga tirpsta lengvai, ar sunkiai. Tuomet kalbama apie *lengvai tirpstančias* ir *sunkiai tirpstančias* medžiagas.

Lengvai tirpstanti medžiaga: tirpumas yra didesnis nei maždaug 10 gramų 100 mℓ vandens.

Sunkiai tirpstanti medžiaga: tirpumas yra mažesnis nei maždaug 2 gramai 100 mℓ vandens.

Kai kurių paprasčiausių druskų tirpumas vandenyje

Neigiamas jonas	Teigiamas jonas	Druska
NO_3 (nitrato jonas) CH_3COO^- (acetato jonas)	Bet koks	Lengvai tirpstanti
SO_4^{2-} (sulfato jonas)	Ag^+, Ca^{2+}, Ba^{2+}, Pb^{2+}	Sunkiai tirpstanti
	Bet koks kitas	Lengvai tirpstanti
Cl^- (chlorido jonas) Br^- (bromido jonas) I^- (jodido jonas)	Ag^+, Pb^{2+}, Cu^+	Sunkiai tirpstanti
	Bet koks kitas	Lengvai tirpstanti
OH^- (hidroksido jonas)	Na^+, K^+, Ba^{2+}	Lengvai tirpstanti
	Bet koks kitas	Sunkiai tirpstanti
CO_3^{2-} (karbonato jonas)	Na^+, K^+ NH_4^+	Lengvai tirpstanti
PO_4^{3-} (fosfato jonas)	Bet koks kitas	Sunkiai tirpstanti
S^{2-} (sulfido jonas)	Na^+ ... Ca^{2+} ...,	Lengvai tirpstanti
	Bet koks kitas	Sunkiai tirpstanti

Apytiksliai galima teigti: 10 gramų medžiagos 100 mℓ vandens atitinka maždaug pusę arbatinio šaukštelio reagento stiklinei vandens.

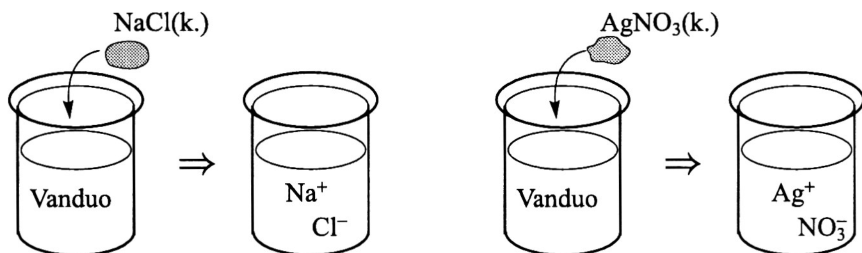
Iš lentelės matyti, kad kalcio sulfatas ($CaSO_4$) ir sidabro sulfidas (Ag_2S) abu yra sunkiai tirpstantys, o kalcio sulfidas (CaS) ir sidabro nitratas ($AgNO_3$) yra lengvai tirpstantys.

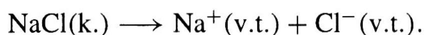
Verta įsiminti šias dvi taisykles:

1. Visos druskos, kurios turi Na^+, K^+, ar NH_4^+, yra lengvai tirpstančios.
2. Visos druskos, kurios turi NO_3^-, yra lengvai tirpstančios.

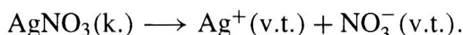
6.5. Nusodinimo reakcijos

Ir natrio chloridas ($NaCl$), ir sidabro nitratas ($AgNO_3$) gerai tirpsta vandenyje:



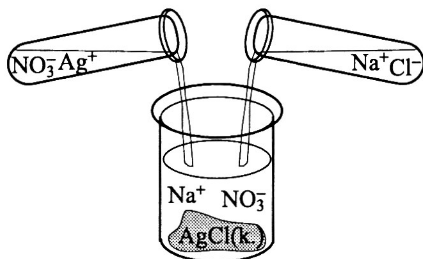


$NaCl(k.) \longrightarrow Na^+(v.t.) + Cl^-(v.t.)$.



$AgNO_3(k.) \longrightarrow Ag^+(v.t.) + NO_3^-(v.t.)$.

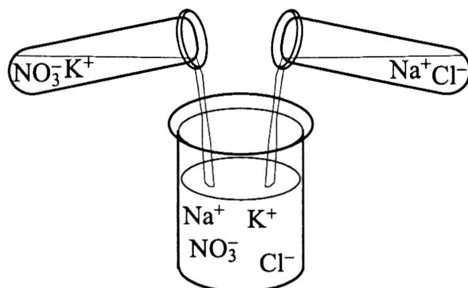
Sumaišius $NaCl$ ir $AgNO_3$ tirpalus, iškris nuosėdos – sunkiai tirpstantis sidabro chloridas ($AgCl$):

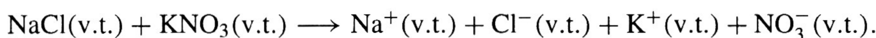


$NaCl(v.t.) + AgNO_3(v.t.) \longrightarrow AgCl(k.) + Na^+(v.t.) + NO_3^-(v.t.)$.

Reakcijos lygtis rodo, kad sumaišius natrio chlorido ir sidabro nitrato vandeninius tirpalus, iškrinta sidabro chlorido nuosėdos ir, be jų, vandenyje dar būna laisvų natrio ir nitrato jonų.

Sumaišius NaCl ir KNO_3 tirpalus, nuosėdų neiškris, kadangi nei kalcio chloridas (KCl), nei natrio nitratas ($NaNO_3$) nėra sunkiai tirpstantys:





$$NaCl(v.t.) + KNO_3(v.t.) \longrightarrow Na^+(v.t.) + Cl^-(v.t.) + K^+(v.t.) + NO_3^-(v.t.).$$

Reakcijos lygtis byloja, kad sumaišius natrio chlorido ir kalcio nitrato vandeninius tirpalus, nuosėdų neiškris, o susidarys vandeninis tirpalas su natrio, chlorido, kalio ir nitrato jonais.

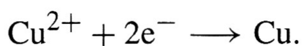
Nusodinimo reakcijos dažnai naudojamos norint nustatyti, ar tiriamame tirpale yra tam tikrų jonų.

Tarkime, norint paneigti teiginį, kad vandenyje yra fosfato jonų, į vandens mėginį galima įberti bario chlorido. Jei nuosėdos neiškrinta – fosfato jonų nėra, nes bario fosfatas – sunkiai tirpstanti medžiaga.

606 607 608 609 610

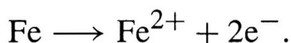
6.6. Metalų aktyvumo eilė

Ištirpinus vandenyje vario(II) sulfato ($CuSO_4$), gaunamas mėlynas tirpalas. O štai, pavyzdžiui, natrio sulfato (Na_2SO_4) tirpalas yra bespalvis. Vadinasi, mėlyną spalvą sukelia Cu^{2+}(v.t.), o ne SO_4^{2-} jonai. Įmetus geležinę vinį į vario(II) sulfato tirpalą, mėlyna spalva palengva išnyksta, o vinies paviršius pasidaro korėtas bei pasidengia rausvu vario sluoksniu. Tai vyksta dėl to, kad vario jonai pamažu virsta vario atomais:



$$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu.$$

Šiame vyksme dalyvaujantys elektronai yra atplėšti iš geležies atomų:



$$Fe \longrightarrow Fe^{2+} + 2e^-.$$

Vario jonai gauna elektronų. Sakoma, kad vario jonai *redukuojasi* (teigiamas jonų krūvis sumažėja).

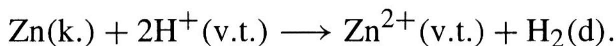
Geležies jonai atiduoda elektronus. Sakoma, kad geležies atomai *oksiduojasi* (teigiamas jonų krūvis padidėja).

Vario jonai vandeniniame tirpale įstengia ir atplėšti nuo geležies atomų elektronus, ir atplėšti taip susidariusius geležies jonus nuo metalo paviršiaus. Vario jonai oksiduoja geležį.

Užtat geležies jonai atplėšti vario atomų nuo metalo paviršiaus negali. Varinis strypelis tirpale su Fe^{2+} jonais nekinta. Geležies jonai vario neoksiduoja. Sakoma, kad varis „tauresnis“ metalas nei geležis.

Vadinamojoje *metalų aktyvumo eilėje* metalai išrikiuoti „taurumo“ didėjimo tvarka.

Metalų aktyvumo eilės fragmentas:



Li, K, Ca, Na, Mg, Al, Zn, Fe, Sn, Pb, H, Cu, Ag, Hg, Pt, Au

Juo dešiniau metalų aktyvumo eilėje yra elementas, tuo mažiau yra metalo jonų, galinčių tą medžiagą pažeisti, ir tuo mažiau metalų, galinčių tą medžiagą oksiduoti. Medžiaga iš metalų aktyvumo eilės negali būti oksiduota jai iš kairės einančių metalų jonų. Pavyzdžiui, Zn paviršius pažeidžiamas Cu^{2+} jonų, tačiau nepažeidžiamas Ca^{2+}.

Atkreipkite dėmesį, kad vandenilis (H), nors ir nėra metalas, įtrauktas į metalų aktyvumo eilę. Metalai į dešinę nuo H negali išstumti H_2 dujų ir rūgšties. Tačiau jie gali būti ištirpinti rūgščių mišiniu – karališkuoju vandeniu, todėl kai kurie iš jų vadinami „tauriaisiais“.

Čia rūgštys yra vandeniniai tirpalai, turintys H^+ jonų. Tačiau rūgštys gali ištirpinti netaurųjį metalą, tokį kaip, pavyzdžiui, cinkas:

$$Zn(k.) + 2H^+(v.t.) \longrightarrow Zn^{2+}(v.t.) + H_2(d).$$

Reakcija vyksta todėl, kad H metalų aktyvumo eilėje yra į dešinę nuo Zn; taigi H gali sėkmingai pažeisti Zn paviršių.

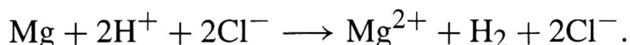
6.7. Oksidacijos–redukcijos reakcijos

Oksidacijos–redukcijos reakcijos – tai reakcijos, kurių metu elektronai pereina iš vienos medžiagos į kitą. Sakoma, kad ta medžiaga, kuri atiduoda elektronus, *oksiduojasi.* Ta medžiaga, kuri gauna elektronus, *redukuojasi.*

Gerų oksidatorių, t. y. medžiagų, palyginti lengvai oksiduojančių kitas medžiagas, pavyzdžiai: chloras (Cl_2), deguonis (O_2) ir kalio permanganatas ($KMnO_4$).

Gerų reduktorių, t. y. medžiagų, palyginti lengvai redukuojančių kitas medžiagas, pavyzdžiai: vandenilis (H_2), litis (Li), magnis (Mg).

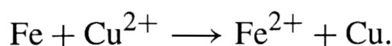
Pavyzdys: Magnis druskos rūgštyje



$$Mg + 2H^+ + 2Cl^- \longrightarrow Mg^{2+} + H_2 + 2Cl^-.$$

Kiekvienas Mg atomas, atiduodamas du savo išorinius elektronus, oksiduojasi (iki Mg^{2+} jonų), o H^+ jonai prisijungia šiuos elektronus ir redukuojasi (iki H_2 molekulių). Chlorido jonai Cl^- yra ne aktyvūs, o pasyvūs reakcijos dalyviai.

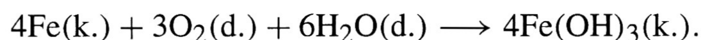
Pavyzdys: Geležinė vinis vario sulfate
cm



$$Fe + Cu^{2+} \longrightarrow Fe^{2+} + Cu.$$

Geležies atomai atiduoda elektronus (oksiduojasi). Vario jonai prisijungia elektronus (redukuojasi). Geležinė vinis pasidengia vario milteliais.

Pavyzdys: Rūdžių susidarymas
Drėgno oro deguonis pažeidžia geležį ir susidaro akytas paviršinis sluoksnis – rūdys. Pradinės reakcijos metu susidaro geležies(III) hidroksidas:



$$4Fe(k.) + 3O_2(d.) + 6H_2O(d.) \longrightarrow 4Fe(OH)_3(k.).$$

Čia Fe oksiduojasi iki Fe^{3+}, o O_2 redukuojasi iki $2O^{2-}$. $Fe(OH)_3$ greitai virsta geležies oksido ir geležies hidroksido mišiniu, t. y. rūdimis.

Norint užkirsti kelią rūdijimui, geležies paviršių galima dažyti arba tepti priešrūdinėmis medžiagomis. Kita galimybė – sujungti geležinį dirbinį su metalu, einančiu metalų aktyvumo eilėje *prieš* geležį. Juk toks

metalas labiau nei geležis bus linkęs atiduoti elektronus, taigi oksiduosis pirmas. Pavyzdžiui, prie laivo dugno ar prie degalų cisternų dažnai pritvirtinamos cinko plokštės.

615 616

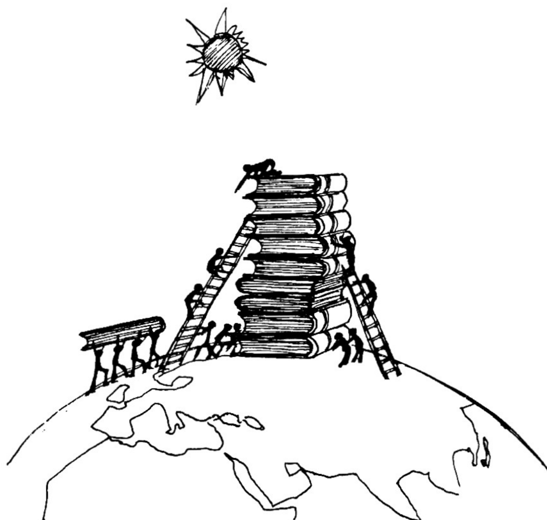
6.8. Molio sąvoka

Išreiškus gramais, vieno atomo ar molekulės masė yra nesuvokiamai maža. Tai reiškia, kad 1 grame bet kokios medžiagos yra be galo daug atomų (molekulių) jonų.

Pavyzdžiui, 1 grame švino yra 2 910 000 000 000 000 000 000 švino atomų, o 1 grame vandens – 33 400 000 000 000 000 000 000 vandens molekulių. Taigi, chemiškai reaguojant medžiagoms, praktiškai tai būna reakcijos tarp milijardų milijardų molekulių (atomų) jonų.

Chemikams tokie skaičių matai kaip, pavyzdžiui, milijonas, milijardas dar nėra pakankamai dideli. Visame pasaulyje yra susitarta naudoti tam tikrą skaičių matą, kuris vadinamas *Avogadro skaičiumi* N_A.

Tiksli N_A vertė nėra lemiamas dalykas mòlio sampratai, tačiau dėl bendros tvarkos nurodysime, kad $N_A = 602$ trilijardų $= 6{,}02 \cdot 10^{23}$.



Kiek molekulių yra vandens lašelyje? Tai labai didelis skaičius. Įsivaizduokite, jog dedate vieną ant kitos telefonų knygas, kol krūva pasieks Saulę. Taigi molekulių skaičius lašelyje bus ne tik didesnis už tų knygų skaičių, bet ir už visų raidžių ir skaitmenų, esančių visose tose knygose, skaičių.

Medžiagos kiekis, atitinkantis N_A tos medžiagos „plytų“ (atomų, jonų, molekulių), vadinamas 1 moliù.

1 molyje elektronų yra N_A elektronų.
1 molyje vario (Cu) yra N_A Cu atomų.
1 molyje vandens (H_2O) yra N_A H_2O molekulių.
1 molyje valgomosios druskos (NaCl) yra N_A Na^+ jonų ir N_A Cl^- jonų.
1 molyje bario chlorido ($BaCl_2$) yra N_A Ba^{2+} jonų ir $2N_A$ Cl^- jonų.

1 molio medžiagos masė jau yra išmatuojamas dydis.

Periodinėje elementų sistemoje knygos gale prie kiekvieno cheminio elemento nurodyta jo molio masė, kuri išreiškiama gramais moliui. Remiantis tomis molinėmis masėmis, galima rasti įvairiausių sudėtinių junginių molių mases.

Pavyzdys
1 mòlis geležies (= N_A geležies atomų) sveria 55,85 g.
1 molis valgomosios druskos NaCl (= N_A Na^+ jonų ir N_A Cl^- jonų) sveria 22,99 g + 35,45 g = 58,44 g.
1 molis vandens H_2O (= N_A H_2O molekulių) sveria $2 \cdot 1,01$ g + +16, 00 g = 18, 02 g.

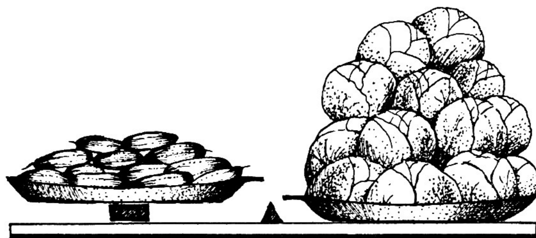
617

Duotajam medžiagos kiekiui galioja toks sąryšis:

$$m = n \cdot M,$$

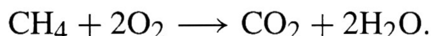
kur m yra medžiagos masė, n – molių skaičius, M – 1 molio masė.

618 619 620



Tuzinas kopūstų sveria daugiau negu tuzinas agurkų.

Reakcijos lygtis, kai metanas (CH_4) visiškai sudega, kaip jau minėta, yra:



$$CH_4 + 2O_2 \longrightarrow CO_2 + 2H_2O.$$

Išlyginta reakcijos lygtis byloja, kad 1 molekulė CH_4 reaguoja su 2 molekulėmis O_2 ir susidaro 1 molekulė CO_2 bei 2 molekulės H_2O. O turint, tarkim, 7 CH_4 molekules, tam, kad metanas visiškai sudegtų, reikės 14 O_2 molekulių. Tuomet susidarys 7 molekulės CO_2 ir 14 molekulių H_2O. Turint dešimt CH_4 molekulių, tam kad susidarytų 10 CO_2 molekulių ir 20 H_2O molekulių, reikės 20 O_2 molekulių. Turint 1 molį ($= N_A$ vnt.) CH_4 molekulių, kad susidarytų 1 molis CO_2 molekulių ir 2 moliai H_2O molekulių, reikės 2 molių O_2 molekulių.

Pateiktieji pavyzdžiai rodo, kad išlygintos lygties koeficientus galima suvokti dvejopai:

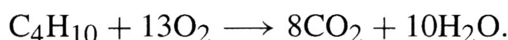
– arba kaip skaičius, rodančius, kokie reakcijoje dalyvaujančių molekulių (atomų) jonų skaičiai „sutinka“,

– arba kaip skaičius, rodančius, kokie reakcijoje dalyvaujančių medžiagų molių skaičiai „sutinka“.

Antruoju atveju pranašumas yra tas, kad tada lengva suskaičiuoti, kiek gramų kiekvienos medžiagos atitinka vieni kitus.

Pavyzdys

Butano (C_4H_{10}) visiško sudegimo lygtis:



$$C_4H_{10} + 13O_2 \longrightarrow 8CO_2 + 10H_2O.$$

Paaiškinimas: 2 moliai C_4H_{10} reaguoja su 13 molių O_2 ir susidaro 8 moliai CO_2 bei 10 molių H_2O.

1 molio C_4H_{10} masė:	$(4 \cdot 12{,}01 + 10 \cdot 1{,}01)$ g	$= 58{,}14$ g.
1 molio O_2 masė:	$(2 \cdot 16{,}00)$ g	$= 32{,}00$ g.
1 molio CO_2 masė:	$(1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16{,}00)$ g	$= 44{,}01$ g.
1 molio H_2O masė:	$(2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00)$ g	$= 18{,}02$ g.
2 molių C_4H_{10} masė:	$(2 \cdot 58{,}14)$ g	$= 116{,}28$ g.
13 molių O_2 masė:	$(13 \cdot 32{,}00)$ g	$= 416{,}00$ g.
8 molių CO_2 masė:	$(8 \cdot 44{,}01)$ g	$= 352{,}08$ g.
10 molių H_2O masė:	$(10 \cdot 18{,}02)$ g	$= 180{,}20$ g.

Išvada. Kad visiškai sudegtų 116,28 g C_4H_{10}, reikės mažiausiai 416,00 g O_2, o tada išsiskirs 352,08 g CO_2 ir 180,20 g H_2O.

Bendra masė kairėje lygties pusėje:

$$116{,}28\text{ g} + 416{,}00\text{ g} = 532{,}28\text{ g}.$$

Bendra masė dešinėje lygties pusėje:

$$352{,}08\text{ g} + 180{,}20\text{ g} = 532{,}28\text{ g}.$$

Bendra masė prieš reakciją lygi *bendrai masei* po reakcijos. Sakoma, kad masė nekinta. Tai būdinga ne tik šiai reakcijai – visoms cheminėms reakcijoms teisinga, kad *bendra masė* nekinta.

621 622 623 624 625 626 627

Jei reaguojančios medžiagos yra dujos, kartais lengviau skaičiuoti tūriais nei masėmis.

Teisinga tokia paprasta taisyklė:

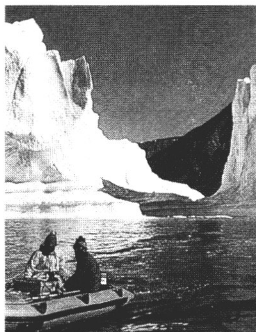
Esant 1 atm *slėgio ir* 20 *laipsnių Celsijaus temperatūrai* 1 *molis dujų užima* 24 *litrus* (*nepriklausomai nuo molekulių rūšies ir dydžio*). *Esant* 1 atm (101,6 hPa) *ir* 0 °C *temperatūrai* 1 *molis bet kokių dujų užima* $22,4\,\ell$ *tūrį*.

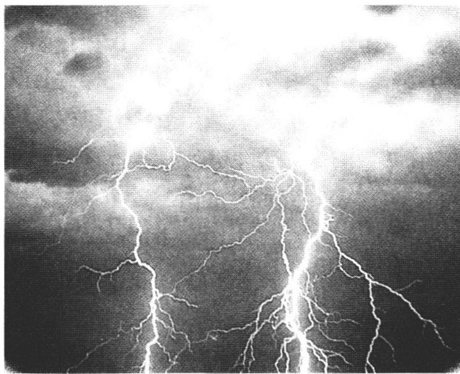
Pavyzdys

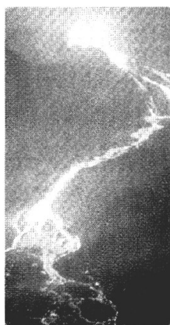
1 molio H_2 masė 2,0 g ir užima 24 litrus (esant 20 °C ir 1 atm).
1 molio CO_2 masė 44,0 g ir užima 24 litrus (esant 20 °C ir 1 atm).

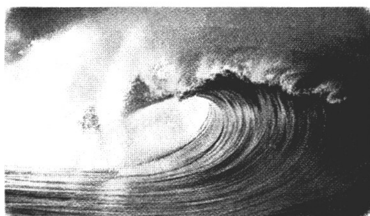
628 629

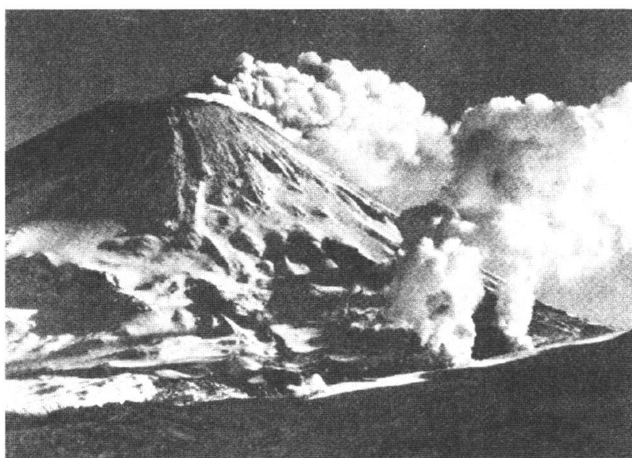
7. Energija











Apie ką pagalvojate išgirdę žodį „energija“? Užsirašykite svarbiausias mintis.
Taip pat prisiminkite, kaip su energija susiduriate kasdieniniame gyvenime.
Papasakokite vienas kitam, ką užsirašėte.
Pamėginkite nusakyti keletą būdingų energijos ypatybių.

7.1. Energijos sąvoka

Energija pagrįsta visa mūsų kasdieninė būtis: transportas, butų šildymas, maisto ruošimas, pramonė ir t. t. Žodis „energija“ vartojamas įvairiomis prasmėmis, pavyzdžiui, veiklumo, darbingumo ir kt.: „anglyje ir naftoje yra energijos“, „ji visuomet kupina energijos“, „valgyk, tau reikia energijos“ ir t. t. Pateikti trumpą ir tikslų mokslinį energijos apibrėžimą yra nelengva. Todėl pamėginsime energijos sąvoką nusakyti pavyzdžiais. Toliau vartosime sąvokas: *energijos šaltinis, energijos imtuvas* ir *energijos perdavimo požymis.*

Pavyzdžiai

1. *Įjungiamas dviračio žibintas*
   Energijos šaltinis: baterija
   Energijos imtuvas: lemputė
   Energijos perdavimo požymis: lemputė šviečia
2. *Ant viryklės verdamas vanduo*
   Energijos šaltinis: gamtinės dujos
   Energijos imtuvas: vanduo
   Energijos perdavimo požymis: vandens temperatūra kyla
3. *Automobilis, stabtelėjęs prieš raudoną šviesą, vėl pajuda*
   Energijos šaltinis: benzinas
   Energijos imtuvas: automobilis
   Energijos perdavimo požymis: didėja automobilio greitis
4. *Groja radijas*
   Energijos šaltinis: baterija
   Energijos imtuvas: garsiakalbis
   Energijos perdavimo požymis: sklinda garsas

Šie pavyzdžiai aprašyti šiek tiek supaprastintai. Antrame pavyzdyje energijos šaltinis gali būti ne tik gamtinės dujos. Tas pat pasakytina ir apie benzinu varomą variklį 3-iame pavyzdyje. Degimui reikalingas dar ir deguonis. Tai galima nesunkiai suvokti panagrinėjus degančią žvakę. Čia energijos šaltiniai yra žvakė ir deguonis, o energijos imtuvas – aplinka. Energijos perdavimo požymiai – sklindanti šviesa ir apie žvakę kylanti temperatūra. Vadinasi, vien žvakės, kaip energijos šaltinio, ne-

8. 737

užtenka. Apvožkime žvakę stiklainiu – po trumpo laiko ji užges, nes negaus degimui būtino deguonies (plg. 603 užduotį).

Energijos perdavimo požymis beveik visuomet bus *temperatūros kitimas.* Daugeliu atvejų tai yra nepageidautina energijos perdavimo pasekmė, – veikiau tai nuostolių požymis. Kaip jau minėta, pateiktieji pavyzdžiai aprašyti supaprastintai. Štai 1-ame pavyzdyje lemputė skleidžia ne tik šviesą, bet ir šilumą.

Pateiksime būdingų energijos perdavimo požymių: *temperatūros kitimas, šviesos ar garso skleidimas, garavimas ir kondensavimasis, lydymasis ir kietėjimas, kūno greičio kitimas, kūno aukščio virš Žemės paviršiaus kitimas.*

Kūnas, kurio temperatūra mažėja, yra energijos šaltinis.
Kūnas, kurio temperatūra didėja, yra energijos imtuvas.

Kūnai, skleidžiantys garsą ar šviesą, yra energijos šaltiniai.
Kūnai, sugeriantys garsą ar šviesą, yra energijos imtuvai.

Jei medžiaga lydosi arba garuoja, tai ji gauna energijos:
Jei medžiaga kristalizuojasi ar kondensuojasi, tai ji netenka energijos.

Jei kūno greitis didėja, tai tas kūnas yra energijos imtuvas.
Jei kūno greitis mažėja, tai tas kūnas yra energijos šaltinis.

Jei kūnas pakeliamas aukštyn, tai jis gauna energijos.
Jei kūnas nuleidžiamas, tai jis netenka energijos.

Visais šiais atvejais energija vadinama skirtingai.

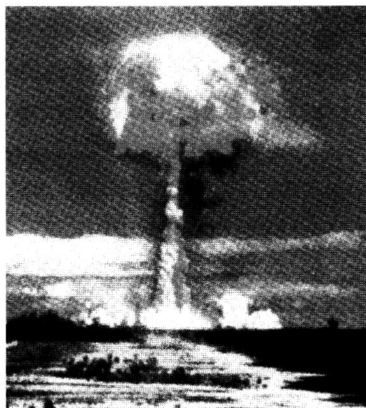
Temperatūros kitimas yra *šiluminės* energijos kitimo požymis. Šiluminė energija yra *vidinės energijos* dalis.

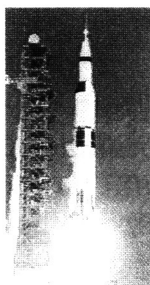
Medžiagos lydymasis ar kristalizavimasis, garavimas ar kondensavimasis yra *vidinės energijos* kitimo požymiai: šiais atvejais *šiluminė energija nekinta,* nes temperatūra išlieka pastovi.

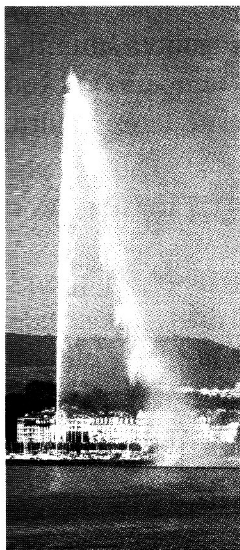
Greičio kitimas yra *judėjimo energijos* (dar vadinamos *kinetine energija*) kitimo požymis.

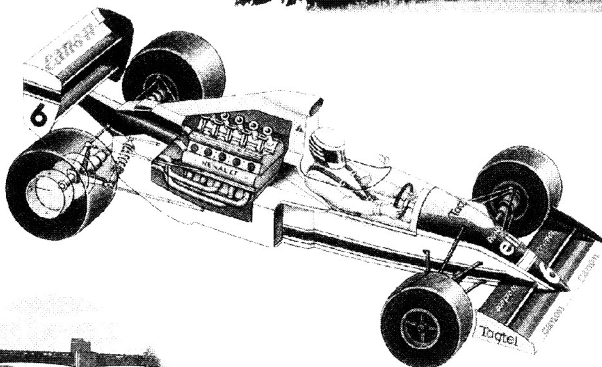
Aukščio kitimas yra *padėties energijos* (dar vadinamos *potencine energija*) kitimo požymis.

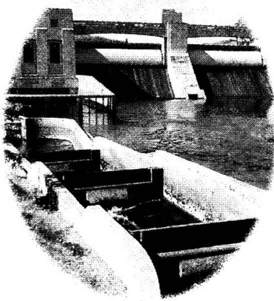
Daugeliu atvejų vyksta keli energijos perdavimo vyksmai, ir kūnas, buvęs energijos imtuvu, pats tampa energijos šaltiniu. Žiemos vakarą besišildydami prie krosnies, pagalvokime apie tokią *energijos virsmų grandinę*: saulė ⟶ medis ⟶ krosnis ⟶ oras ⟶ žmogus.

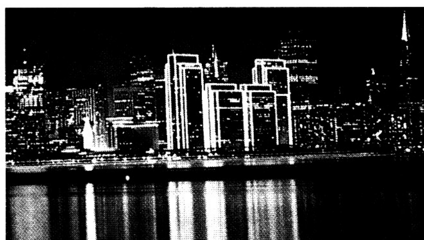












Pastudijuokite šiuos piešinėlius. Kiekvienu atveju pasižymėkite energijos šaltinį, energijos imtuvą bei energijos perdavimo požymius.

Energijos tvermė

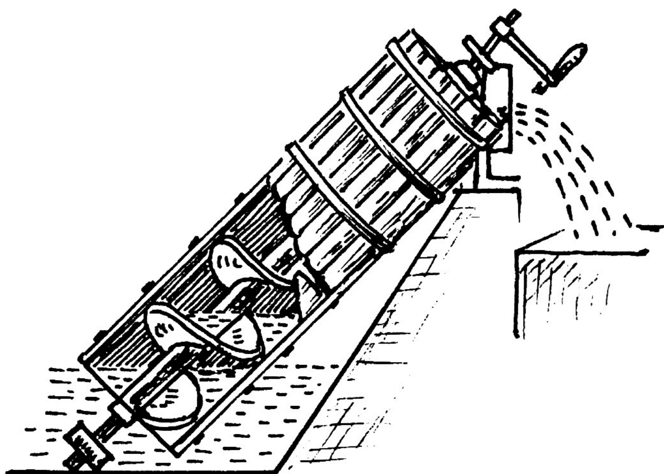
Apžvelgėme nemažai energijos perdavimo pavyzdžių. Visais atvejais yra šitaip: energijos šaltinių atiduodamas energijos kiekis lygus energijos imtuvų priimamam energijos kiekiui. Šį gamtos dėsnį patvirtina ilgalaikė patirtis – energija nei atsiranda, nei išnyksta. Jei nėra energijos mainų tarp sistemos ir aplinkos, tai sakome, kad sistema yra *izoliuota.*

Energijos tvermės dėsnis: *izoliuotoje sistemoje bendras energijos kiekis nekinta.*

Energijos kokybė

Vykstant bet kokiam energijos perdavimui, *energijos šaltinis* gali palaipsniui energiją išeikvoti, tačiau pati *energija* niekur nedingsta. Energija pereina iš vienų kūnų į kitus arba vienos rūšies energija virsta kitų rūšių energija. Ne kiekviena energijos rūšis vienodai lengvai panaudojama. Pavyzdžiui, nesunku judėjimo ir padėties energiją paversti šilumine, bet padaryti atvirkščiai – sudėtinga.

Kadangi judėjimo ir padėties energiją paprasta panaudoti, sakoma, kad ji yra *aukštos kokybės,* o šiluminė energija – *žemos kokybės.* Kad sistema atiduotų šiluminę energiją, reikalingas jos sąlytis su kita, šaltesne sistema. Taigi mes galime panaudoti šiluminę energiją tik tokios sistemos, kurios temperatūra aukštesnė už aplinkos. Kad būtų galima panaudoti šiluminę energiją, turi susidaryti *šilumos srautas.* Juo aukštesnė temperatūra, tuo paprasčiau šiluminę energiją panaudoti, todėl juo aukštesnė temperatūra, tuo aukštesnė šiluminės energijos kokybė.



Archimedo vandens sraigtas (apie 250 m. pr. Kr.).

Jei sumažintume visų vandenynų temperatūrą bent vienu Celsijaus laipsniu, išsiskirtų tiek energijos, kiek jos suvartojama visoje planetoje per 20 000 metų. Deja, pasaulio vandenynų energijos panaudoti negalime, nes jų vandens temperatūra (vidutiniškai) juk ir yra tokia pat kaip aplinkos.

701 702 703

Elektros energija

Elektros energija yra labai aukštos kokybės energijos pavyzdys. Gaminant elektros energiją (žr. 702 užduotį), karšti vandens garai dideliu greičiu nukreipiami į turbinos mentes. Atsimušę į jas, vandens garai praranda savo energiją, perduodami ją sukamai turbinai, ir kondensuojasi, virsdami karštu vandeniu. Šis vanduo savo ruožtu perduoda šilumą aušinimo sistemos vandeniui. Tokį įšilusį vandenį galima panaudoti gyvenamiesiems rajonams šildyti. Elektros energijos gamyboje – dėl aukštos elektros energijos kokybės – šiluminiai nuostoliai *iš principo* neišvengiami. Jų neišvengsi jokiais patobulinimais, nes elektros energijos gamyba – tai žemos kokybės energijos pavertimas aukštos kokybės energija. Gaminant vien tik elektros energiją įmanoma panaudoti ne ką daugiau kaip 40% šiluminės energijos, o suderinus gamybą su gyvenamųjų rajonų šildymu – iki 80%.

7.2. Energija ir galia

Energijos kiekis (jo skaitinė vertė) yra išmatuojamas dydis. Energija matuojama įvairiais vienetais, pvz., kalorijomis, džauliais, kilovatvalandėmis, elektronvoltais. Pagrindinis tarptautinis (SI sistemos) energijos vienetas yra 1 J (džaulis). Dažnai yra patogiau energiją matuoti didesniais vienetais:

$$1 \text{ kJ} = 1 \text{ kilodžaulis} = 10^3 \text{ džaulių},$$

$$1 \text{ MJ} = 1 \text{ megadžaulis} = 10^6 \text{ džaulių}.$$

Energijos kiekis, reikalingas 1 g vandens temperatūrai pakelti 1 laipsniu, vadinamas 1 kalorija (1 cal). Yra teisinga lygybė 1 cal = 4,2 J.

Daugeliu atvejų labai svarbus yra energijos perdavimo ar panaudojimo *greitis* – žinoti vien perduotos ar panaudotos energijos *dydį* ne visada pa-

kanka. Energijos kiekis, perduodamas ar panaudojamas per laiko vienetą, vadinamas *galia.* Galia matuojama vatais (W):

1 vatas = 1 džaulis/sekundė (1 W = 1 J/s).

Pavyzdys
60 W lemputė per sekundę suvartoja 60 džaulių (elektros energijos).

Pavyzdys
Ant elektrinės plytelės užkaičiamas arbatinis su šaltu vandeniu. Elektrinės plytelės galia yra 1000 W, t. y. per sekundę ji gauna 1000 J (elektros) energijos. Vanduo užverda per 10 min = 600 sekundžių. Taigi iš viso suvartojama $1000 \cdot 600$ džaulių = 600 kJ.

Pavyzdys
40 W galios lemputė dega pusę valandos.
Kadangi 1/2 h = 30 min = $30 \cdot 60$ s = 1800 s, tai suvartojamos energijos kiekis bus $40 \cdot 1\,800$ J = 72 000 J = 72 kJ.

Elektros energija pramonėje ir buityje paprastai matuojama kilovatvalandėmis (kWh). 1 kWh yra energijos kiekis, kurį per 1 valandą suvartoja 1 kW = 1000 W galios elektrinis prietaisas.

Kadangi 1 h = $60 \cdot 60$ s = 3 600 s, tai 1 kWh = 1000 Wh = = 1 000 W $\cdot$ 3 600 s = 36 000 000 J, t. y. 1 kWh = $3{,}6 \cdot 10^6$ J.

Pavyzdys
Esant įjungtam 1500 W = 1,5 kW galios projektoriui, per 2 valandas bus suvartojama 1,5 kW $\cdot$ 2 h = 3 kWh energijos.
Jei kilovatvalandės kaina 0,20 Lt, tai kainuos $3 \cdot 0{,}20$ Lt = 0,60 Lt.

Pavyzdys
Sakykime, kad 40 W galios lemputė kasdien įjungiama po 4 valandas. Taigi per metus lemputė šviečia $4 \cdot 365$ h = 1460 h. O kadangi lemputės galia 40 W = 0,040 kW, tai per metus suvartojama

0,040 kW $\cdot$ 1460 h = 58,4 kWh energijos.

Jei kilovatvalandės kaina 0,20 Lt, visa tai kainuos $58{,}4 \cdot 0{,}20$ Lt = 11,68 Lt.

Pavyzdys
Šeima turi televizorių, kuris vartoja 100 W galios, kai rodo programas, ir 1,5 W – išjungus programas, t. y. televizorius dirba „budėjimo“ režimu. Šeima televizorių žiūri 3 val. per parą, kitą laiką televizoriaus programos būna išjungtos. Jei 1 kilovatvalandė kainuoja 0,20 Lt, tai televizorių žiūrėti per metus kainuos $0{,}20 \cdot 0{,}1 \cdot 3 \cdot 365 = 21{,}90$ Lt. Tuo tarpu už 21 valandą per parą, kada televizoriaus šeima nežiūri, per metus teks sumokėti $0{,}20 \cdot 0{,}0015 \cdot 21 \cdot 365 \approx 2{,}30$ (Lt). Taigi per metus televizorius suvartos elektros energijos už $21{,}90 + 2{,}30 = 24{,}20$ (Lt.)

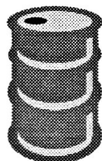
704 705 706 707

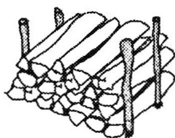
Atomo fizikoje naudojamas specialus energijos vienetas – 1 elektronvoltas (eV). Lentelė žemiau rodo energijos matavimo vienetų sąryšį.

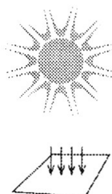
708

1 cal	1 kWh	1 eV
4,2 J	3,6 MJ	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J

Kasdieniniame gyvenime nėra paprasta pajusti, kokio dydžio yra tie skirtingais vienetais matuojami energijos kiekiai. Tokie matai, kaip litras benzino, kubinis metras gamtinių dujų ir pan., mums kur kas suprantamesni. Piešinėliuose pavaizduotas *tas pats energijos* kiekis įvairiais pavidalais.

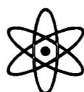

100 ℓ naftos

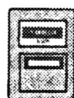

250 kg (≈ 0,5m³) malkų


į 1 m² horizontalaus paviršiaus per metus krintanti Saulės šviesa

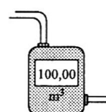
150 kg anglies

250 kg šiaudų


40 mg urano-235

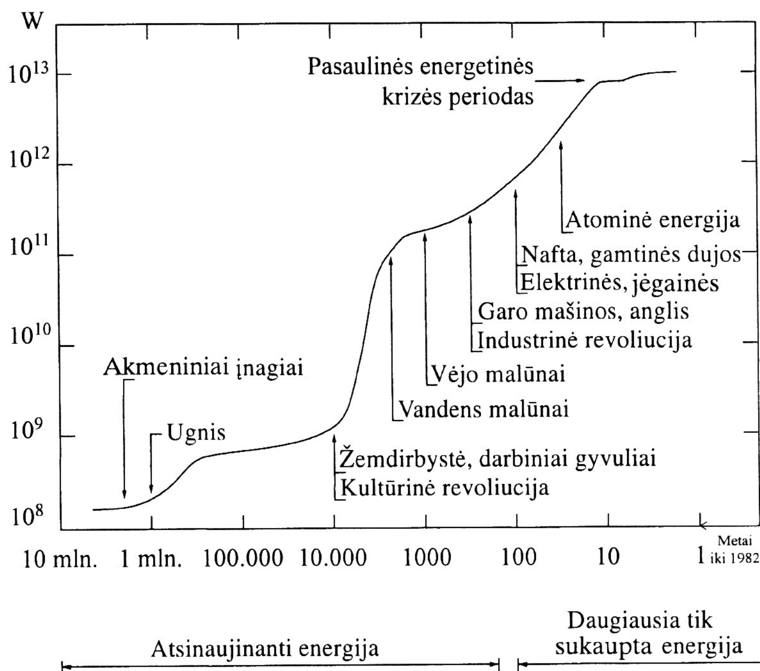

1000 kWh

105 ℓ benzino

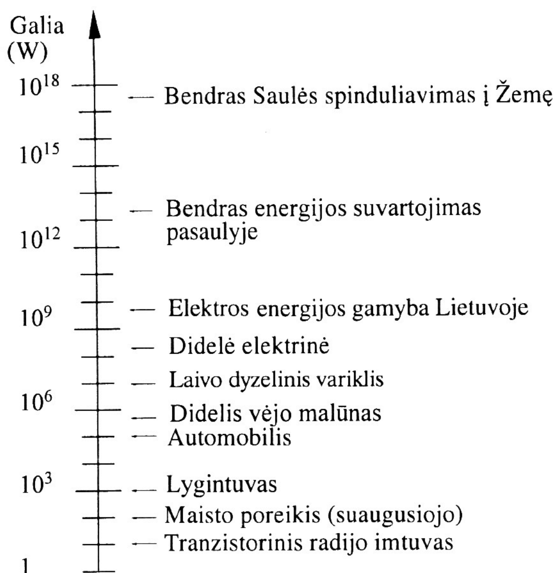


100 m³ gamtinių dujų

Bendra įvairiais laikais žmonijos vartotos energijos galia



Kai kurios būdingos galios



Pastaba. Atkreipkite dėmesį į netiesines grafikų skales. Kaip jums atrodo, kodėl naudojamos tokios skalės?

7.3. Vidinė energija

Šiluminė energija. Šiluminė talpa

Bandymai rodo, kad 1 kg masės granito akmens temperatūrai pakelti 1 laipsniu reikia 0,80 kJ energijos. Tuomet sakoma, kad granito akmens kilogramo *savitoji šiluma* yra 0,80. Šiluminė talpa, apskaičiuota masės vienetui (pavyzdžiui, 1 kilogramui), vadinama *savitąja šiluma.* Ji turi tam tikrą matavimo vienetą – kJ/(laipsnis · kg). Tai vadinamoji šio dydžio dimensija. Čia ir toliau sudėtingesnių išvestinių dydžių dimensijų nežymėsime, tačiau reikia atsiminti, kad pakeitus kurį nors vienetą (pvz., kilogramą gramais ar kilodžaulį džauliais), pakinta ir šio išvestinio dydžio vertė. Savitoji šiluma yra būdingas tai medžiagai dydis, nepriklausantis (su tam tikra nedidele paklaida) nuo temperatūros: norint pašildyti 1 kg medžiagos nuo 20 °C iki 21 °C, reikės tiek pat energijos kiek ir, pavyzdžiui, pakelti temperatūrai nuo 48 °C iki 49 °C.

Pavyzdys
Suskaičiuosime, koks energijos kiekis E reikalingas, norint įkaitinti 3 kg masės granito akmenį (kurio savitoji šiluma 0,80) nuo 20 °C iki 43 °C. 0,80 kJ atitinka 1 kg pašildymą 1 laipsniu. Energijos kiekį E rasime padauginę 0,80 pirmiausia iš 3, nes akmens masė 3 kg, o tada iš 23, nes akmuo šildomas 23 °C. Taigi reikalingas energijos kiekis bus $E = 0{,}80 \cdot 3 \cdot 23$ kJ $= 55{,}2$ kJ.

Reikalinga kūnui pašildyti energija E normaliomis sąlygomis yra proporcinga to kūno masei m ir temperatūros pokyčiui Δt:

$$E = c \cdot m \cdot \Delta t.$$

Šioje formulėje E matuojamas kilodžauliais, m – kilogramais, o Δt – Celsijaus laipsniais. Proporcingumo koeficientas c yra medžiagos *savitoji šiluma.* Taigi medžiagos savitoji šiluma lygi tokiam kJ skaičiui, kuris reikalingas 1 kg medžiagos pašildyti 1 laipsniu.

Pavyzdys
Bandymai parodė, kad norint pakelti 1 kg vandens temperatūrą 1 laipsniu, reikia 4,2 kJ. Taigi vandens savitoji šiluma yra $c = 4{,}2$.

Norint pakelti 2 kg vandens temperatūrą 14 laipsnių, reikės energijos

$$E = 4{,}2 \cdot 2 \cdot 14 \text{ kJ} = 117{,}6 \text{ kJ}.$$

Pavyzdys

Nustatykime geležies savitąją šilumą. Į termostatą su 0,4 kg 17,0 °C temperatūros vandens įleiskime 0,3 kg masės ir 100 °C temperatūros geležinį svarelį. Kai temperatūrų skirtumas tarp geležies ir vandens išnyksta, nusistovi 23,2 °C temperatūra. Vandens temperatūra pakilo nuo 17,0 °C iki 23,2 °C, t. y. 6,2 °C. Todėl vanduo gavo energijos kiekį lygų

$$4{,}2 \cdot 0{,}400 \cdot 6{,}2 \text{ kJ} = 10{,}416 \text{ kJ}.$$

Geležies temperatūra nukrito nuo 100 °C iki 23,2 °C, t. y. pakito 76,8 °C, todėl geležis atidavė energijos kiekį

$$c \cdot 0{,}300 \cdot 76{,}8 \text{ kJ} = c \cdot 23{,}04 \text{ kJ}.$$

Kadangi tariame, kad sistema yra izoliuota, tai vandens gautas šilumos kiekis lygus geležies atiduotam energijos kiekiui:

$$c \cdot 23{,}04 = 10{,}416 \Longleftrightarrow c = \frac{10{,}416}{23{,}04} = 0{,}45.$$

Taigi vandens savitoji šiluma beveik 10 kartų didesnė už geležies savitąją šilumą.

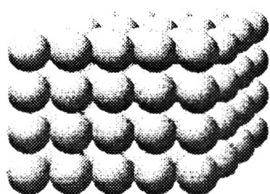
Kai kurių medžiagų savitųjų šilumų lentelė (kJ/(deg · kg))

	Aliuminis	Švinas	Geležis	Varis	Vanduo	Spiritas	Granitas	Stiklas
Savitoji šiluma	0,90	0,13	0,45	0,38	4,2	2,4	0,80	0,84

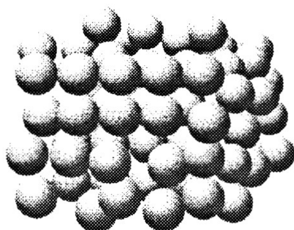
709 710 711 712 713 714 715 716

Vidinė energija

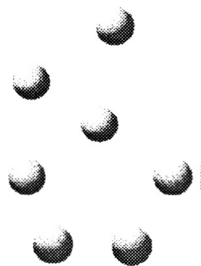
Medžiagos gyvenime dažniausiai esti trijų būvių: kietojo (k.), skystojo (sk.) ir dujinio (d.), tačiau esama ir ketvirtojo medžiagos būvio, vadinamo plazma.



Kietoji medžiaga (k.)



Skystis (sk.)



Dujos (d.)

Kietojo būvio medžiagą sudarančios dalelės (molekulės, atomai ir kt.) yra labai glaudžiai „supakuotos“ ir tvirtai viena su kita sukibusios. Molekulės ar atomai virpa apie savo vidutines padėtis, o suteikus medžiagai šilumos, tie virpesiai darosi intensyvesni. Tai pasireiškia temperatūros padidėjimu, kadangi temperatūra yra molekulių judėjimo vidinės energijos matas. Pasiekus tam tikrą temperatūrą (lydymosi tašką), temperatūra daugiau nebekyla, nors šiluma ir tebesuteikiama – medžiagai lydantis, visa gauta energija suvartojama ryšiams tarp molekulių ar atomų suardyti. Visiems ryšiams suirus, medžiaga pereina į skystąjį būvį.

Suteikiant dar daugiau šilumos, temperatūra vėl ima kilti. Skystojo būvio medžiagos dalelės vis dar tebėra tvirtai sukibusios kaip ir kietojo, bet čia jos gali judėti viena kitos atžvilgiu. Kylant temperatūrai, molekulės ar atomai įgauna didesnius greičius, ir kai kurie jų iš skysčio ištrūksta – skystis pradeda garuoti. Pasiekus tam tikrą lygį (virimo tašką), temperatūra daugiau nebekyla, nors šiluma ir tebesuteikiama – skysčiui verdant, visa gauta energija suvartojama molekulėms ar atomams iš skysčio ištrūkti. Virimas yra kartu ir intensyvus vidinis skysčio garavimas.

Dujinio būvio medžiagoje atstumai tarp molekulių ar atomų yra dideli palyginti su kietojo ir skystojo, ir dalelės čia juda nepriklausomai viena nuo kitos, tik susidurdamos.

Priešingas kitimas būtų toks: energija išsiskiria dujinei medžiagai skystėjant ir skystajai medžiagai kristalizuojantis (kietėjant).

Medžiagai kristalizuojantis, išsiskiria *tiek pat energijos*, kiek jos buvo suvartota medžiagai lydantis. Taip pat yra ir kai skystėja dujinė medžiaga – mat atsistatant ryšiams tarp dalelių, ta energija „grįžta“.

Išsimaudžius ir išlipus iš vandens, greitai pasidaro šalta, nors oro temperatūra ir aukštesnė nei vandens. Taip yra dėl to, kad kūną dengiantis plonas vandens sluoksnis ima garuoti, o tam reikalinga energija, kuri imama iš kūno. Beje, tas energijos kiekis yra gana didelis: išgarinti tik vienam gramui 20 °C *vandens reikia* 2,5 kJ.

717 718 719

Tirpstant vandenyje kristalams, temperatūra dažnai nukrinta. Geras pavyzdys – kalio nitrato KNO_3 tirpimas vandenyje. Taip yra todėl, kad kristalinės gardelės jonai būna tvirtai sukibę, ir tai kristalinei struktūrai suardyti reikalinga energija.

Tam tikri kristalai, kaip antai soda, būna dviejų pavidalų – Na_2CO_3 (sausa soda) ir $Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$ (kristalinė soda). Pastarojo pavidalo soda turi prisijungusio vadinamojo *kristalizacinio vandens.* Kristalinei sodai tirpstant vandenyje, temperatūra *krinta,* o tirpstant vandenyje sausai sodai, temperatūra *kyla.* Taip yra todėl, kad sausai sodai prisijungiant vandenį, išsiskiria daugiau energijos, negu reikia kristalinei sodai ištirpinti.

720 721 722

Cheminė energija

Aptartųjų procesų metu, būtent: medžiagoms lydantis, kristalizuojantis, garuojant, kondensuojantis ir tirpstant, jokių naujų medžiagų nesusidaro. Energijos virsmus sąlygoja tik tai, kad pakinta medžiagas sudarančių dalelių (molekulių, atomų, ir t. t.) ryšių pobūdis.

Jau matėme pavyzdžių (pvz., 6.2 skyrelyje „Degimo reakcijos“), kai cheminių reakcijų metu, susidarant naujoms medžiagoms, irgi vyksta

energijos virsmai. Čia pateiktame eksperimente pamatysime, kaip galima tą cheminės reakcijos metu išskiriamą energijos kiekį *išmatuoti.*

Eksperimentas: Cheminės energijos matavimas

Bandymo metu nepamirškite išsiurbimo.

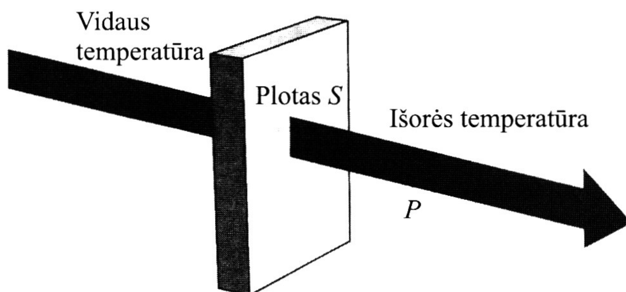
Pasverkite 2,54 g jodo (I_2) ir 0,65 g cinko miltelių (Zn). Jodą sutrinkite ir suberkite į sausą 100 mℓ talpos cheminę stiklinę. Tuomet įpilkite 50 mℓ = 0,05 kg demineralizuoto vandens. Gerai išmaišykite (magnetiniu maišytuvu), kad jodo kristalėliai pasiskirstytų po skystį. Skaitmeniniu termometru išmatuokite pradinę temperatūrą t_1. Nuolat maišydami, po truputį berkite cinko miltelių. Kai visi milteliai bus supilti, dar kurį laiką maišykite, drauge stebėdami ir temperatūrą. Kai ji daugiau nebekyla, pasižymėkite galutinę temperatūrą t_2. Atlikus bandymą su *tuo pačiu* cinko kiekiu (0,65 g), tačiau su *mažesniu* nei 2,54 g jodo kiekiu, gaunamas *mažesnis* temperatūros padidėjimas. Su tuo pačiu cinko (0,65 g), bet didesniu jodo (virš 2,54 g) kiekiu, gaunamas *toks pat* temperatūros padidėjimas kaip ir bandyme su 2,54 g jodo. Vadinasi, tie 0,65 g cinko bus tiksliai sureagavę su 2,54 g jodo. Susidariusi medžiaga vadinama cinko jodidu.

1. Remdamiesi molinėmis masėmis iš periodinės elementų sistemos nustatykite, kiek reakcijoje sunaudota Zn molių ir kiek I_2 molių. Kokia yra cinko jodido formulė? Užrašykite reakcijos tarp cinko ir jodo lygtį. Kiek molių cinko jodido susidarė?
2. Suskaičiuokite temperatūros prieaugį $\Delta t = t_2 - t_1$ bei kiek energijos išsiskyrė reakcijos tarp cinko ir jodo metu (išreikškite ją kilodžauliais).
3. Suskaičiuokite iš vieno molio cinko jodido išsiskyrusią cheminę energiją.

723

7.4. Šilumos izoliacija

Kai medžiaga, tarkime, mūro siena, skiria dvi skirtingų temperatūrų sritis, susidaro energijos srautas iš šiltesnės srities į šaltesniąją.



Per 1 s medžiaga praeinantis energijos kiekis, t. y. nuostolių galia P (matuojama vatais), priklauso nuo trijų faktorių: medžiagos rūšies ir storio, paviršiaus ploto S ir temperatūrų tarp šiltosios ir šaltosios pusių skirtumo $\Delta t = t_{\text{v}} - t_{\text{iš}}$. Akivaizdu, kad nuostolių galia P bus proporcinga medžiagos paviršiaus plotui S (dukart didesnė siena – dvigubai didesni šilumos nuostoliai). Be to, bandymai rodo, kad P taip pat proporcinga temperatūrų skirtumui Δt (esant dukart didesniam temperatūrų skirtumui, dvigubai didesni ir šilumos nuostoliai). Vadinasi, turėtų būti teisinga tokia formulė:

$$P = k \cdot S \cdot \Delta t.$$

Proporcingumo koeficientas k vadinamas šilumos laidumo koeficientu. Kai šilumos laidumo koeficientas mažas, nuostolių galia mažesnė, t. y. šiluminė izoliacija gera. Medžiagos šilumos laidumo koeficientas priklauso nuo medžiagos storio bei nuo medžiagos rūšies.

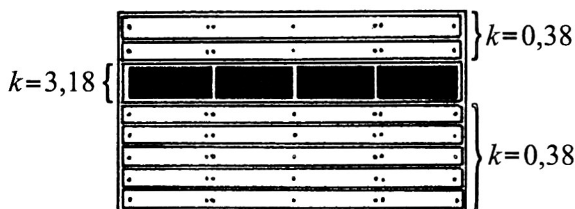
Pavyzdys

Brėžinyje pavaizduoti gamybinės patalpos vartai su langais. Jei išorėje temperatūra 2 °C, o viduje – 22 °C šilumos, tai pro kiekvieną viršutinės bei apatinės vartų dalies kvadratinį centimetrą prasiskverbs šiluminės energijos

$$0{,}38 \cdot 1 \cdot 20 \text{ W} = 7{,}6 \text{ W},$$

o pro kiekvieną langų kvadratinį centimetrą

$$3{,}18 \cdot 1 \cdot 20 \text{ W} = 63{,}6 \text{ W}.$$

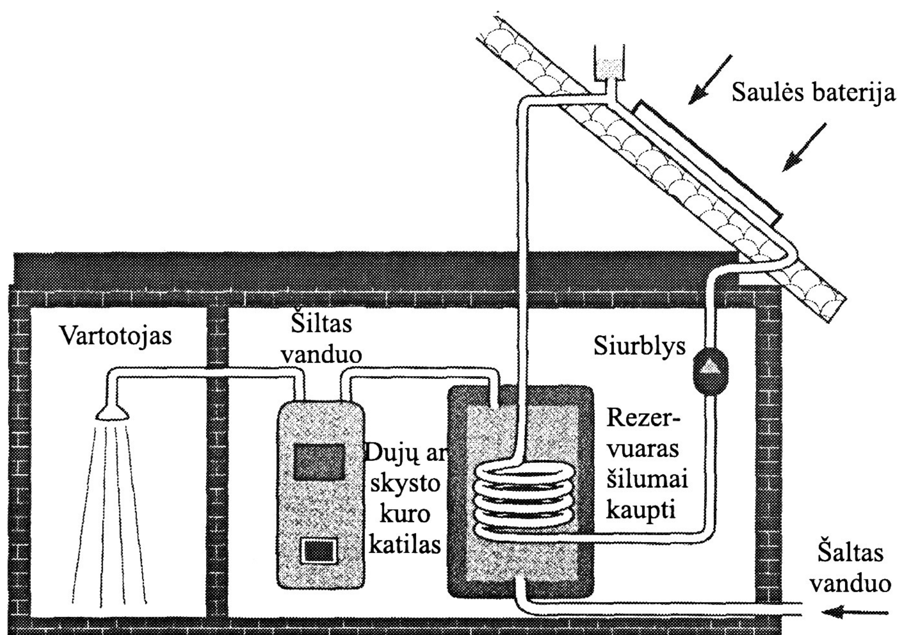


Medžiaga	k
Paprasta mūro siena su oro tarpu	1,65
Mūro siena su 80 mm mineralinės vatos sluoksniu	0,56
Mūro siena su 130 mm mineralinės vatos sluoksniu	0,40
Langas su viengubu stiklu	7,00
Langas su dvigubu stiklu	2,70
Langas su papildomu trečiuoju stiklu	2,60

724 725 726 727

7.5. Saulės energija

Saulė skleidžia joje vykstančių branduolinių procesų (termobranduolinių reakcijų) energiją, daugiausia vandeniliui virstant heliu. Beveik visa Žemės rutuliui reikalinga šiluma yra gaunama iš Saulės. Apskritai iš Saulės sklindanti energija yra būtina bet kurios gyvybės Žemėje egzistavimo sąlyga.



Saulės energiją naudojanti šildymo sistema, sujungta su įprastiniu dujų ar skysto kuro katilu.

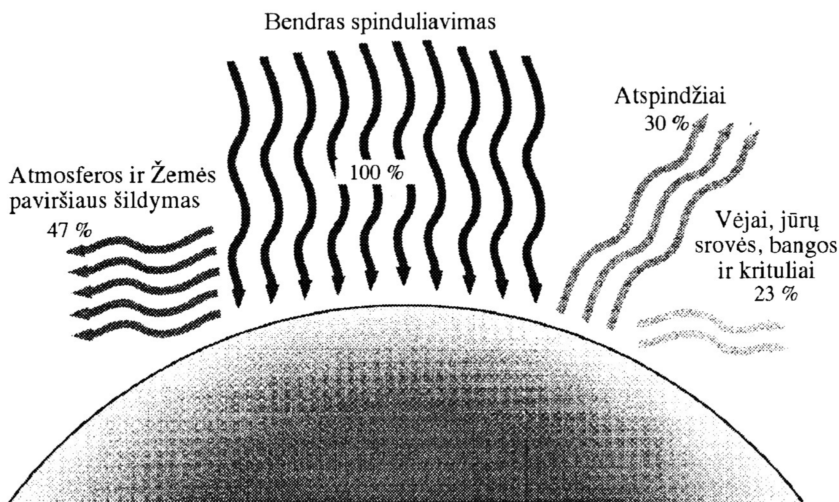
Visi tikriausiai esate pastebėję, kaip sode vasarą prieš saulę įšyla vanduo, esantis laistymo žarnoje. Čia žarna veikia kaip paprasčiausia *saulės baterija.* Sukurti saulės bateriją, efektyviai sugeriančią Saulės energiją, palyginti nesunku. Saulės bateriją paprastai sudaro juodai dažyti vamzdžiai, kuriais cirkuliuoja vanduo. Tokia vamzdžių sistema įdedama į šilumai nelaidų rėmą ir uždengiama stiklu.

Saulės baterijoje įšilusį vandenį siurblys verčia cirkuliuoti. Namo viduje galima įtaisyti rezervuarą šilumai kaupti (didelį vandens baką), kuris šyla nuo iš saulės baterijos atitekančio vandens. Mūsų platumoje visus būsto šildymo ir vandentiekio poreikius patenkinti vien Saulės energija yra sunku, tačiau tai galėtų būti vertingu papildomu energijos šaltiniu.

Matuojant už Žemės atmosferos ribų, Saulės spinduliuotės energija, tenkanti 1 m^2, yra 1350 W/m^2. Lietuvoje giedrą vasaros dieną – iki 800 W/m^2 (matuojant paviršiuje, į kurį Saulės spinduliai krinta statmenai). Vidutiniškai per metus 1 m^2 Lietuvos paviršiaus tenka apie 115 W/m.

Iš visos į Žemę krintančios Saulės energijos kone trečdalis (30%) tuoj pat atsispindi. Beveik pusė (47%) sugeriama atmosferoje ir Žemės paviršiuje. Likusioji dalis (23%) sukaupiama Žemės vandenyse ir ore bei virsta vėjo, jūrų srovių, bangų ir kritulių energija.

Žemės iš Saulės gaunama energija yra pusiausvyroje su Žemės spinduliuojama šilumine energija. Tokia energijos apykaita turi lemiamos reikšmės temperatūros pusiausvyrai Žemėje. Atkreipkite dėmesį į tai,



kad Žemė iš Saulės gauna aukštos kokybės energiją, o išspinduliuoja žemos kokybės šiluminę energiją.

Norint panaudoti Saulės energiją būstui šildyti, būtina ją sukaupti. Paprasčiausias būdas tai padaryti – įtaisyti gerai izoliuotą vandens rezervuarą ar akmenų krūvą, kuriuos šildytų Saulė. Norint sukaupti tiek energijos, kad jos pakaktų šildyti namui per žiemą, reikėtų maždaug 50 tonų talpos vandens bako. Kadangi vandens savitoji šiluma yra maždaug 5 kartus didesnė nei tos pačios masės akmens (žr. lentelę 122 psl.), tai norint gauti tokios pačios šiluminės talpos akmeninį šilumos rezervuarą, reikėtų apie 250 t akmenų.

728 729 730

8. Atsitiktinumas

8.1. Įvadas

Eksperimentai ar stebėjimai gali būti dvejopi: determinuoti ir atsitiktiniai.

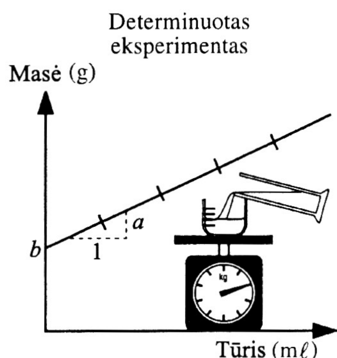
Pirmuoju atveju nagrinėjami tik pagal žinomus dėsningumus kintantys dydžiai. Tinkamas pavyzdys čia būtų trečiame skyriuje aprašytas bandymas, kai ieškojome sąryšio tarp tūrio ir masės, pildami skystį į sugraduotą stiklinę. Stiklinės masė kartu su skysčio mase *tiesiškai* priklauso nuo skysčio tūrio. Vis įpilant į stiklinę po 1 mℓ skysčio, masė kaskart padidėja tuo pačiu apibrėžtu dydžiu.

Šiame paprastame eksperimente yra du besikeičiantys dydžiai, būtent tūris ir masė. Be to, yra dvi konstantos: stiklinės masė ir skysčio tankis.

Šio tipo eksperimentams yra būdinga tai, kad juos pakartojus esant toms pačioms sąlygoms, kaskart (su nedidele paklaida) gaunamas tas pats rezultatas. Tokie eksperimentai vadinami *determinuotais*, kadangi jų baigtis jau iš anksto būna apibrėžta (lotyniškai *determinare* – apibrėžti).

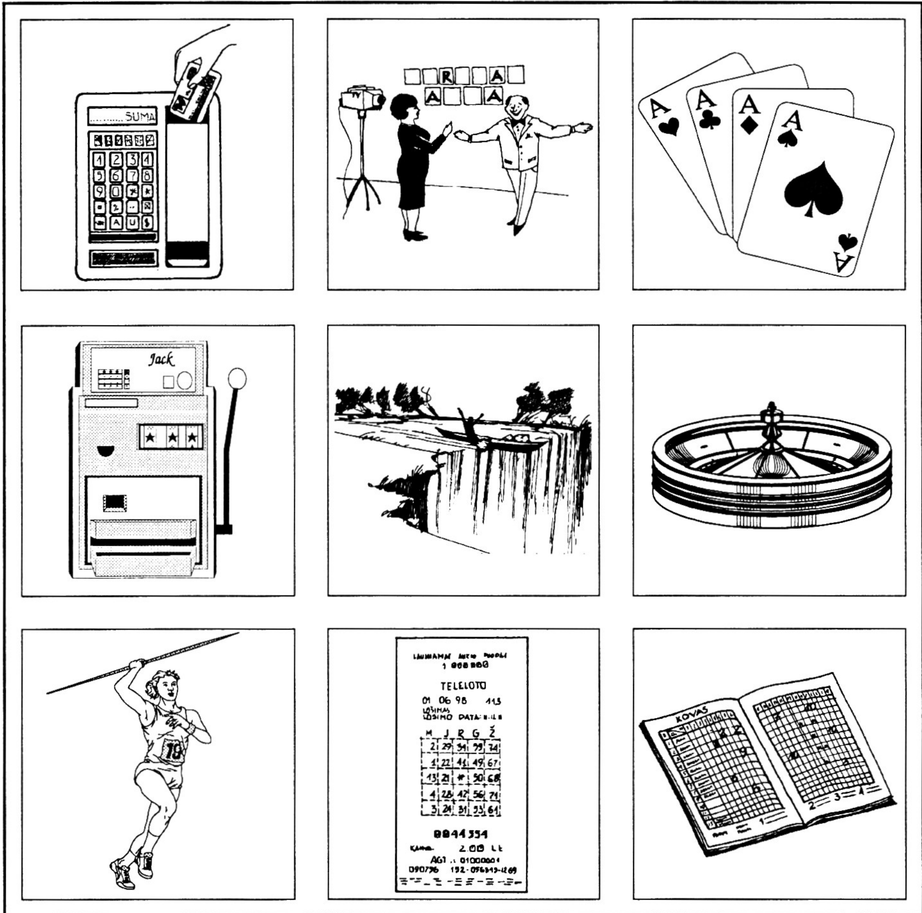
Antruoju atveju nagrinėjami atsitiktiniai ir iš anksto nenuspėjamai kintantys dydžiai. Kaip paprastas pavyzdys čia tiktų kauliuko mėtymas, kai atvirstančių taškų skaičius atsitiktinai kinta nuo 1 iki 6 (žr. pav.). Šio tipo eksperimentams būdinga tai, kad kartojant juos net tomis pačiomis sąlygomis dažniausiai gaunamas vis kitas rezultatas. Tokie eksperimentai vadinami *atsitiktiniais,* nes kiekvieno eksperimento baigtis yra atsitiktinė.

Šiame skyriuje nagrinėsime atsitiktinių dydžių elgesį. Svarbiausia tai, kad nors tokie dydžiai kinta atsitiktinai, vis dėlto galima pastebėti jų kitimo dėsningumų. Pavyzdžiui, nors atskiro eksperimento baigties ir neįmanoma numatyti, *vidutinis didelio bandymų skaičiaus rezultatas* gali



būti numatytas iš anksto. Bet prieš pradėdami eksperimentus, dar kartą pakalbėkime apie sąvokas *determinuotas* ir *atsitiktinis*.

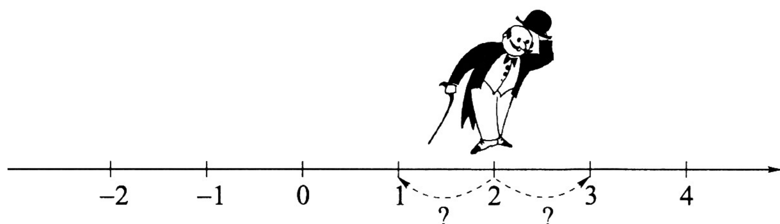
Pratimas: Determinuotas ar atsitiktinis?
Pasižiūrėkite į šiuos paveikslėlius ir pasvarstykite, ar juose pavaizduoti determinuoti reiškiniai, ar atsitiktiniai, o galbūt ir tie, ir tie.



8.2. Atsitiktinis klajojimas

Jeigu turėtum daug pažįstamų (kaip kadaise Vaižgantas Kaune), tai einant, tarkime, Laisvės alėja, dažnai reiktų sveikinantis linkčioti ar, norint ir paspausti jiems ranką, žengti žingsnelį į kairę ar į dešinę, bet iš anksto

nepasakysi, į kurią pusę. Toks judėjimas tam tikra prasme būtų panašus į vadinamąjį *atsitiktinį klajojimą.*



Galima įsivaizduoti, kad toks klajojimas vyksta išilgai skaičių ašies, ir kas žingsnis mes pasislenkame arba per vieną padalą į kairę, arba per vieną padalą į dešinę. Jeigu esame taške $x = 2$, tai po pirmo žingsnio atsidursime arba taške $x = 1$, arba taške $x = 3$. Atkreipkite dėmesį, kad šitaip nuolat pereidinėjame iš lyginio taško į nelyginį ir atvirkščiai.

Kad iš tikrųjų atsitiktinai būtų nuspręsta, kur link eisime – į kairę ar į dešinę, meskime monetą ir, atvirtus herbui, ženkime į kairę, o atvirtus skaičiui – į dešinę.

Pavyzdys: Vidurkių skaičiavimas

Pradėkime nuo nulinio taško ($x = 0$) ir ženkime 5 atsitiktinius žingsnius. Kur mes atsidursime po 5 žingsnių? 5 kartus paeiliui meskime monetą ir suskaičiuokime, kiek kartų atvirto skaičius, ir kiek – herbas. Jeigu, tarkime, bus 3 skaičiai ir 2 herbai, tai tris kartus žengsime į dešinę ir du – į kairę, taigi atsidursime taške $x = 1$. Tai bus galutinė reikšmė. Kadangi mes iš lyginio taško į nelyginį ir atvirkščiai pereisime 5 kartus, tai galimos šio atsitiktinio bandymo baigtys, t. y. galutinės reikšmės, bus tiktai nelyginiai skaičiai

$$-5, \ -3, \ -1, \ +1, \ +3, \ +5.$$

Pakartoję šį bandymą 10 kartų, galime gauti, pavyzdžiui, tokius rezultatus:

Bandymo Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Baigtis	+1	−1	+3	+1	+5	−1	−3	+1	−1	+1

Šiame bandyme baigčių dažniai yra:

Baigtis	−5	−3	−1	+1	+3	+5
Dažnis	0	1	3	4	1	1

Randame baigčių vidurkį:

$$\frac{+1-1+3+1+5-1-3+1-1+1}{10}=\frac{+6}{10}=0{,}6.$$

Vėliau mums prireiks baigčių kvadratų:

Bandymo Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Baigties kvadratas	1	1	9	1	25	1	9	1	1	1

Tų kvadratų vidurkis yra

$$\frac{1+1+9+1+25+1+9+1+1+1}{10}=\frac{50}{10}=5.$$

Pratimas

Esant nenusakomai pavienio bandymo baigčiai, pažiūrėkime, ar nepastebėsime kokių nors dėsningumų, kurie tiktų labai dideliam bandymų skaičiui. Praktiškai tai galima padaryti šitaip: kiekvienas klasės mokinys atlieka po 10 penkiažingsnių atsitiktinių klajojimų. Tada suskaičiuojami kiekvienos baigties dažniai, o juos imant kartu gaunami visos klasės baigčių dažniai. Atlikite šį bandymą kaip aprašyta ankstesniame pavyzdyje, o tada atsakykite į klausimus:

1. Koks yra baigčių vidurkis (t. y. skaičių $X_1, X_2, \ldots$, reiškiančių visas klasėje gautas baigtis, vidurkis)?
2. Koks būtų baigčių vidurkis, atlikus „be galo daug“ penkiažingsnių atsitiktinių klajojimų?
3. Koks yra baigčių kvadratų vidurkis (t. y. visų kvadratų $X_1^2, X_2^2, \ldots$ vidurkis)?
4. Koks būtų baigčių kvadratų vidurkis, atlikus „be galo daug“ penkiažingsnių atsitiktinių klajojimų?

8.3. Atsitiktinių klajojimų modelis

Vidutinį įsivaizduojamai „be galo daug“ kartų atlikto atsitiktinio bandymo elgesį vadinsime *idealiuoju.* Praeitame skyrelyje atlikome keletą

atsitiktinių penkiažingsnių klajojimų bandymų ir iš tų bandymų mėginome nuspėti, koks galėtų būti idealusis atsitiktinių klajojimų elgesys. Intuityviai galima spėti, kad:

1. *Idealiusis baigčių vidurkis yra nulis.*

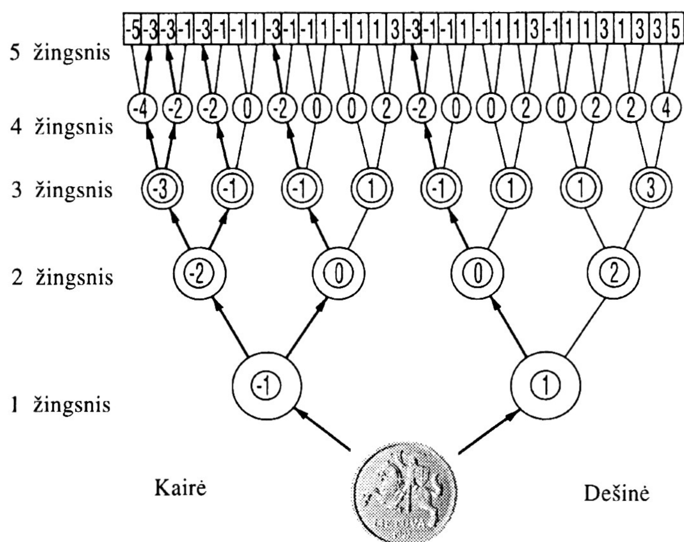
   Tokį teiginį galima pagrįsti kad ir šitaip: eiti tiek į kairę, tiek ir į dešinę yra vienodos galimybės, taigi kiek eisime į kairę, tiek ir į dešinę.

2. *Idealusis baigčių kvadratų vidurkis yra 5.*

   Galima numanyti, kad jis turi būti kažkaip susijęs su žingsnių skaičiumi, tačiau tokį spėjimą paprastai paaiškinti būtų sunkoka.

O dabar šias hipotezes reikėtų patikrinti. Pavyzdžiui, galima išnagrinėtą bandymą kartoti daug sykių – tam galima būtų, kaip paaiškės kitame skyriuje, pasinaudoti kompiuteriu.

Pamėginkime sudaryti idealiojo *bandymo modelį*. Tada idealųjį baigčių vidurkį ir idealųjį baigčių kvadratų vidurkį galėtume apskaičiuoti remdamiesi tuo modeliu. Tam nusibraižykime *dvejetainį* medį, t. y. tokį medį, kurio kiekviena šaka, išskyrus pačią viršutinę, išsišakoja į dvi (kartais jis vadinamas „binariu“ – *bi* yra lotyniška dalelytė, reiškianti „dvigubas“, „dvejopas“). Kiekvienas šakojimosi taškas čia atitiks pasirinkimo galimybę – eiti arba kairėn, arba dešinėn; ir kiekvienas iš 32 per visą dvejetainį medį einančių kelių atitiks konkrečią monetos metimų seriją ir nuves į vieną iš galimų baigčių.



Dvejetainis medis. Jame yra 5 keliai, vedantys į baigtį „–3“.

Kadangi galimybės pasukti ir dešinėn, ir kairėn yra vienodos, tai visas tas 32 galimybes laikysime vienodai tikėtinomis, t. y. laikysime, kad *idealiame* eksperimente, kai bandymą kartojame 32 kartus, kiekviena jų pasitaiko vieną kartą.

Dabar galime įvesti *idealiuosius dažnius.* Iš pradžių panagrinėsime baigtį „–5". Šiai baigčiai pasiekti reikia, kad 5 kartus iš eilės atvirstų herbas, t. y. turime eiti vis į kairę, todėl per dvejetainį medį eis vienintelis kelias, vedantis prie baigties „–5". Todėl šiai baigčiai priskirsime idealųjį dažnį 1. Taip pat aišku, kad ir baigties „+5" idealusis dažnis yra 1.

Dabar panagrinėkime baigtį „–3". Jai pasiekti reikia, kad keturis kartus atvirstų herbas ir vieną kartą – skaičius. Taigi einant dvejetainiu medžiu, reikia vieną kartą žengti į dešinę. Tai galėtų būti pirmasis žingsnis, bet, savaime suprantama, pasukti dešinėn galima ir darant antrąjį žingsnį ir t. t. Iš viso pasukti į dešinę turėsime penkias galimybes, ir todėl per dvejetainį medį eina penki keliai, duodantys baigtį „–3". Tad idealiajame eksperimente ji ir pasirodys 5 kartus. Todėl –3 (taip pat ir +3) idealusis dažnis bus 5.

Ir galiausiai – baigtys „–1" bei „+1". Kadangi iš viso medyje yra 32 keliai, ir 12 iš jų mes jau „praėjome", tai šioms dviem baigtims liko 20 kelių. Todėl kiekvienai jų priskirsime idealųjį dažnį 10. Dabar visus šiuos *idealiuosius dažnius* surašykime į lentelę:

Baigtis	–5	–3	–1	+1	+3	+5
Idealusis dažnis	1	5	10	10	5	1

Dabar jau žinome, kas vidutiniškai įvyktų atlikus penkiažingsnį atsitiktinį klajojimą daug kartų: 32 kartus atlikę atsitiktinį klajojimą, vidutiniškai 1 kartą atsidursime taške –5, vidutiniškai 1 kartą atsidursime taške +5, vidutiniškai 5 kartus atsidursime taške –3 ir t.t. Žodžiu, šie idealieji dažniai apibūdina *vidutinį* atsitiktinio klajojimo *elgesį.*

Remdamiesi idealiaisiais dažniais, galime suskaičiuoti *idealųjį baigčių* vidurkį:

$$\frac{1 \cdot (-5) + 5 \cdot (-3) + 10 \cdot (-1) + 10 \cdot (+1) + 5 \cdot (+3) + 1 \cdot (+5)}{32} = 0$$

bei *idealųjį baigčių kvadratų vidurkį*:

$$\frac{1\cdot 25+5\cdot 9+10\cdot 1+10\cdot 1+5\cdot 9+1\cdot 25}{32}=\frac{160}{32}=5,$$

sutampančius su pradine hipoteze.

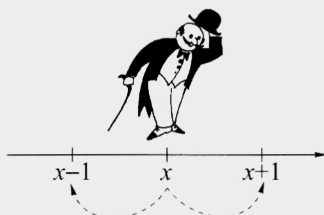
801

Būtų galima patyrinėti ir kitokio žingsnių skaičiaus atsitiktinį klajojimą (plg. 801 užduotį). Tuomet gautume tokias dvi bendras taisykles:

1. Idealusis baigčių vidurkis yra nulis.
2. Idealusis baigčių kvadratų vidurkis yra lygus padarytų žingsnių skaičiui.

2-os taisyklės įrodymas

Sakykime, kad žengę tam tikrą atsitiktinių žingsnių skaičių, atsidūrėme padėtyje x:



Po dar vieno žingsnio, jei suksime į kairę, atsidursime padėtyje $x-1$, arba, jei į dešinę – taške $x+1$. Jų kvadratai bus:

pasukus į kairę, –

$$(x-1)^2=x^2+1-2\cdot x;$$

pasukus į dešinę –

$$(x+1)^2=x^2+1+2\cdot x.$$

Todėl naujos padėties kvadrato vidurkis yra:

$$\frac{1}{2}\big((x-1)^2+(x+1)^2\big)=\frac{1}{2}\big(x^2+1-2\cdot x+x^2+1+2\cdot x\big)=$$
$$=\frac{1}{2}\big(2x^2+2\big)=x^2+1.$$

Vadinasi, padėties kvadratas su kiekvienu žingsniu padidėja vidutiniškai vienetu. Todėl kai pradėsime nuo nulio, tai baigčių kvadratų vidurkis kaip tik ir bus lygus padarytų žingsnių skaičiui.

8.4. Paskalio* trikampis

Toliau mes dažnai susidursime su įvairiais atsitiktiniais klajojimais, ir būtų neblogai išmokti greitai rasti baigčių idealiuosius dažnius.

Idealusis penkių žingsnių klajojimas buvo nusakomas dažniais:

1 5 10 10 5 1.

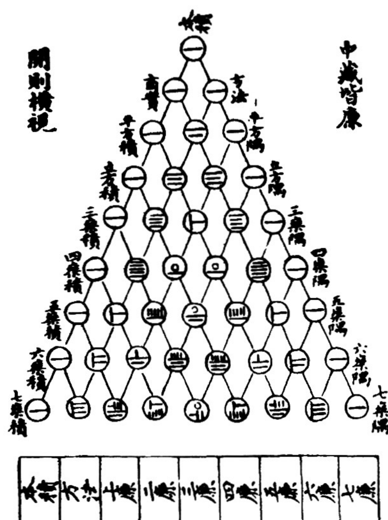
Tokiu pat būdu apibrėžę ir 1 žingsnio, 2 žingsnių, 3 žingsnių, 4 žingsnių ir t.t. atsitiktinius klajojimus (plg. 801 užduotį), gautume tokią lentelę:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1

Šios skaičių lentelės istorija labai sena. Šiaip ar taip, ji jau buvo žinoma indams III a. po Kr., o vėliau buvo vėl atrasta kinų, arabų ir europiečių. Europoje ją ypač nuodugniai tyrė prancūzų matematikas B. Paskalis, todėl šiandien ji dažnai vadinama *Paskalio trikampiu*.

802 803

* *Blaise Pascal* (1623–1662), prancūzų matematikas, rašytojas ir filosofas.



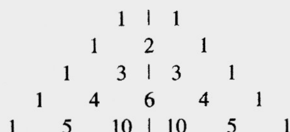
1303 m. kiniškasis Paskalio trikampio variantas. Beje, trikampyje yra keletas loginių klaidų (kurias nesunku pastebėti išnagrinėjus kodą – pabandykite jas surasti), bet jos netrukdo suprasti sistemą.

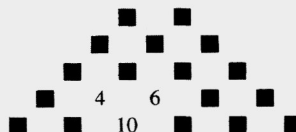
Paskalio trikampio savybės

Paskalio trikampis turi įdomių savybių. Mes dažniausiai remsimės tokiomis keturiomis savybėmis.

1. Kraštinių reikšmių savybės.

2. Simetrijos savybė. **3. Sudėties savybė.**





4. Laipsnių savybė.

$$1 + 1 = 2 = 2^1$$

$$1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$$

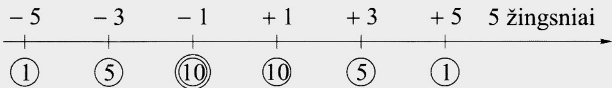
$$1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3$$

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4$$

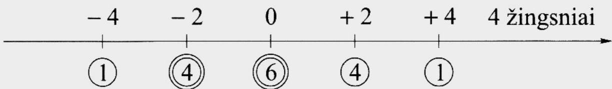
$$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5$$

Visas šias savybes galima geriau suprasti įsivaizduojant, kad Paskalio trikampio skaičiai reiškia atsitiktinio klajojimo baigčių dažnius.

Štai, pavyzdžiui, pažvelkime į *sudėties savybę*: jos penktoje eilutėje yra skaičius 10. Jis rodo skaičių kelių, kuriais einant po penkių žingsnių galima atsidurti taške -1:

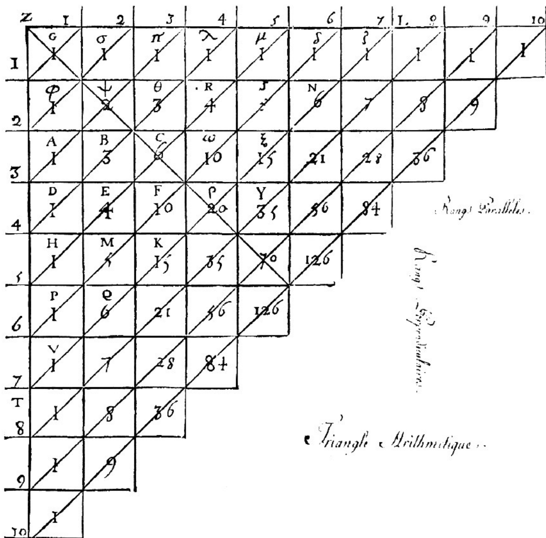


Pamėginkime išsiaiškinti, ką šis skaičius turi bendra su ketvirtos eilutės skaičiais.



Kad pasiektume tašką -1, reikia išeiti arba iš taško „-2“, arba iš „0“. O Paskalio trikampio ketvirtos eilutės skaičiai rodo, kad po keturių žingsnių atsidurti taške „-2“ galima tik 4 keliais. Panašiai tašką „0“ galima pasiekti 6 keliais. Todėl iš viso yra $4 + 6 = 10$ kelių, kuriais po penkių žingsnių galima atsidurti taške „-1“. Tai ir teigia sudėties savybė.

O dabar pažvelkime į *laipsnių savybę*: penktos eilutės idealiųjų dažnių suma reiškia bendrą visų galimų penkiažingsnių maršrutų skaičių. Prieš žengdami naują žingsnį, kiekvieną kartą turime dvi galimybes – arba eiti į kairę, arba į dešinę; taigi po penkių žingsnių ir susidaro $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$ maršrutai.



Paties Paskalio „Paskalio trikampio“ versija (1654). Pats jis, žinoma, jo taip nevadino. O kaip vadino? (Atsakymo ieškokite piešinyje!)

8.5. Standartinis nuokrypis ir išskirtinės baigtys

Remdamiesi idealiaisiais penkiažingsnio atsitiktinio klajojimo dažniais sudarykime lentelę:

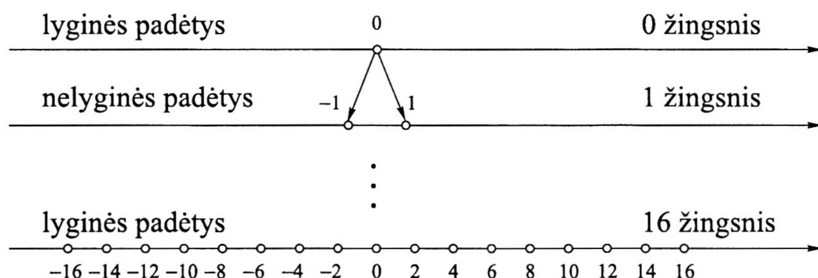
Baigtis	-5	-3	-1	$+1$	$+3$	$+5$
Idealusis dažnis	1	5	10	10	5	1

ir kiekvienai baigčiai priskirkime tam tikrą tikimybę.

Idealioje 32 baigčių serijoje galutinė padėtis $+1$ pasirodys 10 kartų, tad šios galutinės padėties $+1$ idealusis dažnis bus 10. Todėl atlikdami penkiažingsnį atsitiktinį klajojimą labai daug kartų, atsidurti taške $+1$ galime tikėtis vidutiniškai 10 iš 32 kartų. Sakome, kad baigties $+1$ *tikimybė* yra $10/32$. Taip gauname šitokią tikimybių lentelę:

Baigtis	-5	-3	-1	$+1$	$+3$	$+5$
Tikimybė	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

Kad geriau susipažintume su tikimybėmis, patyrinėkime didesnį negu penkių žingsnių, pavyzdžiui, 16 žingsnių atsitiktinio klajojimo modelį:



Visos padėtys -16; -14; $\ldots$; $+14$; $+16$ yra galimos atsitiktinio klajojimo baigtys. Dabar iš Paskalio trikampio galime rasti šių baigčių idealiuosius dažnius:

Baigtis	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
Dažnis	1	16	120	560	1 820	4 368	8 008	11 440	12 870

Baigtis	+2	+4	+6	+8	+10	+12	+14	+16
Dažnis	11 440	8 008	4 368	1 820	560	120	16	1

Iš viso šią idealiąją seriją sudaro $2^{16} = 65\,536$ galimos baigtys. Remdamiesi idealiaisiais dažniais, galime apskaičiuoti įvairias tikimybes, pvz., tikimybę atsidurti taške -16, kuri bus tokia:

$$\frac{1}{65\,536} \approx 0{,}000015 = 0{,}0015\%.$$

Tai labai maža tikimybė, atitinkanti tokį stulbinantį atvejį, kai 16 kartų metus monetą, visus 16 kartų atvirstų herbas. Tai, žinoma, labai mažai tikėtina.

O dabar panagrinėkime galutinę padėtį 0. Viena vertus, tai yra didelio skaičiaus atsitiktinių klajojimų vidutinė reikšmė, dėl ko ji dar vadinama atsitiktinių klajojimų *baigčių vidurkiu.* Kita vertus, ši reikšmė lyginio žingsnių skaičiaus klajojimo modelyje pati yra galima baigtis. Iš visų baigčių ji yra pati tikėtiniausia (jos idealusis dažnis yra pats didžiausias). Vis dėlto tikimybė atsidurti taške 0 tėra tik

$$\frac{12\,870}{65\,536} \approx 0{,}1964 = 19{,}64\%, \text{ t. y. maždaug } \frac{1}{5}.$$

Taigi patekti į šią idealią galutinę padėtį galima tikėtis tik maždaug penktadalyje atvejų.

Jeigu žingsnių bus daug, tai paprastai mes pataikysime ne tiksliai į reikšmių vidurkį, bet truputį nukrypsime į vieną ar į kitą pusę. Vidurkis yra tik didelio skaičiaus bandymų baigčių vidutinė reikšmė, kai vienodai dažnai pataikome tiek į vieną, tiek ir į kitą pusę.

Kyla klausimas: *kokio didumo* nuokrypio nuo vidurkio galima tikėtis? Kadangi nuokrypiai gali būti tiek teigiami, tiek ir neigiami, tai skaičiuosime *baigčių atstumus* nuo vidurkio. Iš pradžių patyrinėkime tų atstumų kvadratus. Pagal jau minėtas atsitiktinių klajojimų taisykles, idealusis atstumo kvadrato vidurkis nusakomas žingsnių skaičiumi, taigi šiuo atveju idealusis atstumo kvadrato vidurkis yra 16. O tada *idealusis atstumas,* t. y. vidutinis begalinio bandymų skaičiaus baigčių atstumas bus kvadratinė šaknis iš to skaičiaus, taigi šiuo atveju – skaičius $\sqrt{16} = 4$.

Paprastai tiek pat daug kartų atsidursime į kairę nuo baigčių vidurkio, kiek ir į dešinę. Tačiau dažniausiai neatsidursime labai toli. Tas idealusis

atstumas nuo vidurkio – *standartinis nuokrypis* – nusako, kokio didumo nuokrypių galime tikėtis.

Matėme, kad mūsų šešiolikažingsnio atsitiktinio klajojimo standartinis nuokrypis yra skaičius 4. Galima teigti, kad:

n-žingsnio atsitiktinio klajojimo standartinis nuokrypis yra skaičius $\sqrt{n}$.

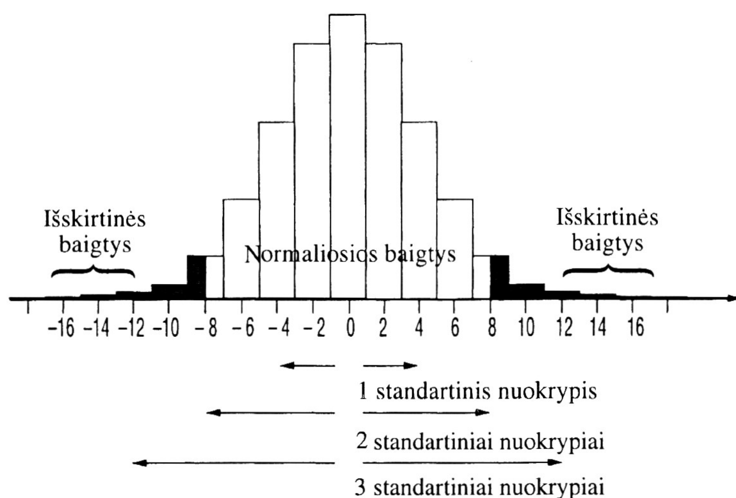
O kokia to standartinio nuokrypio prasmė? Kadangi nukrypti nuo galutinės padėties 0 galime tikėtis vidutiniškai 4 vienetais, tai nenustebtume, jei po 16 žingsnių ir atsidurtume taške −4 ar +4. O abiejų šių baigčių tikimybė:

$$\frac{8008 + 8008}{65\,536} = 0{,}2444 = 24{,}44\%, \text{ t. y. beveik } \frac{1}{4}.$$

Taigi yra labiau tikėtina atsidurti per keturis vienetus nuo 0 nei pačiame taške 0.

Standartinis nuokrypis tėra tik *vidutinis* atstumas nuo vidurkio, todėl paprastai atsidursime ir arčiau, ir toliau nuo jo. Dažniausiai mes atsidursime ne toliau kaip du standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio. Baigtis, esančias ne toliau kaip du standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio, vadinsime *normaliosiomis baigtimis.*

Užtat nustebtume, jei nukrypimas nuo vidurkio pasirodytų besąs gerokai didesnis už du standartinius nuokrypius. Aišku, daug priklauso nuo mūsų požiūrio – kiek daug reikėtų nukrypti, kad nustebtume; praktiškai laikoma, kad atsidurti toliau negu trys standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio jau yra stebinantis rezultatas. Baigtis, esančias toliau nei trys standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio, vadinsime *išskirtinėmis baigtimis.*



Tarp dviejų ir trijų standartinių nuokrypių yra likusioji, vadinamoji *pilkoji sritis,* ir galima pasirinkti, kokia ją laikyti – normaliąja ar išskirtine. Suvokti, kodėl vienos baigtys yra normalios, o kitos išskirtinės, galėsime apskaičiavę, kokios yra tikimybės atsidurti įvairiose srityse. Bet prieš tai būtų pravartu „pajusti“ tas tikimybes; to ir sieksime šiuo pratimu.

Pratimas

Kiekvienas mokinys atlieka 16 žingsnių atsitiktinį klajojimą, ir iš visos klasės rezultatų sudaroma dažnių lentelė.

1. Kokia dalis rezultatų yra vieno standartinio nuokrypio nuo vidurkio ribose, t. y. tarp -4 ir $+4$?
2. Kokia dalis rezultatų yra dviejų standartinių nuokrypių nuo vidurkio ribose, t. y. tarp -8 ir $+8$?
3. Kokia dalis rezultatų yra trijų standartinių nuokrypių nuo vidurkio ribose, t. y. tarp -12 ir $+12$?

Kai kurios būdingos tikimybės

a) Pirmiausia pamėginkime suskaičiuoti tikimybę atsidurti ne toliau kaip vienas standartinis nuokrypis nuo vidurkio, t. y. taškuose -4; -2; 0; $+2$; $+4$. Sudėję atitinkamas tikimybes, gauname:

$$\frac{8008 + 11\,440 + 12\,870 + 11\,440 + 8008}{65\,536} \approx 0{,}7898 = 78{,}98\% \approx \frac{4}{5}.$$

Taigi šiame atsitiktiniame klajojime maždaug 4 kartus iš 5 būsime vieno standartinio nuokrypio ribose. Jeigu visa klasė atliko aukščiau aprašytą pratimą, tai šią tikimybę būtų galima palyginti su stebėtąja.

Pastaba. Formuluotė „vieno standartinio nuokrypio ribose“ yra nelabai tiksli: baigtys -4 bei $+4$ yra lygiai vienas standartinis nuokrypis nuo 0, ir būtų galima diskutuoti, įskaityti jas ar ne. Darant 16 žingsnių, tai gana reikšminga. Atliekant kelių tūkstančių žingsnių atsitiktinį klajojimą, didelio skirtumo nėra – ši tikimybė abiem atvejais būtų apie 68%.

b) Dabar pabandykime suskaičiuoti tikimybę gauti normaliąją baigtį. Mums dar tinka baigtys -8; -6; $+6$ bei $+8$, tad randame:

$$0{,}7898 + \frac{1820 + 4368 + 4368 + 1820}{65\,536} = 0{,}9786 = 97{,}86\%.$$

Taigi beveik 98% šio atsitiktinio klajojimo baigčių yra normalios. Dažnai tokios bus visos klasės baigtys, jei kiekvienas mokinys bus atlikęs bandymą tik po vieną kartą.

Pastaba. Kaip ir prieš tai, čia būtų galima diskutuoti, ar įskaityti baigtis -8 ir $+8$, ar ne, kadangi jos yra lygiai dviem standartiniais nuokrypiais nutolusios nuo 0. Atliekant kelių tūkstančių žingsnių atsitiktinį klajojimą, ši tikimybė abiem atvejais būtų apie 95%.

c) Dabar pamėginkime suskaičiuoti, kokia yra tikimybė gauti išskirtinę baigtį. Kadangi trys standartiniai nuokrypiai yra $3 \cdot 4 = 12$, tai išskirtinės baigtys bus: -16; -14; $+14$ ir $+16$. Jų tikimybių suma lygi:

$$\frac{1+16+16+1}{65\,536} \approx 0{,}0005 = 0{,}05\%.$$

Taigi išskirtinės būtų mažiau kaip viena dutūkstantoji dalis baigčių. Vargu ar atliekant aukščiau aprašytą pratimą jų pasitaikė – ir ne todėl, kad tai neįmanoma, bet todėl, kad jos itin retos. Jei 300 šalies mokyklų visos baigiamosios klasės atliktų šį bandymą, išskirtinių baigčių tikriausiai negautų nė viena klasė.

Pastaba. Kelių tūkstančių žingsnių atsitiktinio klajojimo atveju ši tikimybė būtų maždaug 0,27%.

Galima parodyti, kad visa tai tinka ne tik įvairaus žingsnių skaičiaus atsitiktiniam klajojimui, bet ir daugybei panašių bei dažnai pasitaikančių tikimybių skirstinių. Mat daugelis gamtoje pasitaikančių atsitiktinių (t. y. atsitiktinai kintančių) dydžių yra didelio skaičiaus atsitiktinių poveikių rezultatas: tie poveikiai „tempia“ labiau tai į vieną, tai į kitą pusę, ir galutinis rezultatas yra tarsi didelio žingsnių skaičiaus atsitiktinis klajojimas.

Jei dydis atitinka atsitiktinį didelio žingsnių skaičiaus klajojimą, tai sakome, kad jis yra *normaliai pasiskirstęs*. Remiantis tuo, kas pasakyta aukščiau, galima teigti, jog normaliai pasiskirsčiusiems dydžiams:

a) apie 68% visų rezultatų galima tikėtis būsiant vieno standartinio nuokrypio nuo vidurkio ribose;

b) apie 95% visų rezultatų galima tikėtis būsiant dviejų standartinių nuokrypių nuo vidurkio ribose (t. y. jie būsiant *normaliaisiais*).

c) apie 0,27% visų rezultatų galima tikėtis būsiant nukrypus toliau nei trys standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio (t.y. būsiant *išskirtiniais*).

Intelekto koeficientas ir ūgis yra tradiciniai normaliai pasiskirsčiusių dydžių pavyzdžiai.

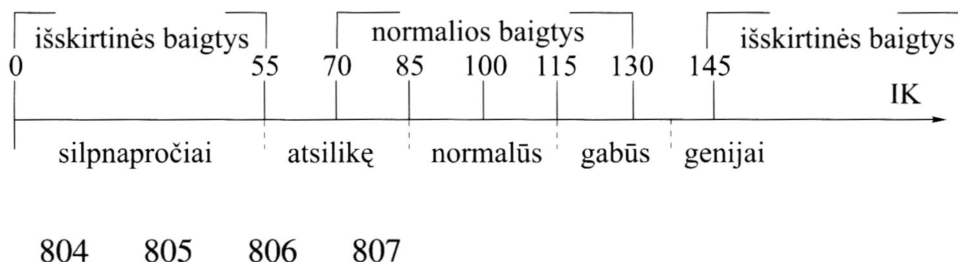
Pavyzdys: Intelekto koeficientas

Vaiko intelekto koeficientą (IK) galima nustatyti atlikus su juo daugybę įvairaus sudėtingumo bandymų: lengvų, šiaipjau įveikiamų ir penkiamečiui, bei sunkių, kuriuos gali įveikti tik penkiolikmečiai. Iš šių bandymų rezultatų nustatomas vaiko intelektinis amžius. Jeigu, tarkim, dešimtmetis vaikas įveikia išmėginimą, paprastai išlaikomą tik dvylikamečio, tai jo intelektinis amžius yra 12 metų.

Tuomet vaiko intelektinis koeficientas apskaičiuojamas kaip jo intelektinio amžiaus ir jo biologinio amžiaus santykis (padaugintas iš 100):

$$\text{IK} = \frac{\text{intelektinis amžius}}{\text{biologinis amžius}} \cdot 100.$$

Todėl aukščiau minėtu atveju vaiko intelekto koeficientas bus 120. Vidutinis intelektas pagal šią formulę bus 100. Užduotys išmėginimui parenkamos taip, kad standartinis nuokrypis būtų 15. Tada tipinė intelekto koeficientų klasifikacija atrodytų šitaip:



8.6. Atsitiktinio klajojimo testas

Kur mes galėtume pritaikyti savo žinias apie atsitiktinius klajojimus? Dažnai sutinkamas pavyzdys būtų *statistiniai testai,* t. y. įvertinimas to, ar nuokrypį nuo numatomo rezultato galima laikyti atsitiktinumu, ar reikia ieškoti kokios nors to nukrypimo priežasties. Panagrinėkime, pavyzdžiui, kūdikių lyčių pasiskirstymą. Šiaipjau būtų galima tikėtis, kad abiejų lyčių kūdikių gims po lygiai.

Vaiko lytis nulemiama biologinio proceso, kuriame esama ir atsitiktinumo elemento, metu. Yra dvi lyties chromosomos: X ir Y. Berniukai turi chromosomą XY, mergaitės – XX. Berniukų chromosoma Y neturi poros, ir dėl to jie labiau pažeidžiami chromosomų klaidų, kadangi Y chromosomos klaida nebegali būti ištaisyta jos porininkės. Apvaisinimo akte iš moters pusės dalyvauja kiaušinėlis su X chromosoma, o iš vyro pusės – spermatozoidas su X arba Y chromosoma. Vyro lyties chromosomos pasiskirsto visiškai atsitiktinai, todėl pusei susidariusių spermatozoidų tenka X, kitai pusei – Y chromosoma. Visa tai lyg ir bylotų, kad tikimybė gimti berniukui ir mergaitei yra vienoda.

O dabar pažvelkime į skaičius. Pavyzdžiui, 1974 metais Lietuvoje iš viso gimė 51 327 kūdikiai, iš kurių buvo 26 556 berniukai ir 24 771 mergaitė. Taigi 1974 m. berniukų gimė šiek tiek daugiau negu mergaičių.

Ar tai galėjo būti tik atsitiktinumas? Net jeigu gimti berniukui ir mergaitei tikimybė būtų tokia pat, praktiškai gimusiųjų skaičius niekad nebūtų vienodas. Vadinasi, berniukų persvara galėjo būti ir atsitiktinumas. Tam patyrinėti sumodeliuosime atsitiktinį klajojimą, kur kiekvienas gimimas bus žingsnis: mergaitė – į kairę, berniukas – į dešinę. Iš viso bus 51 327 žingsniai, t. y. $N = 51\,327$. Kadangi 26 556 kartus žengsime į dešinę ir 24 771 į kairę, tai atsidursime taške

$$26\,556 - 24\,771 = 1\,785,$$

o tai reikštų, kad berniukų gimė 1785 daugiau. Norėdami įvertinti, ar tai galėjo būti atsitiktinumas, apskaičiuokime standartinį nuokrypį:

$$s = \sqrt{51\,327} \approx 227 \text{ (apvalinant iki sveikųjų skaičių).}$$

Matome, kad du standartiniai nuokrypiai sudaro $2s = 2 \cdot 227 = 454$, o trys standartiniai nuokrypiai – $3s = 3 \cdot 227 = 681$.

Vadinasi, rezultatą tarp skaičių -454 ir 454 būtų galima paaiškinti kaip atsitiktinumą. O kadangi mūsų gautasis rezultatas yra netgi toliau nei 3 standartiniai nuokrypiai, tai prielaidą apie atsitiktinumą tenka atmesti. Todėl darome išvadą, kad tikimybė berniukui gimti yra didesnė nei mergaitei. Šią tikimybę galima ir įvertinti, nes turime, kad:

$$\text{tikimybė gimti berniukui} \approx \frac{26\,556}{51\,327} \approx 51{,}7\%,$$

$$\text{tikimybė gimti mergaitei} \approx \frac{24\,771}{51\,327} \approx 48{,}3\%.$$

Tokį atsitiktinio klajojimo testą galima taikyti visur, kur norima palyginti dviejų baigčių A ir B pasitaikymą. Jeigu atlikus pakartotinių eksperimentų seriją paaiškėja, kad viena baigtis pasitaikė šiek tiek dažniau nei kita, tai remdamiesi atsitiktinio klajojimo testu galime nuspręsti, ar tai reali tendencija, ar tik atsitiktinumas.

Šiuos samprotavimus galima apibendrinti.

N kartų kartojamas dviejų baigčių A ir B eksperimentas. Tarkime, jog paaiškėjo, kad A įvyko N_A kartų, o B – N_B kartų, ir $N_A > N_B$ (aišku, kad $N = N_A + N_B$).

Jeigu skirtumas $N_A - N_B$ mažesnis už $2\sqrt{N}$, tai tą rezultatą galima priskirti atsitiktinumui, t. y. galima daryti išvadą, jog A ir B pasitaiko

vienodai dažnai. Užtat jei skirtumas yra didesnis už $3\sqrt{N}$, *tai galima daryti išvadą, kad A pasitaikymo tikimybė yra didesnė negu B.*

808 809 810 811 812

Šis testas naudojamas, pavyzdžiui, farmacijoje bei medicinoje tikrinant, ar esama skirtumo tarp dviejų ligai gydyti vartojamų preparatų, arba žemės ūkyje – tikrinant, ar esama skirtumo tarp dviejų trąšų rūšių poveikio.

Reikėtų pabrėžti, jog atsitiktinio klajojimo testo rezultatas nėra joks įrodymas – statistiniai testai negali būti naudojami teiginiams įrodyti, o tik jų tikėtinumui įvertinti. Taikant statistinį testą, visuomet yra rizika apsirikus atmesti teisingą teiginį. Nors išskirtinės baigtys ir retos, tačiau nėra neįmanomos. Tarkime, tam pačiam atsitiktiniam eksperimentui 300 šalies mokyklų klasėse taikomas atsitiktinio klajojimo testas. Tuomet galima tikėtis, kad maždaug viena klasė bus gavusi išskirtinę baigtį, ir todėl šioje klasėje teisingas teiginys, kad *A* ir *B* pasitaiko vienodai dažnai, bus atmestas. Problema čia panaši, kaip ir teismo byloje, kur rizikuojama įvykdyti teisinę žmogžudystę (tai yra nuteisti nekaltą). Aišku, panašūs dalykai nutinka labai retai. Bet kokia abejonė turi būti sprendžiama kaltinamojo naudai, ir atmesti teiginiams apie kaltinamojo nekaltumą reikia labai svarbių įkalčių.

813 814 815

Pavyzdys: Atsitiktinio klajojimo testo taikymas

Siekiant ištirti dviejų skirtingų javų veislių *A* ir *B* derlingumą, buvo atlikta serija eksperimentų skirtingose dirvose, kita serija eksperimentų su skirtingų rūšių trąšomis, trečia serija – esant įvairioms klimato sąlygoms (kritulių kiekiui, saulėtų valandų skaičiui) ir t. t. Kiekviename eksperimente buvo matuota ir *A*, ir *B* derlingumas. Iš viso 7 serijose buvo atlikti 28 bandymai.

	I serija					
A derlingumas	47,8	48,6	47,6	43,0	42,1	41,01
B derlingumas	46,1	50,1	48,2	48,6	43,4	42,9

	II serija					III serija				
A	28,9	29,0	27,4	28,1	28,0	28,3	26,4	26,8	33,3	30,6
B	38,6	31,1	28,0	27,5	28,7	28,8	26,3	26,1	32,4	31,7

	IV serija				V serija				VI serija		VII serija	
A	40,8	39,8	42,2	41,4	38,9	39,0	37,5	36,8	35,9	33,6	39,2	39,1
B	41,3	40,8	42,0	42,5	39,1	39,4	37,3	37,5	37,3	34,0	40,1	42,6

Iš visų tų 28 bandymų 21-u atveju B derlingumas buvo didesnis, o likusiais 7-iais atvejais – A. Ar iš to jau galime daryti išvadą, kad B yra geresnė javų veislė nei A? O gal tai buvo tik atsitiktinumas? Skirtumas šiuo atveju yra:

$$21 - 7 = 14.$$

Jį reikia matuoti standartiniais nuokrypiais:

$$s = \sqrt{N} = \sqrt{28} \approx 5{,}29.$$

Kadangi $2s = 10{,}58$, o $3s = 15{,}87$, tai skirtumas (14) yra tarp dviejų ir trijų standartinių nuokrypių. Taigi čia nėra akivaizdu, kad veislė B iš tiesų yra geresnė nei A; tačiau kadangi skirtumas yra gana arti trijų standartinių nuokrypių, tai galima būtų daryti išvadą, kad B yra geresnė javų veislė nei A.

9. Statistika ir tikimybės

9.1. Vidurkis ir dispersija

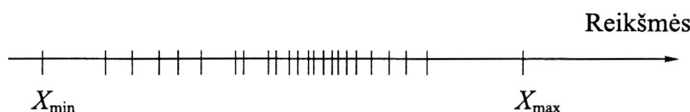
Laboratorinio eksperimento ar gamtos (arba visuomenės) stebėjimo rezultatai dažnai esti duomenys, kuriuos dar reikia tinkamai apdoroti – sugrupuoti ir padaryti išvadas. Tų duomenų apdorojimas parengiant dirvą išvadoms yra statistikos uždavinys.

Panagrinėkime, kaip surinktieji duomenys galėtų būti grupuojami. Duomenys paprastai yra kažkokių skaičių $X_1, X_2, \ldots, X_N$ rinkinys. Tie skaičiai sudaro vadinamąją *duomenų aibę.* O iš šios duomenų aibės galime rasti kai kuriuos naudingus *statistinius parametrus,* t. y. skaičius, apibūdinančius *visą* duomenų aibę.

Nesunku rasti duomenų aibės *vidurkį,* t. y. visų duomenų aibės reikšmių vidutinę reikšmę:

$$m = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_N}{N}.$$

Šiek tiek sudėtingiau apibūdinti duomenų aibės reikšmių sklaidą. Vienas iš sklaidos matų yra *duomenų aibės plotis,* t. y. skirtumas tarp didžiausios ir mažiausios duomenų aibės reikšmių. Tačiau daugeliu atvejų tai būtų nepatikimas rezultatų sklaidos matas, ypač jei – kaip pavaizduota brėžinyje – yra pavienių neįprastai didelių ar neįprastai mažų reikšmių. Šiuo atveju duomenų aibės plotį lemtų *vien tik* tos kraštinės reikšmės.



Kitas duomenų aibės reikšmių sklaidos matas yra *standartinis nuokrypis*, arba *vidutinis kvadratinis nuokrypis* σ. Standartinis nuokrypis σ skaičiuojamas taip:

1. Pirmiausia surandamas duomenų aibės reikšmių $X_1, X_2, \ldots, X_N$ *vidurkis* m.

2. Paskui apskaičiuojamas tų reikšmių kvadratų vidurkis K (žr. 8 sk.):

$$K = \frac{X_1^2 + \cdots + X_N^2}{N}.$$

3. Galiausiai suskaičiuojamas vadinamojo standartinio nuokrypio kvadratas $\sigma^2 = K - m^2$, o ištraukus kvadratinę šaknį gaunamas ir pats vidutinis kvadratinis nuokrypis, arba standartinis nuokrypis:

$$\sigma = \sqrt{K - m^2}.$$

Kai kuriuose skaičiuokliuose yra specialūs klavišai duomenų aibės reikšmių vidurkiui ir standartiniam nuokrypiui skaičiuoti.

Ką gi standartinis nuokrypis pasako apie duomenų aibę? Jį galima įsivaizduoti kaip duomenų aibės reikšmių vidutinį nuotolį iki jų vidurkio, t. y. standartinis nuokrypis rodo, kaip toli nuo vidurkio yra tipiška duomenų aibės reikšmė (žr. toliau). Dažniausiai du trečdaliai duomenų aibės reikšmių esti ne toliau kaip vienas standartinis nuokrypis nuo vidurkio. Dauguma duomenų reikšmių (*normaliųjų*) esti ne toliau kaip du standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio, bet itin retai duomenų reikšmės (*išskirtinės*) būna toliau nei trys standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio. Taigi normalios duomenų aibės reikšmės yra tarp skaičių $m - 2\sigma$ ir $m + 2\sigma$, o išskirtinės reikšmės yra arba mažesnės už $m - 3\sigma$, arba didesnės už $m + 3\sigma$.

Pavyzdys

Apskaičiuokime duomenų aibės 6, 7, 8, 10, 11 vidurkį m ir vidutinį kvadratinį nuokrypį σ:

$$m = \frac{6 + 7 + 8 + 10 + 11}{5} = \frac{42}{5} = 8{,}4;$$

$$K = \frac{6^2 + 7^2 + 8^2 + 10^2 + 11^2}{5} = \frac{370}{5} = 74;$$

$$\sigma^2 = 74 - 8{,}4^2 = 3{,}44;$$

$$\sigma = \sqrt{3{,}44} \approx 1{,}85.$$

Taigi vidurkis yra 8,4, o standartinis nuokrypis 1,85. Randame: $m - 2\sigma = 4{,}7$ ir $m + 2\sigma = 12{,}1$, taigi visos duomenų aibės reikšmės yra normalios.

Standartinis nuokrypis σ

Trumpai paaiškinsime aukščiau pateiktą standartinio nuokrypio apibrėžimą. Turėdami duomenų aibę $X_1, X_2, \ldots, X_N$, kurios vidurkis m, pirmiausia suskaičiuojame nuokrypius nuo vidurkio:

$$X_1 - m, X_2 - m, \ldots, X_N - m.$$

Vieni iš šių nuokrypių yra teigiami, kiti neigiami, o jų vidurkis lygus 0. Keliame šiuos nuokrypius kvadratu:

$$(X_1 - m)^2, (X_2 - m)^2, \ldots, (X_N - m)^2.$$

Gauname eilę dydžių, kurių vidurkis tinka kaip duomenų reikšmių sklaidos matas. Šis vidurkis sutampa su σ^2, t.y.:

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - m)^2 + \cdots + (X_N - m)^2}{N}.$$

Duomenų aibės 6, 7, 8, 10, 11 vidurkis yra $m = 8{,}4$, o vidutinis kvadratinis nuokrypis

$$\sigma^2 = \frac{(6 - 8{,}4)^2 + (7 - 8{,}4)^2 + (8 - 8{,}4)^2 + (10 - 8{,}4)^2 + (11 - 8{,}4)^2}{5} =$$
$$= \frac{5{,}76 + 1{,}76 + 0{,}76 + 2{,}76 + 6{,}76}{5} = \frac{17{,}2}{5} = 3{,}44.$$

Kaip ir turėjo būti, gavome tą pačią σ^2 reikšmę, kaip ir anksčiau.

Pavyzdys

Klasė, susidedanti iš 25 mokinių, egzaminą išlaikė šiais pažymiais: 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10. Klasės požymių vidurkį randame taip:

$$m = \frac{4 + 5 + 6 + 6 + 7 + \cdots + 10 + 10 + 10}{25} = \frac{201}{25} = 8{,}04.$$

Dažnai skaičiavimai palengvėja sudarius *dažnių lentelę*. Tarp 25 rezultatų yra septynios skirtingos baigtys, o būtent – pažymiai 4, 5, 6, 7, 8, 9 ir 10. Čia $X_1 = 4$, $X_2 = 5$, $X_3 = X_4 = 6$ ir t. t. Pavyzdžiui, baigties 8 dažnis yra 8, kadangi yra 8 aštuntukai. Sudarome lentelę:

Baigtis u	4	5	6	7	8	9	10	Suma
Dažnis h	1	1	2	3	8	5	5	25
$h \cdot u$	4	5	12	21	64	45	50	201

Taigi vidutinis pažymys yra

$$m = \frac{1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + \cdots + 5 \cdot 10}{25} = \frac{4 + 15 + \cdots + 50}{25} = \frac{201}{25} = 8{,}04.$$

Šį samprotavimą galima apibendrinti taip:

Jei tarp N duomenų aibės reikšmių $X_1, X_2, \ldots, X_N$ yra n skirtingų baigčių $u_1, u_2, \ldots, u_n$, kurių dažniai $h_1, h_2, \ldots, h_n$, tai vidurkį

$$m = \frac{X_1 + \cdots + X_N}{N}$$

galima skaičiuoti taip:

$$m = \frac{h_1 u_1 + \cdots + h_n u_n}{N}.$$

901 902 903

Praktiškai daug svarbesni yra *santykiniai dažniai.* Jie rodo, kokią duomenų aibės *dalį* sudaro kiekviena baigtis. Santykinis dažnis (žymimas f) gali būti užrašomas trupmena, dešimtainiu skaičiumi arba procentais. Tai, kad praeitame pavyzdyje iš 25 pažymių yra 8 aštuntukai, galima užrašyti taip: pažymio 8 dažnis yra $8/25 = 0{,}32$, arba 32%.

Pratimas

Sudarykite aukščiau pateiktų pažymių dažnių lentelę, t. y. lentelę, kurios pirmosios dvi eilutės yra tokios pat kaip ankstesniajame pavyzdyje, o trečiojoje surašyti santykiniai dažniai f. Patikrinkite, ar visų dažnių suma lygi 1 (arba 100%).

O dabar kelkime tokį klausimą:

Ar galima rasti skaičių $u_1, u_2, \ldots, u_n$ vidurkį, jei žinome tik santykinius tų skaičių dažnius $f_1, f_2, \ldots, f_n$, bet nežinome bendro duomenų aibės reikšmių skaičiaus?

Jei, pavyzdžiui, pusė klasės mokinių gavo 8, o pusė – 9, tai į tokį klausimą atsakyti nesunku. Tuomet vidurkis, aišku, bus 8,5. O dabar sakykime, kad turime tokį pažymių pasiskirstymą:

Pažymys	6	7	8	9	10
Dažnis	20%	25%	25%	15%	15%

Ar galima dabar rasti vidurkį, nežinant, kiek mokinių yra klasėje?

Pratimas

1) Raskite vidurkį, tarę, kad klasėje yra 100 mokinių.
2) Raskite vidurkį, tarę, kad klasėje yra 300 mokinių.

Iš šio pratimo matyti, kad vidurkį galima apskaičiuoti imant bet kurį mokinių skaičių, nes rezultatas nuo to skaičiaus nepriklauso. Tai reiškia, kad vidurkį galima apskaičiuoti padauginus kiekvieną baigtį iš jos santykinio dažnio ir sudėjus gautąsias sandaugas:

$$m = f_1u_1 + f_2u_2 + \cdots + f_nu_n.$$

Šią formulę įrodyti paprasta:

$$m = \frac{h_1u_1 + \cdots + h_nu_n}{N} = \frac{h_1u_1}{N} + \cdots + \frac{h_nu_n}{N} = $$
$$= \frac{h_1}{N}u_1 + \cdots + \frac{h_n}{N}u_n = f_1u_1 + \cdots + f_nu_n.$$

Vidutinį kvadratinį nuokrypį σ taip pat galima apskaičiuoti turint tik baigčių dažnius. Iš pradžių randame rezultatų kvadratų vidurkį:

$$K = f_1u_1^2 + \cdots + f_nu_n^2,$$

o tada

$$\sigma = \sqrt{K - m^2}.$$

Atliktus pažymių vidurkio m ir standartinio nuokrypio σ skaičiavimus galima surašyti šitaip:

Baigtis u	Dažnis f	$f \cdot u$	$f \cdot u^2$
6	0,20	1,20	7,20
7	0,25	1,75	12,25
8	0,25	2,00	16,00
9	0,15	1,35	12,15
10	0,15	1,50	15,00
	1,00	$m = 7,80$	$K = 62,60$

Taigi pažymių vidurkis yra $m = 7,8$. Standartinio nuokrypio kvadratas $\sigma^2 = K - m^2 = 62,60 - 7,80^2 = 1,76$, todėl standartinis nuokrypis yra $\sigma = \sqrt{1,76} \approx 1,3$.

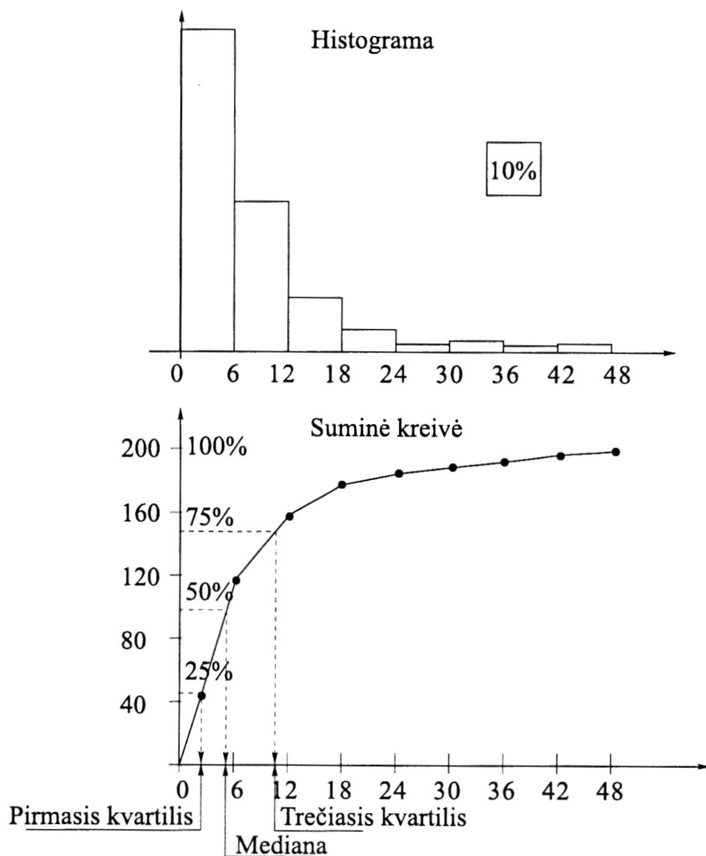
904 905 906

9.2. Histograma ir suminė kreivė

Praeitame skirsnyje aptarėme du svarbius statistinius rodiklius: vidurkį ir standartinį nuokrypį. Aprašomojoje statistikoje stebėjimų medžiagai apibūdinti labai patogus ir *grafinis vaizdavimas.* Daugybę diagramų kasdien galima rasti laikraščiuose, ypač jų ekonomikos puslapiuose. Čia pateiksime tik dviejų rūšių diagramų pavyzdžius, būtent *histogramą* ir *suminę kreivę*.

Įmonėje dirba 200 žmonių. Norima vaizdžiai pateikti jų darbo stažo toje įmonėje pasiskirstymą. Kadangi duomenų skaičius didelis, tai reikšmės *grupuojamos* intervalais. Suskaičiavus buvo nustatyta, kad: 109 yra išdirbę ne daugiau kaip 6 mėnesius, 50 – 6–12 mėnesių ir t. t. (žr. lentelę 155 psl.). Intervalų, pavyzdžiui, 6–12 ir 12–18, bendrasis mėnuo (12) priskirtas pirmajam intervalui.
Pirmoje lentelės eilutėje yra nurodyti duomenų aibės reikšmių intervalai, o antroje pateikti juose esančių reikšmių dažniai. Trečioje eilutėje apskaičiuoti tų intervalų *santykiniai dažniai.* Juos gauname padaliję antros eilutės skaičius iš 200. Ketvirtoje eilutėje yra surašyti *suminiai* reikšmių dažniai, gauti sudėjus antrosios eilutės skaičius. Pavyzdžiui, skaičius 179, esantis 12–18 stulpelyje, reiškia, kad iš viso yra 179 žmonės, išdirbę 18 mėnesių arba mažiau.
Suminis dažnis lentelėje atitinka *kraštinį dešinįjį* atitinkamo duomenų intervalo tašką. Apatinėje eilutėje apskaičiuoti suminiai santykiniai dažniai. Jie gaunami dalijant ketvirtos eilutės skaičius iš 200. Pavyzdžiui, stulpelio 18–24 apačioje esantis skaičius 0,940 reiškia, kad 94% žmonių yra išdirbę 24 mėnesius arba mažiau.
Šiuos rezultatus vaizdžiai atspindi nubraižyta *histograma* bei *suminė kreivė.* Histogramoje stačiakampio plotas rodo, kiek procentų duomenų priklauso tam intervalui. Suminė kreivė gaunama pažymėjus suminius dažnius, atitinkančius dešiniuosius intervalų taškus, ir sujungus juos atkarpomis.
Aukščiausio histogramos stačiakampio intervalas vadinamas *tipiniu intervalu.* Čia tipinis intervalas yra 0–6 mėnesiai. Iš kreivės galime rasti vadinamuosius *kvartilius*: 3 mėn., 5,4 mėn. ir 10,8 mėn. Tai, kad *pirmasis kvartilis* yra 3 mėn., reiškia, kad 25% dirbančiųjų yra išdirbę 3 mėn. arba mažiau. Kad *mediana* (arba *antrasis kvartilis*) yra 5,4

Darbo stažas mėn.	0–6	6–12	12–18	18–24	24–30	30–36	36–42	42–48
Kiekvieno intervalo reikšmių dažnis	109	50	20	9	3	4	2	3
Santykinis dažnis	0,545	0,25	0,10	0,045	0,015	0,02	0,01	0,015
Suminis dažnis	109	159	179	188	191	195	197	200
Suminis santykinis dažnis	0,545	0,795	0,895	0,940	0,955	0,975	0,985	1,000



mėnesio, reiškia, jog pusė įmonės dirbančiųjų yra išdirbę 5,4 mėn. arba mažiau. Tai, kad *trečiasis kvartilis* yra 10,8 mėn., reiškia, jog 75% dirbančiųjų išdirbo įmonėje 10,8 mėn. arba mažiau.
Iš šių duomenų negalime nustatyti tikslios vidurkio m reikšmės. Vidurkio m artinį galime gauti laikydami, kad intervalo 0–6 mėn. visi 109 darbuotojai yra išdirbę po 3 mėn. ir t. t.:

$$m = (109 \cdot 3 + 50 \cdot 9 + 20 \cdot 15 + \cdots + 3 \cdot 45) : 200 = \\ = 1692 : 200 \approx 8,5$$

arba pasinaudojus dažniais:

$$m = 0,545 \cdot 3 + 0,25 \cdot 9 + 0,10 \cdot 15 + \cdots + 0,015 \cdot 45 \approx 8,5.$$

Taigi vidutinis darbuotojų firmoje išdirbtas laikas yra maždaug 8,5 mėn.

907 908

9.3. Tikimybiniai modeliai

Daug kartų iš eilės atlikus tą patį tikimybinį eksperimentą, jo rezultatas atsitiktinai kis. Vaizdžiai suvokti baigčių pasiskirstymą galima apskaičiavus jų *idealiuosius dažnius.* Jie atspindės tai, ko galima tikėtis atliekant *labai didelį bandymų skaičių.* Taip sudaromas vadinamasis eksperimento *tikimybinis modelis.*

Pavyzdžiui, mėtant kauliuką, idealiu atveju visos šešios galimos baigtys pasirodys vienodai dažnai. Todėl visoms baigtims priskiriame tikimybę $1/6$, tikėdamiesi, kad mėtant kauliuką „be galo daug kartų“, kiekviena jų pasirodys šeštadalį kartų.

Paprastai tikimybės žymimos raide p (lot. *probabilitas* – tikimybė). Baigtys $u_1, u_2, \ldots, u_n$ kartu su joms priskiriamomis tikimybėmis $p_1, p_2, \ldots, p_n$ sudaro vadinamąjį *tikimybinį modelį.*

Kadangi tikimybes galima interpretuoti ir kaip dažnius, tai laikysime, kad jos ir elgsis kaip dažniai. Įsidėmėkime, kad:

1. Bet kuri tikimybė yra tarp 0 ir 1: $0 \leqslant p \leqslant 1$.
2. Tikimybių suma visuomet yra lygi 1: $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$.

Skaičiuojant procentais, kiekviena tikimybė yra tarp 0% ir 100%, o tikimybių suma visuomet lygi 100%.

909

Kai baigtys u yra skaičiai, tikimybėmis (kaip ir dažniais) galima pasinaudoti skaičiuojant vidurkį m ir standartinį nuokrypį σ:

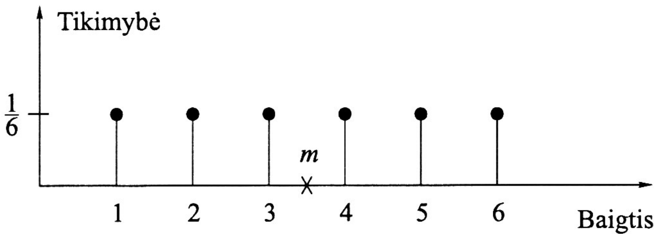
	Statistika	Tikimybių teorija
Baigtis	$u_1, \ldots, u_n$	$u_1, \ldots, u_n$
Dažnis/tikimybė	$f_1, \ldots, f_n$	$p_1, \ldots, p_n$
Vidurkis	$m = f_1u_1 + f_2u_2 + \cdots + f_nu_n$	$m = p_1u_1 + p_2u_2 + \cdots + p_nu_n$
Kvadratų vidurkis	$K = f_1u_1^2 + f_2u_2^2 + \cdots + f_nu_n^2$	$K = p_1u_1^2 + p_2u_2^2 + \cdots + p_nu_n^2$
Standartinis nuokrypis	$\sigma = \sqrt{K - m^2}$	$\sigma = \sqrt{K - m^2}$

Tikimybių teorijoje vidurkis nusako „be galo didelio“ bandymų skaičiaus baigčių „vidutinę“ reikšmę.

Kaip ir statistikoje, baigtis, esančias ne toliau kaip du standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio, vadinsime *normaliosiomis.* Taigi normaliosios baigtys yra tarp $m - 2\sigma$ ir $m + 2\sigma$. Baigtis, esančias toliau kaip trys standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio, vadinsime *išskirtinėmis.* Išskirtinės baigtys yra mažesnės už $m - 3\sigma$ arba didesnės už $m + 3\sigma$.

Pavyzdys: Kauliuko mėtymo tikimybinis modelis

Baigtis	1	2	3	4	5	6
Tikimybė	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$



Pirmiausia apskaičiuokime vidurkį:

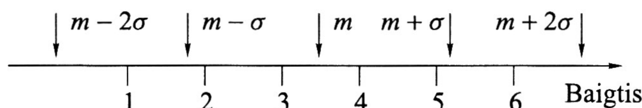
$$m = \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 5 + \frac{1}{6} \cdot 6 = \frac{21}{6} = 3{,}5.$$

Šis rezultatas dera su tuo, kad baigtys yra simetriškos taško 3,5 atžvilgiu, o jų visų tikimybės vienodos.

Dabar apskaičiuokime standartinį nuokrypį:

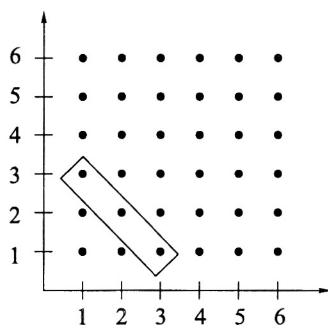
$$K = \frac{1}{6} \cdot 1^2 + \frac{1}{6} \cdot 2^2 + \cdots + \frac{1}{6} \cdot 6^2 \approx 15{,}167,$$
$$\sigma = \sqrt{K - m^2} \approx \sqrt{15{,}167 - 3{,}5^2} \approx 1{,}7.$$

Kadangi $m - 2\sigma = 0{,}1$ ir $m + 2\sigma = 6{,}9$, tai visos baigtys yra ne toliau kaip du standartiniai nuokrypiai nuo vidurkio, t. y. jos visos yra normalios. Tai, be kita ko, yra susiję ir su tuo, kad visų šių baigčių tikimybės yra vienodos.



Pavyzdys: Dviejų kauliukų mėtymo tikimybinis modelis

Dabar mėtysime iš karto du kauliukus ir domėsimės kiekvienu metimu atvirtusių *taškų suma*. Galimos baigtys bus tokios: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Tam, kad rastume jų tikimybes, sudarysime visų galimų dviejų kauliukų atvirtimo baigčių lentelę. Visos šios 36 baigtys laikytinos vienodai tikėtinomis, – taigi kiekvienos jų tikimybė yra $1/36$. Dabar užtenka suskaičiuoti, kiek baigčių duoda norimą taškų sumą. Pavyzdžiui, „suma 4“ atitinka šias baigtis: (1, 3), (2, 2), (3, 1), todėl $p(\text{suma } 4) = 3/36$.



Sumą 4 duodančios trys baigtys piešinėlyje apvestos rėmeliu.

Taigi gauname tokį tikimybinį modelį:

Suma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tikimybė	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Atkreipkite dėmesį į pasiskirstymo simetriją. Abiejose pusėse vienodu atstumu nuo 7 esančių baigčių tikimybės yra vienodos. Todėl nenuostabu, kad vidurkis yra 7:

$$m = \frac{1}{36} \cdot 2 + \frac{2}{36} \cdot 3 + \frac{3}{36} \cdot 4 + \dots + \frac{2}{36} \cdot 11 + \frac{1}{36} \cdot 12 = 7.$$

Standartinis nuokrypis:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{36} \cdot 2^2 + \frac{2}{36} \cdot 3^2 + \dots + \frac{2}{36} \cdot 11^2 + \frac{1}{36} \cdot 12^2 - 7^2} \approx$$
$$\approx \sqrt{5{,}833} \approx 2{,}4.$$

Randame, kad $m - 2\sigma = 2{,}2$ ir $m + 2\sigma = 11{,}8$. Taigi baigtys „suma 2“ ir „suma 12“ nėra normalios. Tačiau jos nėra ir išskirtinės, kadangi $m - 3\sigma = -2{,}2$ ir $m + 3\sigma = 14{,}2$.

910

Įvykiai

Sudarius tikimybinį modelį, galima apskaičiuoti įvairių įvykių tikimybes. Pavyzdžiui, kauliuko mėtymo bandyme galime rasti tikimybę įvykio A: atvirs lyginis taškų skaičius.

Tikimybių teorijoje įvykiai vadinami *atsitiktiniais įvykiais.* Įvykio tikimybė yra vadinamųjų *palankių* tam įvykiui baigčių (t. y. tą įvykį sudarančių baigčių) tikimybių *suma.* Įvykiui A palankios baigtys yra 2, 4 ir 6, todėl jo tikimybė yra:

$$p(A) = p(2) + p(4) + p(6) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 = 0{,}5,$$

taigi lyginio taškų skaičiaus atvirtimo galime tikėtis maždaug pusėje atvejų, t.y. maždaug kas antrą kartą.

911 912 913 914

9.4. Tikimybinė imitacija

Imituoti tikimybinius reiškinius galima ir kompiuteriu, naudojant *atsitiktinių reikšmių* generavimo programą. Tuo naudojamasi, pavyzdžiui, tiriant modelius, kurie yra pernelyg sudėtingi, kad būtų galima kitaip atlikti kokius nors skaičiavimus. Čia aptarsime, kaip galima kompiuteriu imituoti paprasčiausius tikimybinius eksperimentus. Pagrindinis tikimybinės imitacijos elementas yra kintamasis, žymimas RND(a, b) (angliškai *random* – atsitiktinis). Jis nusako atsitiktinius sveikuosius skaičius, priklausančius intervalui $[a, b]$, kur a ir b yra sveikieji skaičiai. Šie atsitiktiniai skaičiai generuojami vienodai dažnai, sakoma, kad jų galimos reikšmės tolygiai pasiskirsto tarp skaičių a ir b (imtinai).

Pavyzdys: Elektroninė moneta

Monetos imitacijai pasinaudokime atsitiktiniu kintamuoju RND(0, 1), kadangi jis kaip tik turi dvi galimas baigtis 0 ir 1. Sakykime, kad 0 reiškia herbą, o 1 – skaičių. Norint imituoti monetos mėtymą kompiuteryje, galima pasinaudoti tokia programėle:

```
10 FOR i := 1 TO 20 DO
20      X := RND(0,1)
30      PRINT X
40 NEXT i
```

Pratimas

Suskaičiuokite, kiek kartų pasirodys 0 ir kiek 1, ir, pasinaudoję kad ir atsitiktinio klajojimo testu, nuspręskite, ar galima manyti, kad elektroninė moneta generuoja po lygiai herbų ir skaičių.

Pavyzdys: Elektroninis lošimo kauliukas

Norėdami imituoti lošimo kauliuką, galime pasinaudoti atsitiktiniu kintamuoju RND(1, 6), tolygiai generuojančiu skaičius 1, 2, 3, 4, 5 ir 6.

Imituoti net paprasčiausią tikimybinį eksperimentą kompiuteriu yra patogu dar ir todėl, kad per trumpą laiką eksperimentą galima pakartoti daugybę kartų. Be to, kompiuteriu taip pat galima nustatyti baigtis, apskaičiuoti jų dažnius, vidurkius, standartinius nuokrypius ir t. t.

Pavyzdys: Vėl elektroninė moneta

Daug kartų mesti „monetą“ galima naudojantis tokia programėle.

```
10  INPUT skaičius
20  baigtis := 0
30  FOR i := 1 TO skaičius DO
40  X := RND(0, 1)
50  IF X = 1 THEN baigtis := baigtis +1
60  NEXT i
70  dažnis := baigtis/skaičius
80  PRINT dažnis
```

Čia pirmoji baigtis (0) atitinka herbą, o antroji (1) – skaičių. Ši programa suskaičiuoja, kiek kartų moneta atvirto skaičiumi, ir atspausdina to įvykio dažnį.

Paleiskite aukščiau pateiktą programą, kai „kartojimų“ skaičius yra 10; 100; 1 000; 10 000 ir 100 000.

Pakomentuokite sąryšį tarp stebėtųjų ir idealiųjų dažnių. Pamėginkite įvertinti, kiek kartų reikėtų „mesti monetą“, kad stebimasis dažnis su tikimybe monetai atvirsti skaičiumi sutaptų trijų dešimtainių ženklų tikslumu (maždaug tiek pat reikėtų ištirti gimimų, kad nustatytume mergaitės gimimo tikimybę trijų dešimtainių ženklų tikslumu).

De Merė* paradoksas (1654)

Tikimybės ne visuomet elgiasi taip, kaip mums intuityviai atrodo (nors, perpratus pagrindines tikimybių teorijos taisykles, galima išlavinti ir intuiciją). Tai yra tekę patirti daugeliui lošėjų, o daug „neįtikėtinų“ dėsningumų, jų pastebėtų tūkstančiuose lošimų, prisidėjo prie tikimybių teorijos dėsnių išaiškinimo. Pasinaudodami tikimybine imitacija, patyrinėkime vieną tokią garsią istorinę problemą.

Kadaise buvo populiarūs lošimai kauliukais, dalyvaujant dviem žaidėjams – A ir B, kai abu sudeda banką, o atvirtusios kauliukų kombinacijos nulemia, kuris laimi. Toks žaidimas, kai ir A, ir B laimėjimo tikimybė yra vienoda, vadinamas teisingu. Dabar panagrinėkime du lošimus kauliukais.

Pirmas lošimas

Keturis kartus metamas kauliukas. Jei bent vieną kartą atvirsta šešetas, laimi A. Priešingu atveju laimi B.

Antras lošimas

24 kartus metami du kauliukai. Jei bent kartą atvirsta du šešetai, laimi A. Jei du šešetai nė karto neatvirsta, tai laimi B.

Pabandykite sulošti abu lošimus po keletą kartų, kad pajustumėte, ar jie yra teisingi, ar ne (t.y. ar kuris nors žaidėjas turi pranašumą).

* *Charles de Méré* (1607–1658), prancūzų aristokratas, lošimų mėgėjas ir tyrėjas.

11. 737

De Merė, palygindamas žaidėjo A laimėjimo tikimybes šiuose lošimuose, samprotavo taip: metant vieną kauliuką, yra 6 skirtingos baigtys, o metant du – 36. Taigi tikimybė atvirsti dviem šešetams yra šešis kartus mažesnė už tikimybę atvirsti vienam šešetui. Bet užtat antrame lošime turime 6 kartus daugiau bandymų, todėl žaidėjo A galimybės abiejuose lošimuose turėtų būti vienodos.

Ir vis dėlto daugybę kartų kartojant šiuos lošimus paaiškėjo, kad taip nėra. Pamėginkime lošikų patirtį patikrinti remdamiesi tikimybine imitacija. Tam pasinaudokime dviem programėlėmis:

Pirmasis lošimas	Antrasis lošimas	Komentarai
INPUT skaičius	INPUT skaičius	Čia nustatomas metimų skaičius
baigtis := 0	baigtis := 0	
FOR i := 1 TO skaičius DO	FOR i := 1 TO skaičius DO	Išorinis ciklas atlieka
sėkmė := 0	sėkmė := 0	nustatytą metimų skaičių.
FOR k := 1 TO 4 DO	FOR k := 1 TO 24 DO	Vidinis ciklas ridena kauliuką
X := RND(1,6)	X := RND(1,6)	ir nulemia žaidėjo *A*
	Y := RND(1,6)	sėkmę ar nesėkmę.
IF X = 6	IF X * Y = 36	
THEN sėkmė := 1	THEN sėkmė := 1	
NEXT k	NEXT k	
baigtis := baigtis + sėkmė	baigtis := baigtis + sėkmė	Išoriniame cikle skaičiuojama,
NEXT i	NEXT i	kiek kartų A laimi
PRINT baigtis	PRINT baigtis	

Dabar imituokite kiekvieną lošimą pakankamai daug kartų, pavyzdžiui, 100, ir nustatykite, ar lošimas yra teisingas. Atsitiktinių klajojimų testu patvirtinkite padarytas išvadas (plg. 8 sk.).

9.5. Objektyviosios ir subjektyviosios tikimybės

Iki šiol tikimybes suvokėme kaip idealiuosius dažnius, t. y. jos rodydavo, kaip dažnai *tikėtumės* tos baigties pasirodymo, jei eksperimentą atliktume *labai daug* kartų. Pavyzdžiui, mesdami monetą, skaičiaus atvirtimui priskiriame tikimybę $1/2$, kadangi tikimės tai įvyksiant maždaug pusėje kartų.

O atlikę eksperimentą daugybę kartų, galime *patikrinti,* ar pakankamai tiksliai dažnis sutampa su tikimybe. Pavyzdžiui, iš pradžių galima manyti, kad mergaičių turėtų gimti tiek pat, kiek ir berniukų, t. y. mergaitės

gimimo tikimybė yra 50%. Tačiau gimimų statistika rodo, kad metai iš metų gimsta daugiau berniukų. Todėl tai, ko tikėjomės, nepasitvirtino: mergaitės gimimo tikimybė yra mažesnė kaip 50%.

Tokios mūsų lig šiol nagrinėtos tikimybės vadinamos *objektyviosiomis.* Objektyviąsias tikimybes galima pagrįsti eksperimentų rezultatais ir stebėjimais. Ir kai teigiame, kad tikimybė gimti mergaitei yra 48%, tai taip sakome remdamiesi milijonais gimimų. Iš šimto gimusių kūdikių vidutiniškai 48 yra mergaitės.

Tikimybės naudojamos aprašyti ir tokiems reiškiniams, kurių iš principo neįmanoma pakartoti. Tokios tikimybės vadinamos *subjektyviosiomis,* kadangi jos remiasi vien mūsų spėjimais, kad kas nors gali įvykti. Subjektyviosios tikimybės atspindi tai, ką manome ar tikimės įvyksiant, kai stebime įvairius reiškinius ar eksperimentuojame. Pavyzdžiu galėtų būti pasaulio krepšinio čempionatas. Lietuvai sėkmingai sužaidus atrankos turnyre, galėtume paklausti: o kokia tikimybė, kad Lietuva laimės pasaulio čempionatą? Kaip nustatyti tokią tikimybę? Būtų galima, pavyzdžiui, apklausti 100 krepšinio specialistų, ar jie mano Lietuvą laimėsiant. Jei, tarkim, 3 iš tų 100 specialistų manytų, kad Lietuva pasaulio čempionatą laimės, tai būtų galima šiam įvykiui priskirti 3% tikimybę. Ši subjektyvi tikimybė atspindėtų tai, kaip mes tikimės pasaulio čempionatą susiklostysiant. Jei visi sakytų, kad Lietuvos galimybės laimėti tėra tik 3%, tai nelabai tenustebtume jai pralaimėjus. Užtat jei visi sakytų, kad galimybės vienodos, tai tiek laimėjimas, tiek ir pralaimėjimas irgi maždaug tiek pat testebintų. Žmonės, kurie verčiasi totalizatorių rengimu, pelnosi iš lažybų dėl sportinių įvykių baigties.

Pabaigai keletas pastabų dėl subjektyviųjų tikimybių naudojimo apskritai ir dėl jų netinkamo naudojimo. Ką bendra su tikrove turi subjektyviosios tikimybės – tai jau kitas klausimas. Vis dėlto jos per dažnai pateikiamos kaip objektyvios ir pasikliautinos. Pažvelkime į keletą tipiškų subjektyviųjų tikimybių taikymo pavyzdžių.

1. *Ar dar kur nors Paukščių Take yra gyvybė?*

Būtų galima sudaryti tikimybės kur nors dar Paukščių Take rasti gyvybę modelį. Jis remtųsi įvairiais numanymais, kokia galėtų būti tikimybė aptikti planetų, kokia tikimybė, kad tos planetos bus tinkamu atstumu nuo savo žvaigždės ir t. t. Ir čia būtinai bus kalbama apie spėjimą, kadangi nėra tikrai įrodyta, kad, pavyzdžiui, egzistuoja dar kitų planetų (be tų, kurios yra Saulės sistemoje). Ir įvairioje literatūroje randama visokiausių atsakymų, – nuo tokių, kad Žemė esanti vienintelė planeta Paukščių Take,

kur egzistuoja gyvybė, iki tokių, kad gyvybė esą paplitusi visur, kadangi kone kas antra žvaigždė gali turėti bent vieną planetą, kur yra tinkamos sąlygos gyvybei.

2. *Ar atominė energija pavojinga?*

Kaip tai įvertinti? Ar reaktorius pavojingas? Ar įmanoma sukurti tokią apsaugos sistemą, kuri užkirstų kelią bet kokiai reaktoriaus avarijai? Ar galima būti tikram, kad gresiant avarijai, ta apsaugos sistema suveiks (Černobylyje budintis inžinierius sąmoningai išjungė apsaugos sistemą, kad paeksperimentuotų su reaktoriumi)? Ar įmanoma saugiai kaupti radioaktyviąsias atliekas? Ar galima būti tikram, kad jos bus laikomos pagal instrukcijas (pavyzdžiui, Vokietijoje firma TRANSNUKLEAR ant 1000 statinių su itin radioaktyviu plutoniu buvo užklijavusi ne tas etiketes)?

Atsakyti į tokius klausimus remiantis tikimybių teorija yra akivaizdžiai keblu. Mat čia norom nenorom tenka subjektyviai spėti visokiausių palankių ir nepalankių, žinomų ir nežinomų įvykių tikimybes.

Po avarijos Trimailo saloje (Three Mile Island) amerikiečiai galėjo nusipirkti radioaktyvaus oro skardinėse.

Tikimybių teorija ir gamtos mokslų metodas

Tikimybių panaudojimui gamtos moksluose ir kasdieniniame gyvenime (pavyzdžiui, kad ir draudimo srityje) svarbiausia yra tai, kad tas tikimybes galima pagrįsti eksperimentais ar stebėjimais.

Eksperimentinis metodas vaidino lemiamą vaidmenį tikimybių teorijos istorijoje. Iki pat šio šimtmečio buvo diskutuojama, kaipgi iš tikrųjų vyksta *pakartotiniai eksperimentai.* Jeigu mėtant monetą penkiolika kartų iš eilės atsiverčia skaičius, tai ar dar tebebus tokia pat tikimybė atsiversti

jam ir šešioliktąjį kartą? Kai kurie filosofai tvirtina, kad ne: „ilgainiui vis atsiverčiant skaičiui, didėja tikimybė atsiversti herbui“.

Tai labai apgaulingas teiginys. Įsivaizduok, kad tavo klasė dalyvauja lažybose, kur reikia įspėti metamos monetos baigtį. Jeigu visi klasėje spėja teisingai, tai klasė laimi milijoną, bet jei bent vienas neįspėja, tai klasė viską praranda. Ir štai 15 kartų iš eilės atsivertė skaičius, o visi spėjusieji prieš tave laimingai įspėjo. Priėjo tavo eilė. Ką tu pasirinksi – herbą ar skaičių?

Norint nustatyti, kuris teiginys gali būti teisingas, tėra tik vienas vienintelis metodas – atlikti eksperimentą. Moneta metama labai didelį skaičių kartų – pavyzdžiui, milijardą – ir užrašoma kiekviena atsivertusių iš eilės 15 skaičių serija. Šios serijos ir atsakys į mūsų klausimą. Vienose serijose šešioliktąjį kartą atsiverčia skaičius, kitose – herbas. Jei tas teiginys teisingas, tai serijų

SSSSSSSSSSSSSSSH

turėtų būti kur kas daugiau negu serijų

SSSSSSSSSSSSSSSS.

Visi eksperimentai rodo, jog yra ne taip. Kad ir kas būtų iškritę prieš tai, sekantį kartą tikimybė iškristi ir herbui, ir skaičiui yra vienoda.

9.6. Tikimybių skaičiavimas

Šiame skyrelyje nuodugniau patyrinėsime kai kurias tikimybių skaičiavimo taisykles.

Kaip skaičiuojamos tikimybės? Jau matėme, kad įvykio tikimybė yra palankių (t. y. tą įvykį sudarančių) baigčių tikimybių suma.

Pavyzdys: Juodos kortos traukimas

Įprastinė kortų kaladė susideda iš 52 kortų, iš kurių 13 yra pikų, 13 – širdžių, 13 – būgnų ir 13 – kryžių. Taigi

$$p(\text{pikas}) = 13/52 \quad \text{ir} \quad p(\text{kryžius}) = 13/52.$$

Tikimybė ištraukti juodą kortą bus tokia:

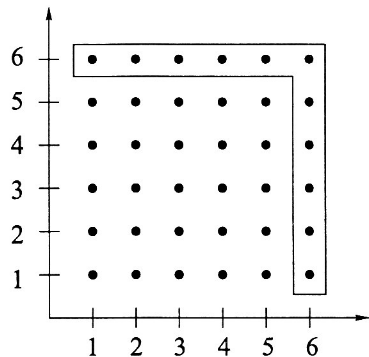
$$\begin{aligned} p(\text{juoda korta}) &= p(\text{pikas}) + p(\text{kryžius}) \\ &= 13/52 + 13/52 = 26/52 = 1/2. \end{aligned}$$

Šis rezultatas atitinka tikimybę, išreiškiančią tą faktą, kad pusė kortų yra juodos.

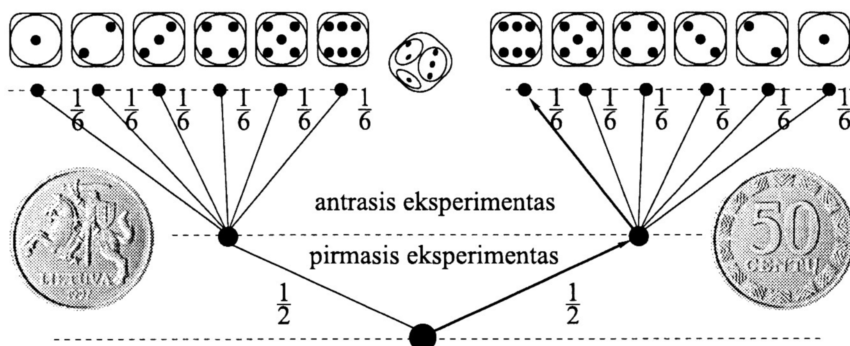
Skaičiuojant tikimybes nesunku suklysti ir tą pačią baigtį įskaityti du kartus.

Pavyzdys: Šešeto atvirtimas

Raskime tikimybę, kad metant du kauliukus, atvirs bent vienas šešetas. Samprotauti galėtume taip: tikimybė, kad pirmasis kauliukas atvirs šešetu, yra $1/6$; tikimybė, kad antrasis kauliukas taip pat atvirs šešetu, yra $1/6$; taigi iš viso tikimybė atvirsti vienam šešetui turi būti $1/6 + 1/6 = 1/3$ ($= 12/36$). Tačiau šitaip nėra. Kaip matyti iš piešinėlio, įvykiui, kad atvirs bent vienas šešetas, yra palankios 11 iš 36 galimų baigčių. Todėl ieškomoji tikimybė ir yra $11/36$.



Panagrinėkime, kas būna atliekant paeiliui du eksperimentus. Pirmasis eksperimentas galėtų būti, pavyzdžiui, monetos mėtymas, o antrasis – kauliuko mėtymas. Pirmasis eksperimentas turi dvi baigtis, o antrasis – šešias. Tai galima pailiustruoti vadinamuoju *tikimybių medžiu,* kur prie kiekvienos šakos pažymima atitinkama tikimybė.



Kokia tikimybė, kad pirma atvirs herbas, o po to – šešetas? Pirmajame eksperimente palankių baigčių yra pusė, o antrajame jų yra šeštadalis. Todėl iš viso šiame sudėtiniame eksperimente palankių baigčių yra:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12},$$

nes tik viena baigtis iš dvylikos įmanomų baigčių bus palanki įvykiui, kad pirma atvirs herbas, o po to – šešetas. Tad tikimybė, kad pirma atvirs herbas, o po to šešetas, ir yra $1/12$.

Todėl galima suformuluoti tokią bendrą taisyklę:

Sudėtinio eksperimento baigties tikimybę randame sudauginę atitinkamų tikimybių medžio šakų tikimybes (daugybos taisyklė).

Pavyzdys: Skaičiaus atvirtimas

6 kartus metama moneta. Kokia tikimybė, kad 6 kartus iš eilės atvirs skaičius? Pagal daugybos taisyklę tai bus tikimybių kaskart atvirsti skaičiui sandauga:

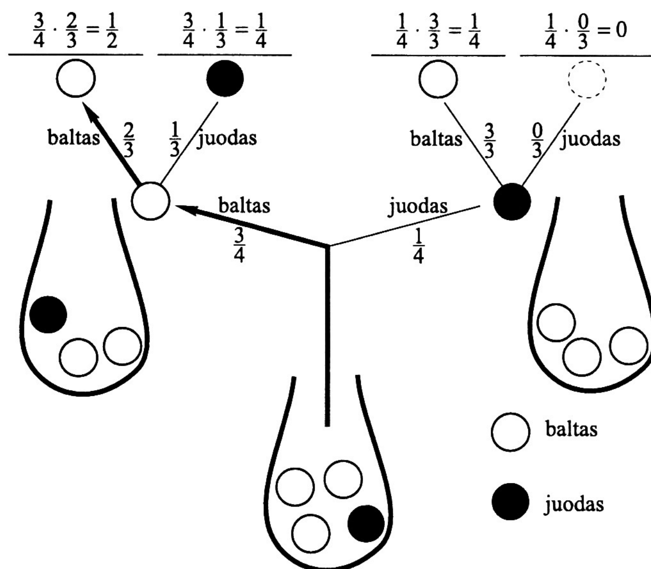
$$p(\text{visi 6 skaičiai}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} = 0{,}015625,$$

taigi tai įvyks vidutiniškai vieną kartą iš 64 bandymų.

Pavyzdys: Rutuliukų traukimas

Atlikime tokį eksperimentą – iš maišelio, kuriame yra 3 balti ir 1 juodas rutuliukai, nežiūrėdami paimkime 2 rutuliukus. Kokia tikimybė, kad abu ištraukti rutuliukai bus balti?

Eksperimentą galima įsivaizduoti kaip du paeiliui einančius bandymus, kur iš pradžių ištraukiame vieną rutuliuką, o po to – kitą. Tai galima pailiustruoti tikimybių medžiu.



Jei pirmasis bus ištrauktas baltas rutuliukas (šio įvykio tikimybė yra $\frac{3}{4}$), tai antrasis bandymas virs rutuliuko traukimu iš maišelio su 2 baltais ir 1 juodu rutuliuku (tada tikimybė ištraukti baltą rutuliuką bus $\frac{2}{3}$). Kadangi mums rūpi ištraukti du baltus rutuliukus, tai ir sudauginkime minėtas dvi tikimybes:

$$p(\text{du balti rutuliukai}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$

Taigi du baltus rutuliukus ištrauksime pusėje visų atvejų.
Jei pirmasis rutuliukas bus juodas, tai antrasis bandymas virs rutuliuko traukimu iš maišelio su 3 baltais rutuliukais (dabar balto rutuliuko pasirodymas yra garantuotas, o juodo – neįmanomas).

Pavyzdys: Vienintelio šešeto atsivertimas
Kauliuką metame 6 kartus. Kokia tikimybė, kad lygiai vieną kartą atvirs šešetas?
Metimų serijų, kai atvirsta tik vienas šešetas, yra šešios:

6KKKKK, K6KKKK, KK6KKK, KKK6KK, KKKK6K, KKKKK6,

kur K reiškia įvykį „kitkas“, t. y. „ne šešetas“.

Ieškomoji tikimybė yra

$$p(\text{vienintelis šešetas}) = p(6\text{KKKKK}) + p(\text{K}6\text{KKKK}) + p(\text{KK}6\text{KKK}) + p(\text{KKK}6\text{KK}) + p(\text{KKKK}6\text{K}) + p(\text{KKKKK}6).$$

Pagal sandaugos taisyklę tikimybė, kad iš pradžių atvirs šešetas, o po to daugiau šešetų neatvirs, yra:

$$p(6\text{KKKKK}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{3\,125}{46\,656} = 0{,}06698, \text{ arba } 6{,}698\%.$$

Tokia pat tikimybė bus ir kitoms penkioms serijoms. Todėl ieškomoji tikimybė bus

$$p(\text{vienintelis šešetas}) = 6\cdot 6{,}698\% = 40{,}19\%.$$

Galima apskaičiuoti ir tikimybę, kad šešetas neatvirs. Pagal sandaugos taisyklę gauname:

$$p(\text{nė vieno šešeto}) = \frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{15\,625}{46\,656} = 0{,}3349 \text{ arba } 33{,}49\%.$$

Taip pat galima apskaičiuoti ir kitų įvykių tikimybes:

$$p(\text{bent vienas šešetas}) = 1 - p(\text{nė vieno šešeto}) = 0{,}6651, \text{ arba } 66{,}51\%$$

ir

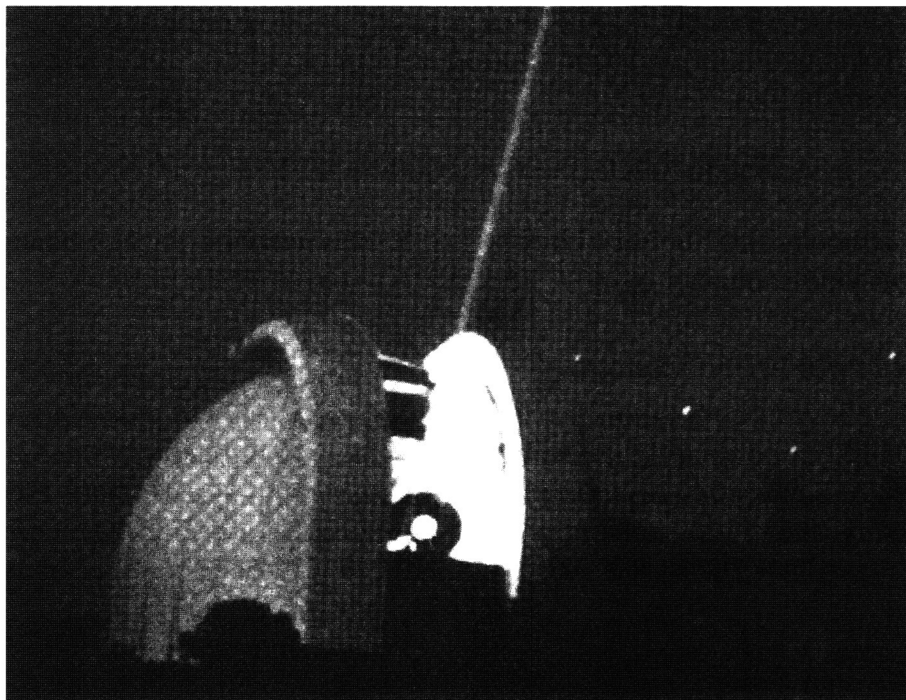
$$p(\text{bent du šešetai}) = 1 - p(\text{nė vieno šešeto}) - p(\text{vienintelis šešetas}) = 1 - 0{,}3349 - 0{,}4019 = 0{,}2632, \text{ arba } 26{,}32\%.$$

Taigi iš šešių metimų daugiau nei pusėje atvejų atvirs bent vienas šešetas, o daugiau nei ketvirtadalyje atvejų atvirs du šešetai.

915 916 917 918 919 920 921 922

10. Šviesa

10.1. Banginė šviesos prigimtis



Šviesos spindulys Teksasas–Mėnulis (keliaujantis į ten ir atgal).

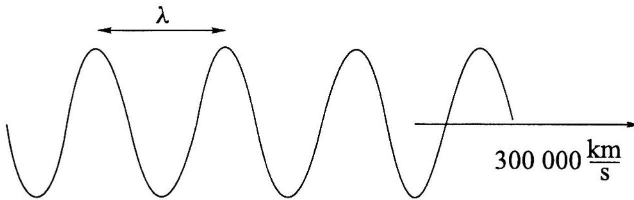
Kai uždegi lempą, ji ima skleisti šviesą į aplinkinę erdvę. Šviesa sklinda labai dideliu, tačiau *ne begaliniu* greičiu: jos greitis yra apie 300 000 km/s. Taigi per sekundę šviesos signalas nukeliauja 300 000 km. Tai reiškia, kad per 1 s šviesos signalas maždaug 7,5 karto galėtų apskrieti Žemę arba beveik pasiekti Mėnulį.

1001 1002

Bet kas yra šviesa? Kas ten sklinda?

Kad būtų lengviau atsakyti į šiuos klausimus, prisiminkime, kad švie-

sa gali būti aprašyta kaip plintantys svyravimai – bangos. Momentinę šviesos bangą galima pavaizduoti šitaip:



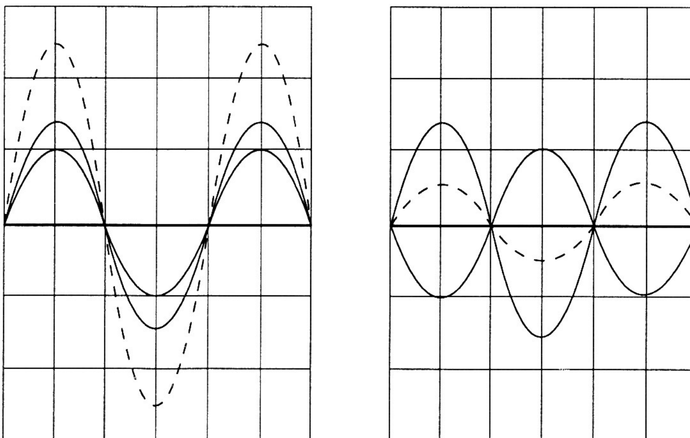
Čia vertikaliojoje ašyje galėtų būti atidėtas šviesos, kaip elektromagnetinės bangos, intensyvumą apibūdinantis parametras, pavyzdžiui, elektrinio (magnetinio) lauko stipris (žr. toliau), o horizontaliojoje ašyje – šviesos sklidimo kryptis.

Atstumas tarp dviejų gretimų bangos iškylų ar įdubų vadinamas *bangos ilgiu.* Bangos ilgis tradiciškai žymimas graikiška raide λ (*lambda*). Regimosios šviesos bangų ilgiai esti labai maži – mažiau nei tūkstantosios milimetro dalys. Tokie maži ilgiai praktikoje matuojami nanometrais, sutrumpintai – nm:

$$1 \text{ nm} = 10^{-9}\text{m} \ (= \text{milijonoji milimetro dalis}).$$

Regimosios šviesos bangų ilgiai yra nuo 400 nm iki 780 nm.

Šviesos bangų ilgiai yra maži, todėl paprastai gyvenime nepastebime, kad šviesa – tai bangos. Mat bangų iškylos ar įdubos yra labai arti viena kitos, o kai jos dar juda milžinišku greičiu, tai paprastai banginis šviesos



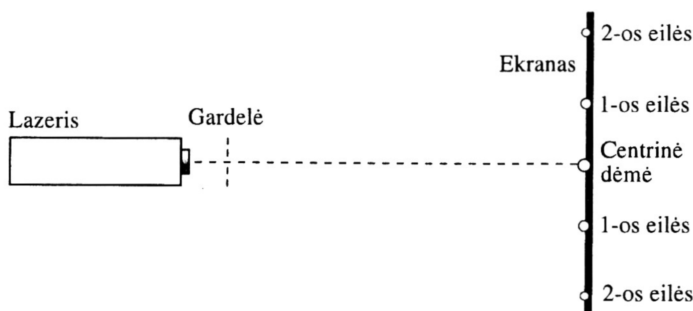
Dvi viena kitą stiprinančios bangos ir dvi viena kitą silpninančios bangos. Punktyru žymima bangų atstojamoji.

pobūdis tiesiog neužregistruojamas. Vis dėlto galima ir be ypatingų priemonių patirti šviesos *banginę prigimtį*. Iškelkite prieš vieną akį suglaustą nykštį su smiliumi, kitą akį užmerkite. Žiūrėkite pro plyšelį tarp pirštų į tolimą apšviestą daiktą. Padarius plyšelį labai siaurą, pro jį matyti šviesių ir tamsių juostelių. Šį eksperimentą galima patobulinti, plono kartono lape padarius dailų siaurą plyšį; o kad jis būtų dar siauresnis, galite žiūrėti pro jį kiek iš šono. Atsirandančios juostelės paaiškinamos tuo, kad krintančios šviesos bangos nuo plyšio kraštų užlinksta, ir erdvėje susidaro sritys, kuriose įvairios bangų dalys viena kitą stiprina (užsiklojus dviem iškyloms arba dviem įduboms) arba silpnina (užsiklojus iškylai ir įdubai). Šis bandymas yra vienas iš pavyzdžių, kad šviesa gali būti aprašyta kaip bangos.

Bangos ilgis nulemia regimosios šviesos spalvą – tam tikrą bangos ilgį atitinka tam tikra spalva:

Niutonas nustatė, kad paprasčiausia balta šviesa susideda iš įvairaus ilgio bangų, t. y. iš įvairių spalvų šviesos. Jis stebėjo, kaip pro stiklo prizmę praėjęs baltos šviesos spindulys išsiskaido į visas vaivorykštės spalvas (žr. spalvotą įkliją). Išradingais eksperimentais Niutonas įrodė, kad šį reiškinį sąlygoja tai, jog pereidama iš vienos terpės į kitą (čia iš oro į stiklą ir iš stiklo į orą), įvairių spalvų šviesa nukrypsta nevienodai.

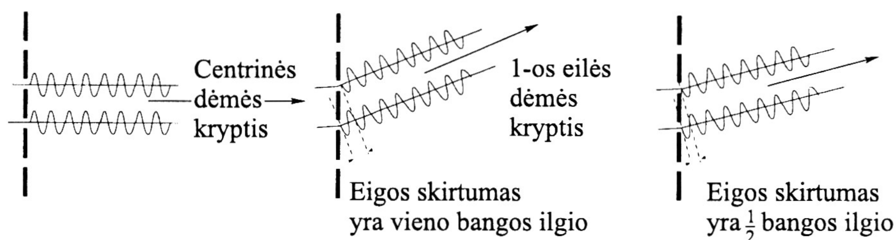
Šviesos banginę prigimtį galima pademonstruoti lazeriu ir difrakcine gardele. Difrakcinę gardelę sudaro lygiagrečių plyšių sistema; atstumas



tarp dviejų gretimų plyšių vadinamas gardelės konstanta. Šviesai sklindant pro difrakcinę gardelę, nutinka įdomus dalykas: šviesos pluoštas išsiskaido. Už gardelės įtaisius ekraną, jame galima pamatyti vienoje tiesėje išsidėsčiusių šviesos dėmių.

Dalis lazerio spindulio sklinda pro plyšį nenukrypdama, ir jo apšviesta ekrano dėmė vadinama centrine dėme. Simetriškai apie šią dėmę išsidėsto kitos dėmelės (atstumas tarp dėmelių priklauso nuo difrakcinės gardelės konstantos). Paaiškinti tokių šviesos dėmių susidarymą galima tik suvokiant šviesą kaip bangas. Dvi pirmosios eilės dėmės atsiranda toje vietoje, kur dviejų gretimų plyšių šviesos spinduliai stiprina vienas kitą, t. y. jų eigos nuo gardelės iki ekrano skirtumas – vienas bangos ilgis. Dvi antrosios eilės dėmės atsiranda tose vietose, kur dviejų gretimų plyšių šviesos spinduliai vėl stiprina vienas kitą, t. y. jų eigos nuo gardelės iki ekrano skirtumas – du bangos ilgiai.

Jaunasis Izaokas Niutonas tyrinėja saulės šviesą.



a) *Abi pavaizduotos bangos svyruoja į taktą. Jos viena kitą stiprina, todėl nagrinėjamąja kryptimi matome šviesos dėmę.*

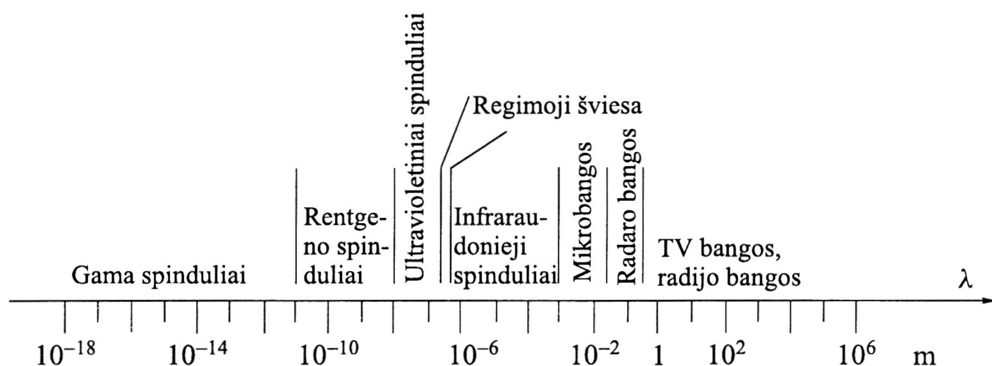
b) *Abi pavaizduotos bangos svyruoja į taktą. Jos viena kitą stiprina, todėl nagrinėjamąja kryptimi matome šviesos dėmę.*

c) *Abi pavaizduotos bangos svyruoja priešingu taktu. Jos viena kitą panaikina, todėl šviesos dėmės nagrinėjamąja kryptimi nėra.*

1003

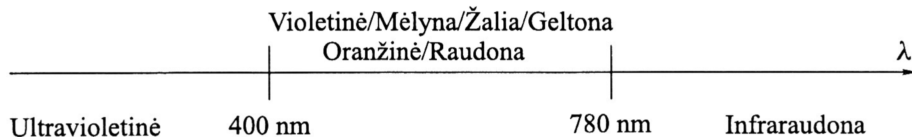
Elektromagnetinis spektras

Šviesa (priešingai nei, pavyzdžiui, garsas) gali sklisti ir tuščioje erdvėje – kitaip mes nematytume žvaigždžių. Mat šviesos bangos svyravimai nėra aplinkos medžiagos svyravimai (kaip yra, pavyzdžiui, vandens ar garso bangų atveju). Sklindant šviesos bangai, svyruoja kai kas žymiai abstrakčiau, – šis „kai kas“ vadinama elektriniu ir magnetiniu lauku, todėl šviesos bangos dar vadinamos elektromagnetinėmis bangomis. Be šviesos, yra ir kitokių elektromagnetinių bangų. Tų bangų ilgiai yra už regimosios šviesos srities ribų. Įvairių bangų ilgių sritys turi savo pavadinimus: radijo bangos, mikrobangos, gama spinduliai ir t. t. Ribos tarp šių įvairių sričių nėra griežtai apibrėžtos.



Visos šios spinduliuotės rūšys yra tos pačios prigimties ir skiriasi tiktai bangos ilgiu. Visos elektromagnetinės bangos (vakuume) juda tuo pačiu būdingu greičiu – 300 000 km/s.

400–780 nm elektromagnetinių bangų ilgių intervalas įdomus dėl dviejų priežasčių. Visų pirma dėl to, kad šią bangų ilgių spinduliuotę mūsų akis ir sąmonė suvokia kaip šviesą. O antra, kad Žemės atmosfera yra itin pralaidi kaip tik šio bangų ilgio spinduliuotei. Kažin, ar tai atsitiktinis sutapimas?



Bangų ilgių intervalas nuo 800 nm iki 1 mm vadinamas *infraraudonąja sritimi.* Infraraudonuosius spindulius atrado anglų astronomas Viljamas Heršelis* 1800 m. Tyrinėdamas Saulės spektrą ir matuodamas įvairių jo sričių poveikį apšviečiamo kūno temperatūrai ir naudodamas labai jautrų termometrą, jis pastebėjo temperatūros padidėjimą, kurį sukelia spektro dalis už regimosios srities ribų ilgesniųjų bangų pusėje. To priežastis yra infraraudonieji (nematomi) spinduliai, dar vadinami šiluminiais spinduliais, kadangi juos stipriausiai skleidžia įkaitę kūnai (žvaigždės, namai, žmonės, krosnys ir pan.). Todėl infraraudonuosius spindulius, be kita ko, galima panaudoti fotografavimui naktį. Infraraudonoji fotografija (termografija) taip pat gali būti panaudojama, pavyzdžiui, pastatų šiluminės izoliacijos spragoms aptikti (žr. spalvotą įkliją).

Ultravioletinių spindulių bangų ilgiai (10–400 nm) yra trumpesni nei regimosios srities šviesos. Mes įdegame būtent nuo ultravioletinių spindulių, tačiau per didelis jų kiekis gali sukelti odos vėžį. Ozono sluoksnis apie Žemę mus saugo, kad pro atmosferą nepraeitų per daug ultravioletinių spindulių. Ta ultravioletinės spinduliuotės dalis, nuo kurios įdegame, neprasiskverbia per stiklą, todėl pro langą neįmanoma įdegti. Ultravioletiniai spinduliai naudojami, pavyzdžiui, medicinos instrumentams sterilizuoti, kadangi dėl jų jonizuojančio poveikio žūsta bakterijos.

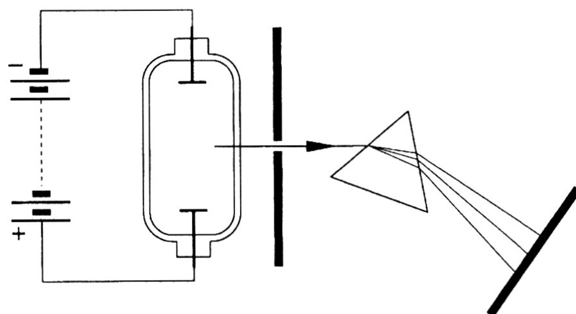
10.2. Atomų spektrai

Jau daugiau kaip 100 metų buvo žinoma, kad esant „tinkamoms sąlygoms“, atomai spinduliuoja šviesą (elektromagnetines bangas). „Tinkamos sąlygos“ galėtų būti, pavyzdžiui, pakilusi dujų, kurias tie atomai sudaro, temperatūra arba tomis dujomis tekantis elektronų srautas.

---

* *William Herschel* (1738–1822), pirmasis mokslininkas, pabandęs nustatyti Galaktikos formą, Urano planetos atradėjas.

Praleidus tą spinduliuojamą šviesą pro prizmę, galima įsitikinti, kad kiekvieno cheminio elemento spinduliuojama šviesa susideda iš tam tikrų spalvų. Tai vadinama cheminio elemento *spektru* (tarsi elemento „pirštų atspaudai“). Medžiagą galima identifikuoti ištyrus jos spektrą. Kai kurių metalų druskas (pvz., NaCl) pakanka įkišti į liepsną, ir jos ima spinduliuoti *linijinį spektrą*. Tokį spektrą sudaro keletas labai ryškių linijų, todėl liepsna nusidažo būdinga spalva, pagal kurią ir identifikuojama medžiaga. Dažnai tam, kad medžiaga spinduliuotų spektrą, jai reikia suteikti kur kas daugiau energijos nei tai įmanoma kaitinant ją liepsnoje. Tokiu atveju galima pasinaudoti *dujų išlydžio lempa.* Tokia lempa su įlydytais dviem elektrodais pripildoma pasirinktų dujų, prieš tai beveik visiškai išsiurbus orą. Sudarius tarp elektrodų pakankamą potencialų skirtumą, dujomis tekanti elektros srovė ir sukelia švytėjimą.

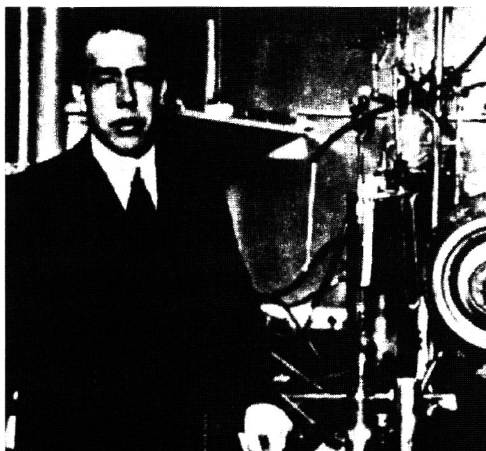


Dujų išlydžio lempa. Dujinę medžiagą galima priversti švytėti sudarius pakankamą potencialų skirtumą. Prizme tą spinduliuojamą šviesą galima išskaidyti į charakteringų spalvų juostas (spektrines linijas). Ekrane išryškėjęs vaizdas vadinamas tos medžiagos, kuri skleidžia šviesą, spektru.

1004 1005

10.3. Boro atomo modelis ir spinduliavimas

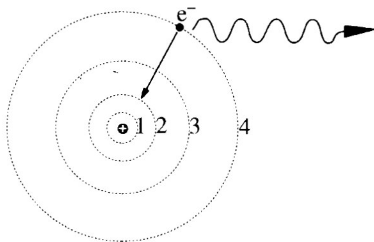
Nilsas Boras pasiūlė atomo modelį, kuriuo galima paaiškinti daugelį stebimų gamtoje ir eksperimentuose dėsningumų, taip pat ir atomų spinduliavimą. Pagal Boro atomo modelį, jį sudaro sunkus teigiamai įelektrintas branduolys ir aplink jį orbitomis skriejantys labai lengvi neigiamai įelektrinti elektronai. Kuo elektronas yra aukštesnėje orbitoje, tuo visa sistema (atomas) turi didesnę energiją.



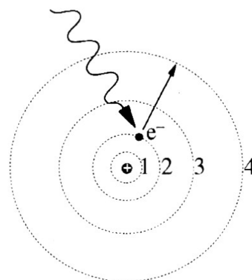
Nilsas Boras, 1913 m. savuoju atomo modeliu paaiškinęs atomų spinduliavimą.

Boro atomo modelis grindžiamas dviem prielaidomis (postulatais):

1. Atomai gali būti tik tam tikrose, *stacionariosiose*, būsenose. Kiekvieną stacionariąją būseną atitinka tam tikra energija; tų energijų vertės diskrečios. Kai atomas yra stacionariojoje būsenoje, jis nespinduliuoja.
2. Atomas gali staiga (šuoliu) pereiti iš vienos stacionariosios būsenos į kitą, išspinduliuodamas arba sugerdamas elektromagnetinę bangą. Tokio šuolio metu elektronai atsiduria kitoje orbitoje. Bangos ilgį lemia energijų skirtumas tarp stacionariosios būsenos, iš kurios atomas peršoka, ir stacionariosios būsenos, į kurią atomas patenka.
   Didelį bangos ilgį atitinka mažas energijų skirtumas, o mažą bangos ilgį – didelis energijų skirtumas.



Emisija = spinduliavimas



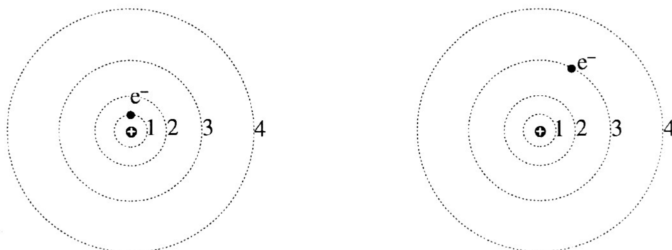
Absorbcija = sugertis

Stacionariąsias būsenas, atitinkančias elektronų orbitą, paprasčiausia pailiustruoti atomu Nr. 1 (vandenilio atomu). Šio cheminio elemento branduolyje yra vienas protonas, apie kurį skrieja vienas elektronas.

12. 737

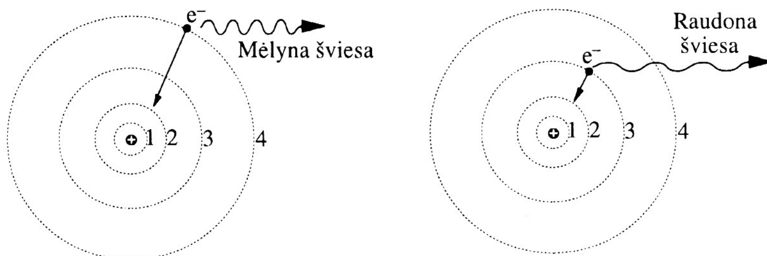
Žemiausią galimą energiją atitinka pagrindinės būsenos elektronas, judantis artimiausia branduoliui orbita. Atomo energijos būsenos, esančios aukščiau už pagrindinę būseną, vadinamos *sužadintosiomis*.

Keturios arčiausiai branduolio esančios vandenilio orbitos



Vandenilis pagrindinėje būsenoje. *Vandenilis sužadintojoje būsenoje.*

Suteikus elektronui tinkamą energijos kiekį, galima jį kilstelėti į aukštesnės energijos būseną, bet kadangi elektronas (arba teisingiau – visas atomas) geriausiai „jaučiasi“ būdamas mažiausios galimos energijos, tai elektronas vėl peršoka atgal ir atiduoda perteklinę energiją, išspinduliuodamas elektromagnetinę bangą.



Du vandenilio atomo spinduliavimo pavyzdžiai. Atkreipkite dėmesį: kuo didesnis energijos šuolis, tuo mažesnis spinduliuojamos bangos ilgis.

Ne visa atomo skleidžiama spinduliuotė yra regimojoje srityje (400–780 nm), t. y. matoma žmogaus akims. Vandenilio atomo spinduliuotę galima matyti, kai elektronas peršoka iš 3, 4, 5 ar 6 orbitos į 2-ąją.

Kiekvieno cheminio elemento spinduliuojama šviesa susideda iš tam tikrų spalvų, kadangi kiekvienas cheminis elementas turi savas, „privačias“ elektronų orbitas – mat kiekvieno cheminio elemento atomai būna tik jiems būdingų stacionariųjų būsenų. Eksperimentiškai atomų spektrai, kaip jau minėta, buvo stebimi daug anksčiau negu tai padarė Nilsas Boras, tačiau tik jis savuoju atomo modeliu sugebėjo paaiškinti, kaip tie spektrai susidaro.

Absorbcijos spektrai

Praleidus *baltą* šviesą pro prizmę, galima vientisa juosta išvysti visas vaivorykštės spalvas (vadinamąjį *ištisinį spektrą*).

Jeigu balta šviesa, prieš praeidama pro prizmę, sklinda pro atomų „debesį“, tai ištisiniame spektre atsiranda juodų linijų (žr. spalvotą įkliją).

Pagaliau pasižiūrėkime į tik iš paties atomų debesies sklindančios spinduliuotės spektrą – emisijos spektrą. Emisijos spektro linijos bus kaip tik tų bangos ilgių, kurie buvo „pradingę“ ištisiniame spektre. Juodos linijos ištisiniame spektre vadinamos to atomų debesies *absorbcijos spektru* (žr. XVII a) ir b) pav.).

Tokios tamsios absorbcijos linijos matomos ir Saulės bei žvaigždžių spektruose. Išmatavus tamsiųjų linijų padėtį, galima nustatyti, kokių jos cheminių elementų, t. y. galima išsiaiškinti, kokių Saulės ir kitų žvaigždžių atmosferoje esama medžiagų. 1868 m. išanalizavus Saulės spektrą, joje buvo aptiktas helis (graikiškai *Helios* – Saulė), ir tik vėliau (1895 m.) jis buvo surastas ir čia, Žemėje. Tai patvirtino teoriją, kad visą mus supančią materiją sudaro tos pačios medžiagos.

Sklindant šviesai (sudarytai iš įvairių ilgių bangų) pro atomines dujas, kai kurie atomai absorbuoja tam tikrų ilgių šviesos bangas, – ir būtent tas, kurios atitinka energijos skirtumą tarp atomų stacionariųjų būsenų.

Panagrinėkime tam tikro ilgio bangų absorbciją – elektronas peršoka į aukštesnės energijos stacionarią būseną ir tuoj pat grįžta atgal į pradinę būseną, išspinduliuodamas to paties bangos ilgio šviesą kaip ir buvo absorbavęs. Atrodytų, kad bendras rezultatas būtų lygus nuliui, nes atomas iš atėjusios baltos šviesos pašalino tam tikro bangos ilgio šviesą, bet tuoj pat ją vėl grąžino. Tačiau čia yra vienas esminis skirtumas: šviesa išspinduliuojama atsitiktine kryptimi, t. y. tarp tos krypties, kuria šviesa atsklido, ir tos, kuria ji po to buvo išspinduliuota, nėra jokio sąryšio. Tos spalvos pradinės krypties šviesa buvo išsklaidyta, ir todėl būtent ta spalva labai susilpnėjo, palyginti su visu kitu spektru. Sakome, kad toks spektras turi tamsias atomų debesio absorbcijos linijas.

10.4. Saulės ir dangaus spalvos

Šiame skyrelyje pakalbėsime apie tai, kodėl Saulė kartais būna geltona, kartais – raudona, o dangus – žydras.

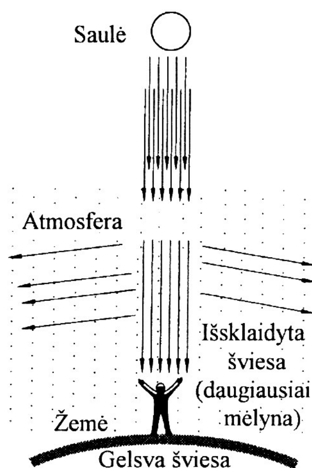
Saulės šviesa, kaip jau minėta, susideda iš įvairiausių spalvų šviesos, kurios visos kartu matomos kaip balta šviesa, todėl galėtume manyti, kad ir Saulė turėtų būti balta. Saulės nuotraukos, darytos už Žemės

atmosferos ribų, ir rodo, kad Saulė yra balta. Tačiau aukštai pakilusią Saulę matome kaip geltoną rutulį, o jai besileidžiant ar kylant – raudoną. Visiškai aišku, kad tokio Saulės spalvų kitimo per dieną negali sukelti kokie nors pakitimai pačioje Saulėje, kadangi ta pati Saulė tuo pat metu gali būti raudona Vilniuje ir geltona Niujorke. Giedrą dieną dangus būna žydras, tačiau nuotraukoje, darytoje už Žemės atmosferos ribų, dangus atrodo juodas. Mėnulyje buvę kosmonautai regėjo juodame danguje baltą Saulę, – o Mėnulis yra dangaus kūnas be atmosferos. Tad daug kas byloja, kad dėl tokių Saulės ir dangaus spalvų turėtų būti kalta Žemės atmosfera.

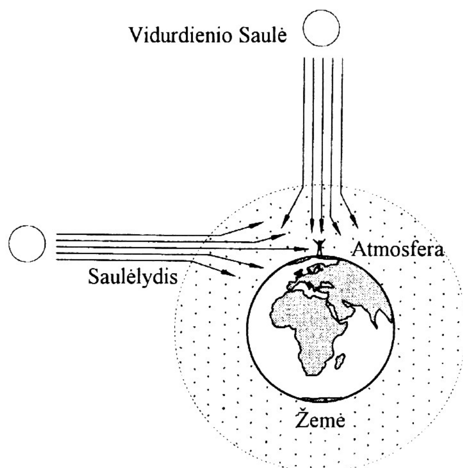
Saulės spalva. Baltai Saulės šviesai skverbiantis per Žemės atmosferą, dalis Saulės šviesos atmosferos atomų ir molekulių išsklaidoma, tačiau didžioji šviesos dalis atmosferą įveikia. Taip sklaidantis Saulės šviesai susidaro tai, ką vadiname dienos šviesa. Pasirodo, labiausiai iš regimosios šviesos oro molekulės sklaido mėlyną šviesą, o raudona šviesa išsklaidoma mažiausiai. Tad kol Saulės šviesa mus pasiekia, daug mėlynos tiesioginės spindulių kritimo krypties šviesos būna išsklaidyta, o tai sąlygoja, kad Saulės šviesa atrodo nebe balta, o geltona.

Kai Saulė tekėdama ar leisdamasi būna žemai virš horizonto, šviesos kelias per Žemės atmosferą būna ilgiausias, taigi šviesos tuomet išsklaidoma daugiausia, ir lieka beveik vien raudona šviesa. Kaip tik tuo ir galima paaiškinti, kodėl Saulė tokiu metu atrodo raudona.

Smarkiai užterštuose pramoniniuose rajonuose dangus gali būti raudonas, o saulėlydžiai bei saulėtekiai – ypač nuostabūs. Taip būna dėl to, kad ore esančios teršalų dalelės „sutankina“ atmosferą, t. y. joje būna



Šviesos sklaida ore.



Saulės šviesos kelio per atmosferą ilgis.

daugiau šviesą sklaidančių dalelių. Gamta ir pati užsiteršia įvairiausiomis dalelėmis, pvz., kylant smėlio ar dulkių audroms arba išsiveržiant ugnikalniams.

Dangaus spalva. Saulės šviesai sklaidantis, atrodo, jog švyti visas dangus. Labiausiai sklaidoma mėlyna šviesa, todėl danguje ši spalva ir vyrauja, t. y. dangus atrodo žydras. Dangus žydras būna ne visuomet. Aptrauktas debesų jis būna baltas. Debesis sudaro vandens lašeliai arba sniego kristalėliai – daug didesni už šviesos bangų ilgį, todėl tie nežymūs įvairių spalvų šviesos bangų ilgių skirtumai jiems nedaro įtakos, o tai reiškia, jog visų spalvų šviesa sklaidoma vienodai ir debesys atrodo balti.

1007 1008 1009 1010

10.5. Vaivorykštė

Vaivorykštė yra vienas iš būdingiausių ir žaviausių padangės reiškinių, nuo seniausių laikų vaidinęs svarbų vaidmenį žmonių vaizduotės pasaulyje. Štai skandinavų mitologijoje vaivorykštė buvo kelias, vedantis iš žmonių pasaulio į dievų viešpatiją. Vaivorykštė buvo suprasta tik XVII amžiuje, kai Dekartas parodė, jog vaivorykštė atsiranda lietaus lašeliuose lūžtant bei atsispindint Saulės spinduliams. Tačiau tik pasirodžius Niutono teorijai apie tai, kaip lūžtant baltai Saulės šviesai susidaro spalvos, vaivorykštė buvo galutinai perprasta. Savo aiškinimą Niutonas pateikė knygoje „Optika“, kuri buvo labai populiari, be kita ko ir todėl, kad yra įdomi ir lengvai skaitoma.

PROP. IX. PROB. IV*

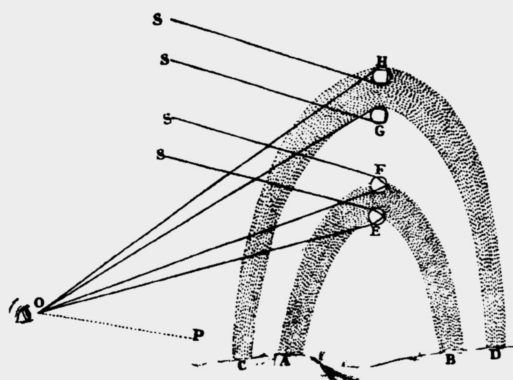
By the discovered Properties of Light to explain the Colours of the Rain-bow.

This Bow never appears, but where it rains in the Sun-shine, and may be made articially by spouting up Water which may break aloft, and scatter into Drops, and fall down like Rain. For the Sun shining upon these Drops certainly causes the Bow to appear to a Spectator standing in a due Position to the Rain and Sun. And hence it is now agreed upon, that this Bow is made by Refraction of the Sun's Light in Drops of falling Rain. This was understood by some of the Antients, and of late more fully discover'd and explain'd by the famous *Antonius de Dominus/* Archbishop of *Spatola*, in his Book *De Radiis Visus & Lucis*, published by his Friend *Bartolus* at *Venice*, in the Year 1611, and written above 20 Years before.

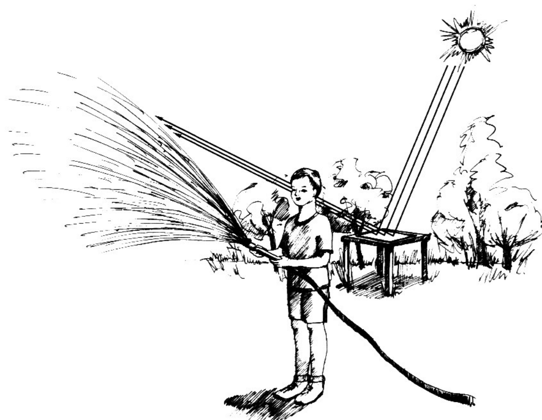
* *Vertėjų pastaba.* Pateikiame teksto ištrauką orginalo kalba, kadangi nesame tikri, kad galėsime tinkamai perteikti žaismingą Niutono stilių. Galbūt ją perskaitę, patys labiau susidomėsite ir anglų kalba.

For the teaches there how the interior Bow is made in round Drops of Rain by two Refractions of the Sun's Light, and one Reflexion between them, and the exterior by two Refractions, and two sorts of Reflexions between them in each Drop of Water, and proves his Explications by Experiments made with a Phial full of Water, and with Globes of Glass filled with Water, and placed in the Sun to make the Colours of the two Bows appear in them.

The same Explication *Des-Cartes* hath purposed in his Meteors, and mended that of the exterior Bow. But whilst they understood not the true Origin of Colours, it's necessary to pursue it here a little farther.



Nesunku atlikti eksperimentą su vaivorykšte – šiltą saulėtą vasaros dieną naudojantis sodo žarna galima sukurti dirbtinę vaivorykštę. Toliau ant žemės ar ant staliuko pridėliojus sode veidrodžių – kad saulė atsispindėtų įvairiomis kryptimis – galima eksperimentuoti su vaivorykštės padėtimi (tada savo žinioje turėsime ne tik dirbtinį lietų, bet ir dirbtinių saulių). Galima, pavyzdžiui, išvysti ir uždarą vaivorykštę, t. y. vaivorykštę, sudarančią visą apskritimą.

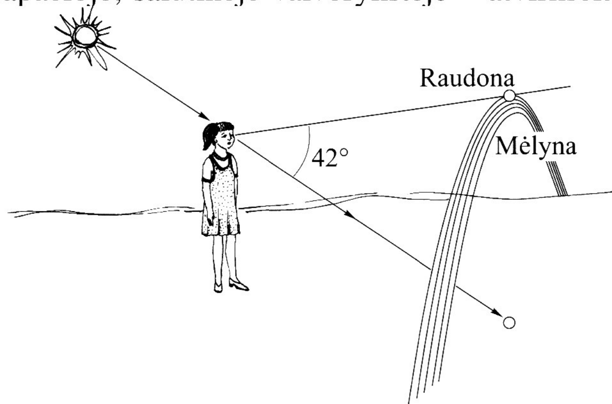


Šitaip eksperimentuodami arba tiesiog stebėdami vaivorykštę gamtoje, įsitikinsime štai kuo.

Norint pamatyti vaivorykštę, reikia stovėti nugara į saulę. Vaivorykštė visuomet yra dalis apskritimo. Jos centras visada būna tiesėje, jungiančioje saulę su stebėtojo akimi. Paprastai susidaro dvi vaivorykštės: ryški *pagrindinė vaivorykštė* – vidinė, ir silpna išorinė – *šalutinė vaivorykštė.*

Pagrindinės vaivorykštės spindulys regimas maždaug 42° kampu.

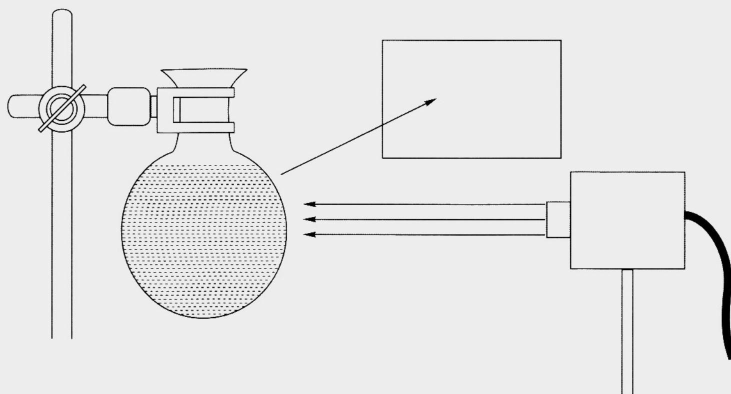
Pagrindinėje vaivorykštėje raudona spalva būna viršuje, o mėlyna su violetine – apačioje; šalutinėje vaivorykštėje – atvirkščiai.



1009 1010

Eksperimentas: Vaivorykštės modelis

Eksperimentą su vaivorykšte galima atlikti pripildžius rutulio formos kolbą vandens – ta kolba bus vandens lašas.



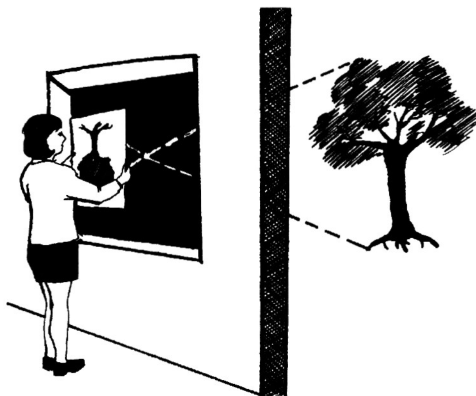
Vietoj Saulės naudojama galingas šaltinis, pavyzdžiui, stipri projekcinė lempa. Patalpą užtemdžius, galima sekti šviesos eigą kolboje. (Priešais projektorių galima pamėginti įtaisyti užtvarą su siauru plyšiu, kad į „vandens lašą" kristų siauresnis šviesos pluoštelis.) Dabar vedžiokite lempą pro kolbą, stebėdami, kada atspindimas šviesos pluoštelis bus intensyviausias (tai sutaps su jo krypties pasikeitimu). Būtent šią akimirką ekrane ir pasirodo vaivorykštė. Pamėginkite sugauti ir šalutinę vaivorykštę. Atrasti vaivorykštę gali būti nelengva, ir geriausia daryti šį bandymą lauke su saulės šviesa.

Eksperimentą galima atlikti ir su lazeriu – taip bus lengviau sekti šviesos spindulio eigą bei matuoti sklaidos kampą, kai jis didžiausias. Tačiau šiuo atveju vaivorykštė nesusidaro! Kodėl gi?

10.6. Fotografavimas

Žodis „fotografija" reiškia „šviesos piešinį". Tai geras apibūdinimas, kadangi nuo fotografuojamo daikto atsispindėjusi šviesa kaip tik ir sudaro kadro vaizdą.

Fotografavimo principas pavaizduotas šiame piešinyje:

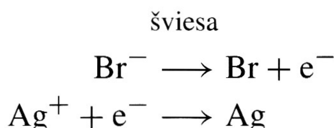


Langą aklinai uždengę juodu popieriumi, viduryje pradurkime nedidelę skylutę taip, kad į kambarį šviesa patektų tik pro šią skylutę. Jei lauke labai šviesu, tai ant tinkamu atstumu nuo lango laikomo popieriaus lapo galima išvysti vietovaizdžio kontūrus. Tiesa, vaizdas bus apverstas aukštyn kojomis – taip yra dėl to, kad šviesa sklinda tiesia linija, ir nuo fotografuojamo daikto viršutinės dalies atsispindėjusi šviesa, praėjusi pro skylę, sudaro vaizdo apačią.

1011

Kad vaizdas išliktų, galima jį lape apvedžioti. Bet, kaip žinoma, yra ir geresnių metodų: galima pasinaudoti šviesai jautria fotojuosta. Fotojuostą sudaro plastikas, padengtas šviesai jautrios medžiagos – *fotoemulsijos* – plėvele. Fotoemulsiją didžia dalimi sudaro sidabro bromidas (AgBr), ant juostos prilaikomas plono želatinos sluoksnio.

Apšvietus juostą, ji daugiau ar mažiau pajuoduos priklausomai nuo to, kiek į kurią kadro vietą pateks šviesos. Šviesa iš bromo jonų išmuša elektronus, bromo jonai oksiduojasi, o elektronai prisijungia prie sidabro jonų ir ant juostelės susidaro laisvo sidabro:



$$Br^- \xrightarrow{\text{šviesa}} Br + e^-$$
$$Ag^+ + e^- \longrightarrow Ag$$

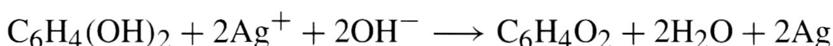
Taigi sidabro jonai redukuojasi iki laisvo sidabro, ir dėl to tos kadro vietos pajuoduoja.

Tai ta pati fotocheminė reakcija, kuriai vykstant šviesai jautrių akinių stiklai šviesoje patamsėja, o tamsoje – pašviesėja. Į akinių stiklą būna įmaišyta mažyčių sidabro bromido kristalėlių. Kai juos pasiekia šviesa, bromo jonai oksiduojasi iki bromo, o sidabro jonai redukuojasi iki sidabro, ir akinių stiklai patamsėja. Susidaręs bromas iš stiklo niekur dingti negali, ir, šviesai pranykus, reakcija vyksta priešinga kryptimi – sidabras oksiduojasi iki sidabro jonų, bromas redukuojasi iki bromo jonų, ir stiklai vėl pašviesėja.

1012

Per tą laiką, kol fotoaparatas atviras, fotojuosta paveikiama labai menkai. Norint vaizdą išryškinti, reikia apie jau laisvus sidabro atomus redukuoti daugiau jonų. Tam panaudojama stipriai redukuojanti medžiaga – vadinamasis *ryškalas*, kurį sudaro vandeninis hidrochinono $C_6H_4(OH)_2$ tirpalas.

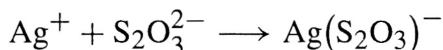
Ryškinimo reakcija gali vykti tik silpname baziniame tirpale (t. y. esant hidroksido jonų):



$$C_6H_4(OH)_2 + 2Ag^+ + 2OH^- \longrightarrow C_6H_4O_2 + 2H_2O + 2Ag$$

Reakciją galima sustabdyti silpna rūgštimi, pavyzdžiui, acto. Kai juostelė išryškinta, ją reikia išskalauti vandenyje, kad būtų pašalinti acto rūgšties ir hidrochinono likučiai.

Taigi čia išryškinome negatyvą, t. y. tokį vaizdą, kuriame labiausiai apšviestos vietos yra juodžiausios. Visos aprašytosios reakcijos turi vykti tamsoje, kitaip visi fotojuostelės sidabro jonai redukuosis iki sidabro ir visa juostelė pajuoduos. O kad juostelę būtų galima ištraukti į šviesą, reikia pašalinti likusius Ag^+ jonus. Tai vadinama *fiksavimu,* nes vaizdas čia „fiksuojamas", t. y. įtvirtinamas. Norint pašalinti Ag^+, juostelę reikia įmerkti į tirpalą, kuriame yra jonų, lengvai besijungiančių su sidabro jonais. Tokia savybe pasižymi tiosulfato jonai ($S_2O_3^{2-}$):



$$Ag^+ + S_2O_3^{2-} \longrightarrow Ag(S_2O_3)^-$$

Fiksažas yra vandeninis natrio sulfato $Na_2S_2O_3$ tirpalas.

Po fiksavimo – kad būtų pašalintas fiksažo perteklius bei $Ag(S_2O_3)^-$ jonai – juosta gerai išskalaujama vandenyje. Taigi dabar negatyvas paruoštas spausdinti nuotraukoms ant fotopopieriaus.

1013 1014 1015

10.7. Kokios spalvos tavo marškinėliai?

Dauguma daiktų patys šviesos neskleidžia, bet vis dėlto juos matome. Taip yra dėl to, kad daiktai atspindi dalį į juos krintančios šviesos. Kaip tik tą šviesą mūsų akis ir priima, o tai reiškia, kad daikto spalva priklauso nuo to, kokią spalvą daiktas atspindi.

Balti daiktai atspindi visas šviesos spalvas, o juodi – beveik jokios. Spalvoti daiktai atspindi tik tam tikras spalvas, o kitas absorbuoja. Pavyzdžiui, raudoni marškinėliai atrodo raudoni, kai jie daugiau atspindi raudonosios spektro dalies nei kitų spalvų šviesos.

Daikto spalva priklausys ir nuo jį apšviečiančios šviesos spalvos. Todėl, pavyzdžiui, raudoni marškinėliai geltonoje šviesoje (natrio šviesoje) atrodys beveik juodi, o geltoni marškinėliai savo geltoną spalvą geltonoje šviesoje išlaikys. Perkant drabužius, kurie bus dėvimi dieną, pravartu apžiūrėti juos prie lango dienos šviesoje, kadangi jų spalva „dirbtinėje" krautuvės šviesoje dažnai bus kiek kitokia (žr. spalvotą įkliją).

1013 1014 1015

Užduotys

2 skyriaus užduotys

201.

a) Užrašykite šiuos skaičius romėniškaisiais skaitmenimis:
11, 37, 48, 79, 201, 234, 666, 1012, 1993.

b) Užrašykite šiuos skaičius arabiškaisiais skaitmenimis:
IX, XI, LXIV, LXXVI, CLII, DCCXXXIV, MCMXCIII.

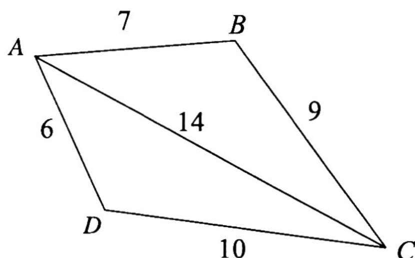
202. Nustatykite, kurie iš trikampių su nurodytomis kraštinėmis yra statieji:

a) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ b) $a = 5$, $b = 7$, $c = 8$
c) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$ d) $a = 11$, $b = 13$, $c = 17$

203. Apskaičiuokite trikampių su nurodytomis kraštinėmis perimetrą ir plotą:

a) $a = 5$, $b = 5$, $c = 6$ b) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$
c) $a = 5$, $b = 10$, $c = 13$ d) $a = 6$, $b = 5$, $c = 5$

204. Ūkininkui priklausantis laukas yra keturkampio formos; jo matmenys nurodyti brėžinyje (vienetas čia reiškia 100 m):



Ūkininkui mirus, žemės valda įstrižaine AC bus padalyta dviem jo sūnums. Kurioje iš dviejų naujųjų valdų bus daugiau žemės?

205–210 *užduotys sprendžiamos nesinaudojant skaičiuokliais.*

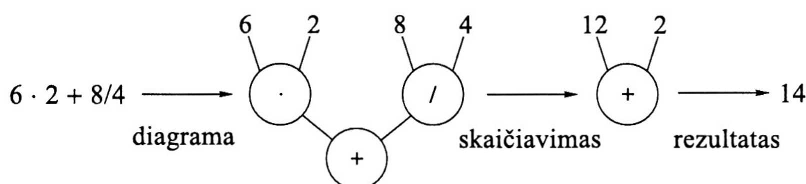
205. Kuriais atvejais šaknį ištraukti yra įmanoma, ir kokias gausime šaknies reikšmes?

$\sqrt{9}$; $\sqrt{-9}$; $\sqrt[3]{8}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[4]{16}$; $\sqrt[5]{-32}$.

206. Paaiškinkite, kaip skaičiuoti, laikantis veiksmų hierarchijos, šiuos reiškinius:

a) $4 + 3^2 \cdot 2 - 6/2$; b) $4 \cdot 3^2/2 - 3 \cdot 5$.

207. Pavyzdyje parodyta, kaip galima „nupiešti" aritmetinio reiškinio skaičiavimo diagramą:



Paaiškinkite, kaip apskaičiuojama reiškinio reikšmė.
Nupieškite šių aritmetinių reiškinių diagramas ir apskaičiuokite jų reikšmes:

a) $5 + 3 \cdot 2 - 6/3$; b) $4 \cdot 9/2 - 2 \cdot 6$.

208. Apskaičiuokite šių aritmetinių reiškinių reikšmes ir palyginkite:

a1) $(12 - 6) - 4$	b1) $(10 - 4) + 5$	c1) $(36/6)/3$	d1) $(18/6) \cdot 3$
a2) $12 - (6 - 4)$	b2) $10 - (4 + 5)$	c2) $36/(6/3)$	d2) $18/(6 \cdot 3)$

209. Raskite šių skaičiavimų klaidas:

a) $\dfrac{9+4}{3} = 3 + 4 = 7$; b) $\dfrac{12+18}{4+2} = 3 + 9 = 12$;

c) $\sqrt{25 + 144} = \sqrt{25} + \sqrt{144} = 5 + 12 = 17$.

Kokios yra tikrosios šių trijų reiškinių reikšmės?

210. Koks aritmetinis reiškinys atitinka šį „skaičiuoklio reiškinį"? Kokia jo reikšmė?

a) [4] [+] [1] [2] [÷] [(] [2] [+] [4] [)] [=]

b) [(] [4] [+] [1] [2] [)] [÷] [2] [+] [4] [=]

c) [4] [+] [1] [2] [÷] [2] [+] [4] [=]

d) [(] [4] [+] [1] [2] [)] [÷] [(] [2] [+] [4] [)] [=]

211. Kaip šiuos aritmetinius reiškinius surinkti skaičiuoklio klavišais?

a) $3+\frac{12-4}{4}$; b) $2+\frac{8}{6-2}$; c) $5\cdot\sqrt{4+12}$; d) $5\cdot\sqrt{4}+\sqrt{9}$.

212. Apskaičiuokite šiuos reiškinius skaičiuokliu. Nepamirškite „paslėptųjų“ skliaustų.

1a)	$27\cdot 42+19$	1b)	$27\cdot(42+19)$
2a)	$27\cdot 42+19\cdot 14$	2b)	$27\cdot(42+19)\cdot 14$
3a)	$\frac{27}{42}+19$	3b)	$\frac{27+19}{42}$
4a)	$\frac{27\cdot 19}{42}+70$	4b)	$\frac{27\cdot 19}{42+70}$
5a)	$4\cdot 7-38$	5b)	$4\cdot(7-38)$
6a)	51^2	6b)	$(-8{,}77)^2$
7a)	15^2+26^2	7b)	$(15+26)^2$
8a)	15^2-26^2	8b)	$(15-26)^2$
9a)	$\sqrt{47}$	9b)	$\sqrt{-47}$
10a)	$\sqrt{15}+\sqrt{26}$	10b)	$\sqrt{15+26}$
11a)	$\frac{7\cdot 9\cdot 17+26}{\sqrt{47}}$	11b)	$\sqrt{\frac{7\cdot 9\cdot 17+26}{47}}$
12a)	$\frac{67^2-15}{47^2}$	12b)	$\left(\frac{67^2-15}{47}\right)^2$

Pasitikrinkite atsakymus. Jie žemiau pateikti visi, bet sumaišyta tvarka.

1a)	1,095	1b)	1400
2a)	1647	2b)	2,025
3a)	76,91	3b)	1153
4a)	9061,4	4b)	4,831
5a)	160,0	5b)	−451
6a)	1681	6b)	19,64
7a)	121	7b)	2601
8a)	−124	8b)	901
9a)	Neturi prasmės	9b)	6,856
10a)	8,972	10b)	6,403
11a)	−10	11b)	4,580
12a)	23058	12b)	82,21

213. Išspręskite lygtis:

a) $3 \cdot x - 2 = 13$ b) $x + 4 = 16 - 2 \cdot x$ c) $\frac{3 \cdot x}{2} = \frac{6}{5}$

d) $\frac{2}{3 \cdot x} = \frac{7}{6}$ e) $4 \cdot x^2 = 64$ f) $\frac{x^2}{2} = 18$

g) $\sqrt{x} = 4$ h) $\frac{\sqrt{4 \cdot x}}{2} = 3$ i) $\frac{3}{x} = \frac{x}{3}$

214. L metrų ilgio svyruoklės svyravimų periodas randamas iš formulės:

$$T = 2{,}01 \cdot \sqrt{L},$$

kur T matuojamas sekundėmis.

a) Koks bus 1 m ilgio svyruoklės svyravimų periodas?

b) Kokio ilgio turi būti svyruoklė, kad jos svyravimų periodas būtų 1 s?

215. Žemės drebėjimo banga vandenyne sklinda v m/s greičiu, kurį galima išreikšti formule:

$$v^2 = 9{,}82 \cdot h, \text{ čia } h \text{ – vandenyno gylis metrais.}$$

1. Kokiu greičiu sklinda banga, kai gylis yra 2000 m?
2. Žemės drebėjimas prie Japonijos krantų sukelia bangą, kuri po 3 val. 45 min., įveikusi 3000 km, pasiekia Havajus.
   a) Per kiek sekundžių banga pasiekia Havajus?
   b) Kokiu greičiu sklinda banga?
   c) Koks yra vidutinis vandenyno tarp Japonijos ir Havajų gylis?

216.

a) Užrašykite šiuos skaičius standartine išraiška: 3 tūkstančiai; 1,8 milijardo; pusė milijono; 4 šimtai; 0,07; 0,00038; 0,000000021.

b) Apskaičiuokite skaičiuokliu šiuos reiškinius:

$$\left(2{,}8 \cdot 10^2\right) \cdot \left(0{,}06 \cdot 10^3\right); \quad 0{,}147 \cdot \left(300 \cdot 10^{14}\right); \quad \frac{8{,}13 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^7}.$$

Rezultatus užrašykite standartine išraiška.

217. Pavyzdžio „Kai kurie labiau žinomi dydžiai“ (25 psl.) skaičius užrašykite standartine išraiška.

3 skyriaus užduotys

301. 20 kg bulvių kainuoja 30 Lt.

a) Kiek kainuoja 1 kg bulvių?

b) Kiek kainuoja 50 kg bulvių?

c) Užrašykite priklausomybės tarp bulvių masės x kilogramais ir jų kainos y Lt lygtį. Koks yra proporcingumo koeficientas?

d) Kiek kg bulvių galima nusipirkti už 15 Lt?

302. 1998 05 20, trečiadienį, Danijos kronos (DKK) kursas lito atžvilgiu buvo 0,5894. Vadinasi, 10 000 Danijos kronų kainavo 5894 litus.

a) Kiek reikėjo turėti litų norint nusipirkti 750 kronų?

b) Kiek litų buvo galima nusipirkti už 1000 DKK, jeigu nereikėtų mokėti keitimo mokesčio?

c) Užrašykite priklausomybės tarp litų skaičiaus x ir jų kainos y kronomis (be keitimo mokesčio) lygtį. Koks dabar yra proporcingumo koeficientas?

d) Kiek litų galima nusipirkti už 1000 DKK, jei reikia sumokėti 10 litų keitimo mokestį?

303. Vairuotojas, norėdamas apskaičiuoti išlaidas benzinui, sudarė tokią lentelę (benzino kaskart pilama tiek, kad bakas būtų pilnas):

Spidometro parodymai (km)	0	400	689	1085	1420	1650
Įpilta benzino (ℓ)	Pilnas bakas	41,1	29,7	40,7	34,4	23,6
Suvartota benzino (ℓ)		41,1	70,8			

Apskaičiuokite, kiek suvartota benzino litrais, ir įsitikinkite, kad suvartoto benzino kiekis proporcingas nuvažiuotų kilometrų skaičiui. Nustatykite proporcingumo koeficientą.

304. Ištirkite priklausomybę tarp kvadrato ploto y ir jo kraštinės ilgio x.

1. Nusibraižykite keturis kvadratus, kurių kraštinės būtų atitinkamai 1, 2, 3 ir 4.

2. Užpildykite lentelę:

Kraštinės ilgis	x	...
Plotas	y	...

3. Nubraižykite (x, y) plokštumoje šios priklausomybės grafiką.
4. Užrašykite priklausomybės tarp x ir y lygtį.
5. Ar kvadrato plotas proporcingas jo kraštinės ilgiui? Atsakymą pagrįskite.

305. Žemiau pateiktas dviejų traukinių maršruto nuo Vilniaus iki Švenčionėlių tvarkaraštis (s yra nuotolis kilometrais, o t – važiavimo trukmė minutėmis).

s	Stotelė	I traukinys	t	II traukinys
0	Vilnius	5.29	0	12.01
5	Pavilnys	5.39	10	12.11
9	Naujoji Vilnia	5.47	18	12.19
11	Elektrinių traukinių depas	5.51		12.23
17	Mickūnai	6.03		12.35
25	Bezdonys	6.19		12.51
32	Skersabaliai	6.33		13.05
38	Santaka	6.45		13.17
43	Pailgis	6.55		13.27
51	Pabradė	7.11		13.43
59	Pažeimenė	7.27		13.59
68	Žeimena	7.45		14.17
78	Švenčionėliai	8.05	156	14.37

1. Apskaičiuokite likusias pirmojo traukinio važiavimo trukmes. Atidėkite taškus (t, s) koordinačių plokštumoje, pasirinkę tokį mastelį:
   t ašis: 1 cm – 5 min,
   s ašis: 1 cm – 5 km.
2. Sujunkite taškus atkarpomis. (Ar tai bus tiesė?)
3. Raskite tiesės krypties koeficientą a. Kokia jo prasmė?
4. Kokia yra priklausomybė tarp nuvažiuoto atstumo s ir važiavimo trukmės t pirmajam traukiniui?
5. Tokiu pat būdu toje pačioje koordinačių plokštumoje nubraižykite antrojo traukinio tvarkaraštį. (Ar tai bus tiesė?)
6. Palyginkite abu grafikus.

306. Tarp svyruoklės svyravimų periodo T ir jos ilgio L nustatyta tokia priklausomybė (L matuojamas metrais, o T – sekundėmis):

L	0,5	1,0	1,5	1,75	2,0	2,5
T	1,42	2,00	2,46	2,64	2,85	3,17

1. Šiuos parametrus atidėkite koordinačių plokštumoje, kur x atitinka svyruoklės ilgį, o y – laiką.
2. Ar x ir y proporcingi dydžiai?
3. Užpildykite tokią lentelę:

$\sqrt{L}$	0,71					1,58
T	1,42	2,00	2,46	2,64	2,85	3,17

4. Atidėkite šias reikšmes koordinačių plokštumoje, kur x atitinka ilgį, o y – laiką.
5. Kokia yra priklausomybė tarp T ir $\sqrt{L}$?
6. Koks svyruoklės, kurios ilgis $L = 1{,}9$, svyravimų periodas?
7. Koks svyruoklės ilgis, jei jos periodas $T = 3{,}0$?

307. Kaip pasikeis kvadrato plotas, padvigubinus kraštinių ilgį? Koks bus plotas, padidinus kraštinių ilgį tris kartus?

308. Vertikalaus 90 cm aukščio kuolo šešėlis yra 130 cm ilgio. Greta augančios eglės šešėlio ilgis (toje pačioje horizontalioje plokštumoje) – 12 m.

a) Pavaizduokite kuolą, medį ir jų šešėlius.

b) Apskaičiuokite eglės aukštį.

309. Trikampiai $A_1B_1C_1$ ir $A_2B_2C_2$ yra panašieji. Antrojo trikampio kraštinės yra: $a_2 = 12$, $b_2 = 15$ ir $c_2 = 22$. Pirmojo trikampio $a_1 = 30$.

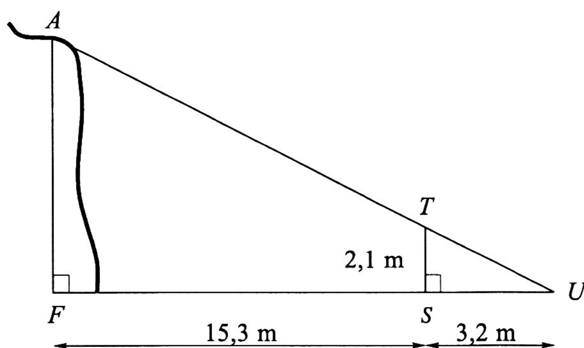
a) Apskaičiuokite panašumo koeficientą.

b) Raskite kraštinių b_1 ir c_1 ilgius.

310. Statieji trikampiai $A_1B_1C_1$ ir $A_2B_2C_2$ yra panašūs. Žinomi kraštinių ilgiai (centimetrais): $a_1 = 8$, $a_2 = 6$ ir $b_2 = 9$. Nubraižykite trikampius ir raskite kraštinės b_1 ilgį.

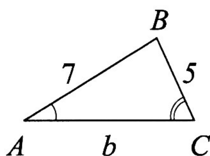
13. 737

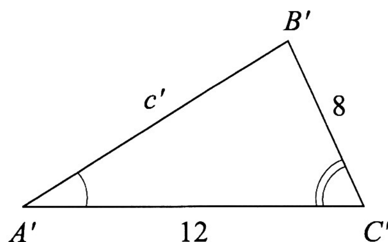
311.



Piešinėlyje pavaizduota uola, kurios aukštį AF norima nustatyti. Lazda TS įsmeigta taip, kad regėjimo tiesė iš atskaitos taško U per tašką T taiko į uolos viršūnę A. Lazda yra statmena linijai, jungiančiai taškus U ir F. Naudodąmiesi brėžinyje pateiktais dydžiais, apskaičiuokite uolos aukštį.

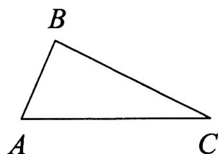
312.

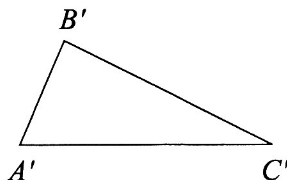




Brėžinyje pavaizduoti du trikampiai ABC ir $A'B'C'$, kurių atitinkami kampai vienodi. Pateikti ir kai kurių kraštinių ilgiai. Raskite nežinomų kraštinių ilgius.

313.





Brėžinyje pavaizduoti du trikampiai ABC ir $A'B'C'$, kurių atitinkami kampai vienodi. Duota: $AB = 3{,}5$, $AC = 6{,}4$, $B'C' = 8{,}6$ ir $A'C' = 9{,}7$. Raskite $A'B'$ ir BC.

314. „Idealioji fotografija“

Fotografas sumanė atidaryti tokią ateljė, kurioje klientas galėtų nusifotografuoti pats.

Ant stovo jis pritaisė kamerą, galinčią slankioti aukštyn arba žemyn. Dabar jam reikia kažkaip nurodyti klientams, koks atstumas turi būti tarp fotografuojamojo ir kameros. Pavyzdžiui, fotografuojant visu ūgiu, tas atstumas priklauso nuo ūgio, o darant portretinę nuotrauką – nuo galvos aukščio.

Taigi fotografui reikia metodo, kuris leistų klientui, žinančiam savo ūgį ar galvos aukštį (h), pasistatyti kamerą reikiamoje vietoje.

Atkreipkite dėmesį į tai, kad kameros regėjimo lauko kampas yra A.

Jūsų užduotis – patarti fotografui, kaip jis galėtų raštu pateikti savo klientams reikiamą informaciją. Savo metodą galite aprašyti grafiku, brėžiniu, lentele ar formule.

Eksperimentas

Pirmiausia surinksime duomenis, reikalingus norint sugalvoti metodą, kuriuo būtų galima nustatyti atstumą iki žinomo aukščio objekto, naudojantis primityviu fotografijos kameros modeliu – tūtele nuo tualetinio ar rankšluostinio popieriaus. Matymo lauko pro tūtelę kampą laikysime aparato regėjimo kampu. Eksperimentui dar reikės ruletės ilgiui matuoti.

Atlikite ne mažiau kaip 15 tarpusavy susijusių h ir L reikšmių matavimų ir sudarykite matavimo duomenų lentelę. Remdamiesi lentele, nubraižykite grafiką ir užrašykite priklausomybės tarp ilgio L ir aukščio h formulę.

Padarykite dar vieną „nuotrauką“ su nauja h reikšme. Išmatavę L ir h reikšmes, įrašykite jas į formulę ir nustatykite, ar tos reikšmės ją tenkina.

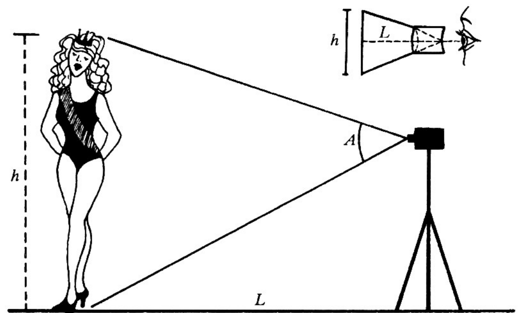
Kaip patartumėte fotografui pateikti savo klientams naudojimosi aparatu aprašą:

a) lentele,

b) grafiku,

c) formule?

Atsakymą pagrįskite ir pasiūlykite, kaip šią informaciją apipavidalinti.



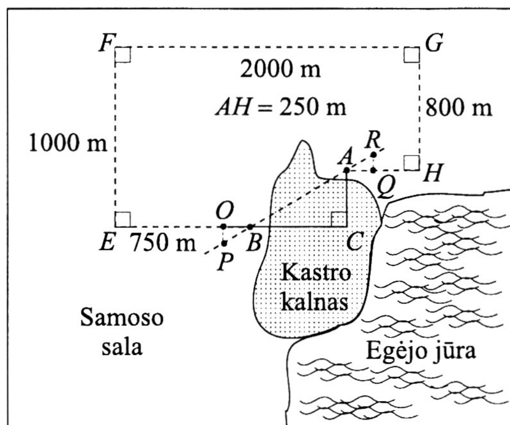
315. „Samoso salos tunelis“

Garsusis graikų istorikas Herodotas aprašė Graikijoje Samoso saloje esantį tunelį. Juo po Kastro kalnu į salą turėjo būti tiekiamas vanduo. Beveik po 2500 metų, 1882 m., archeologai aptiko 1 km ilgio ir 2 m pločio tunelį, kuris buvo toks, kaip Herodoto aprašytasis.

Įdomiausia tai, kad dvi kasėjų brigados, pradėjusios kasti iš priešingų pusių, susitiko kalno viduryje su maždaug 10 m vertikalia ir 3 m horizontalia paklaida. Manoma, kad atliekant tokį preciziška darbą, pasinaudota panašiaisiais trikampiais.

Piešinyje pavaizduota tunelio po Kastro kalnu schema (proporcijos piešinyje ne visai išlaikytos). Įsivaizduokite, kad dvi kasėjų brigados, pradėjusios savo darbą atitinkamai taškuose A ir B, susitinka tunelio viduryje. Tačiau kaip jiems sužinoti, kuria kryptimi kasti?

Statusis trikampis ABC yra po kalnu, todėl jo tiesiogiai neišmatuosi.



O nustatyti mums reikia kraštinės AB kryptį – ir iš A, ir iš B pusės.

1. Paaiškinkite, kaip būtų galima sudaryti ir išmatuoti figūrą $BEFGHA$.
2. Naudodamiesi išmatuotais atstumais, raskite kraštinių AC ir BC ilgius.
3. Raskite trikampyje ABC santykį BC/AC.
4. Paaiškinkite, kaip sudaryti stačiuosius trikampius PBO ir RAQ, kad jie būtų panašūs į trikampį ABC (OB ir AQ pasirinkus lygias 10 m).
5. Paaiškinkite, kaip pagal šiuos duomenis kasėjų brigados galėjo tiksliai nustatyti tokią kasimo kryptį, kad jie susitiktų kalno viduryje.

316. Nubrėžkite tiesę, einančią per tašką (1; 1), kurios krypties koeficientas būtų 1,5.

317. Nubrėžkite tiesę, einančią per taškus (−1; −3) ir (5; 0). Nustatykite jos krypties koeficientą.

318. Nubrėžkite šias tieses:

a) $y = 2 \cdot x + 3$; b) $y = -2 \cdot x + 3$; c) $y = 3$.

319.

a) Nustatykite tiesės, einančios per taškus (5; 1) ir (7; 2), krypties koeficientą.

b) Nustatykite tiesės, einančios per taškus (−1; 3) ir (4; −2), krypties koeficientą.

320. Darant A4 formato (210 mm×300 mm) kopijas ofsetu, pirmiausia padaroma atspaudo plokštė, kuri kainuoja 10 Lt, o kiekviena kopija kainuoja 0,10 Lt. Darant kopijas kopijavimo mašina, kiekviena kopija kainuoja 0,25 Lt.

1. Kiek kainuoja padaryti 1000 kopijų ofsetu?
2. Kiek kopijų ofsetu galima padaryti už 15 Lt?
3. Užrašykite priklausomybės tarp padarytų kopijų skaičiaus x ir jų kainos y formulę.
4. Kiek kainuoja padaryti 1000 kopijų kopijavimo mašina?
5. Kiek kopijų ja galima padaryti už 15 Lt?
6. Užrašykite priklausomybės tarp kopijų skaičiaus x ir jų kainos y lygtį.
7. Palyginkite, kiek abiem būdais kainuotų padaryti 10 kopijų.
8. Raskite tokį kopijų skaičių, kad kaina darant kopijas abiem būdais būtų vienoda.
9. Nubraižykite toje pačioje koordinačių plokštumoje abu grafikus.
10. Raskite grafikų sankirtos tašką (plg. su 8 klausimu).
11. Suformuluokite tekstą, kurį būtų galima pakabinti kopijavimo biure, kad klientas galėtų susigaudyti, kuris būdas jam pigesnis.

321. Tiesės, einančios per tašką (1; 4), krypties koeficientas yra 3. Nubrėžkite šią tiesę ir užrašykite jos lygtį.

322. Tiesė eina per taškus (1; 2) ir (−1; −6). Nubrėžkite šią tiesę ir raskite jos krypties koeficientą. Užrašykite tiesės lygtį.

323. Nubrėžkite tiesę m, kurios lygtis $y = -2x + 6$. Ištirkite, ar taškas $(-3;\ 12)$ yra tiesėje m. Ištirkite, ar taškas $(10;\ -15)$ yra tiesėje m.

324. Dvidešimtmẽčio maksimalus pulsas yra 200 tvinksnių per minutę, o šešiasdešimtmečio – 160 tvinksnių per minutę. Pažymėkite amžių x. Sakykime, kad maksimalus pulsas y yra tiesinė amžiaus x funkcija. Užrašykite šios priklausomybės lygtį.

a) Koks yra maksimalus 35-mečio pulsas?

b) Koks amžius atitinka maksimalų 164 tvinksnių per minutę pulsą?

325. Sąryšis tarp temperatūros Celsijaus laipsniais x ir Farenheito laipsniais y išreiškiamas formule:

$$y = 1{,}8x + 32.$$

a) Nustatykite, kiek Farenheito laipsnių atitinka 0°C ir 100°C temperatūrą.

b) Kiek Celsijaus laipsnių atitinka 0°F ir 68°F?

c) Kiek laipsnių pakyla temperatūra pagal Farenheitą, jai pakilus 1 Celsijaus laipsniu?

326. Lentelė rodo, kaip bėgimo metu suvartotas kalorijų kiekis priklauso nuo bėgančiojo svorio ir jo bėgimo greičio. Kuo bėgikas sunkesnis, tuo daugiau jis išeikvoja kalorijų. Žinant greitį ir svorį, iš lentelės galima rasti tikslų išeikvojamų kalorijų skaičių. Pavyzdžiui, bėgantysis, kuris sveria 50 kg, bėgdamas 14 km/val greičiu, suvartoja 686 kalorijas.

Svoris (kg)	10 km/val	12 km/val	14 km/val	16 km/val	18 km/val
50	400	552	686	800	918
55	440	612	742	880	1008
60	480	660	798	944	1080
65	530	708	868	1008	1152
70	570	756	924	1072	1224
75	610	816	980	1152	1314
80	660	864	1036	1216	1386
85	700	912	1106	1280	1530
90	740	960	1162	1344	1530

a) Patikrinkite, ar bėgant 14 km/h greičiu išeikvotų kalorijų skaičiaus priklausomybė nuo bėgiko svorio yra labai artima tiesinei.

b) Užrašykite priklausomybės tarp išeikvotų kalorijų skaičiaus ir bėgiko svorio formulę.

4 skyriaus užduotys

401. Raskite danguje Grįžulo Ratus. Ar Grįžulo Ratai visą naktį matyti toje pačioje dangaus vietoje?

402. Įsivaizduokite, kad apie 12 valandą šliuožiate slidėmis. Žemai kybanti žiemos saulė spigina tiesiai į akis. Jūs pasukate dešinėn.

a) Kokia kryptimi (pasaulio šalių atžvilgiu) šliuožėte pirmiau?

b) Kokia kryptimi pasukote?

403. Filijas Fogas iš Žiulio Verno romano „Aplink Žemę per 80 dienų" (veiksmas vyksta 1872 metais) susilažina iš 20 000 svarų, jog apkeliausiąs aplink pasaulį per 80 dienų. Fogo laikrodis rodo jį 5 min. pavėlavus, ir žmogus jau kremtasi pralošęs lažybas. Tačiau paaiškėja, kad jis grįžo kone visa para anksčiau.

a) Kas yra datos keitimosi linija, ir kas įvyksta ją perėjus? (Atsakymo patys paieškokite knygose.)

b) Ar rytų, ar vakarų kryptimi F. Fogas leidosi į kelionę aplink pasaulį?

c) Pagrįskite teiginį, jog apkeliavus apie Žemę vieną kartą, galima laimėti vieną parą.

404. Žvaigždynai per 23 val. 56 min. apsisuka vieną kartą, o para turi 24 valandas. Įrodykite, kad per metus tai atitinka vieną papildomą žvaigždynų apsisukimą apie Šiaurinę žvaigždę.

405. Įsidėmėkite Arktūro padėtį, pavyzdžiui, kurio nors medžio atžvilgiu. Po savaitės, išėję į tą pačią vietą pusvalandžiu anksčiau, Arktūrą išvysite ten pat. Paaiškinkite tai.

406. Kelių dienų skirtumas yra tarp vasaros pusmečio (03 21–09 23) ir žiemos pusmečio (09 23–03 21) Šiaurės pusrutulyje?

407. Kokia būtų paros ir metų laikų kaita, jeigu:

a) Žemės sukimosi ašis būtų statmena Žemės orbitos plokštumai?

b) Žemė nesisuktų apie savo ašį?

408. Įsidėmėkite, kur Saulė yra, pavyzdžiui, kalvos, medžio ar pan. atžvilgiu, valandos pradžioje. Pasižiūrėkite, kur Saulė bus baigiantis valandai. Kuria kryptimi Saulė juda (į kairę ar į dešinę)?

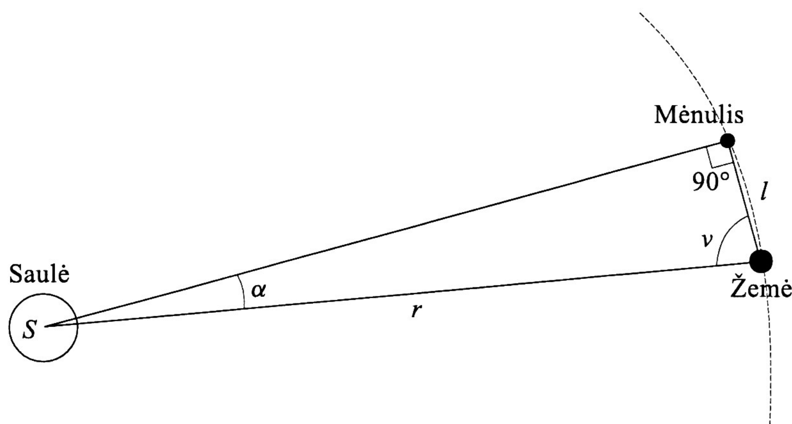
409. Esant jaunačiai, Mėnulis ir Saulė būna daugmaž toje pačioje dangaus vietoje ir todėl teka bei leidžiasi beveik vienu metu. Taigi šviečiant Saulei, Mėnulis būna nematomas.

Kaip teka Saulė, Mėnulis ir Žemė vienas kito atžvilgiu, esant priešpilniui (arba delčiai)? Kaip jie būna išsidėstę vienas kito atžvilgiu esant pilnačiai? Kada tokiu atveju Saulė ir Mėnulis teka bei leidžiasi vienas kito atžvilgiu?

410. „Nuotolis iki Saulės“

Graikų mokslininkas Aristarchas buvo maždaug Eratosteno amžininkas. Jis pirmas pateikė rimtų mokslinių įrodymų, kad Žemė skrieja apie Saulę (o ne atvirkščiai). Jis dar žinomas ir tuo, kad išradingai pasitelkęs geometriją, išmatavo atstumus iki Mėnulio ir Saulės bei šių dangaus kūnų dydžius. Kai ką iš Aristarcho įrodymų čia ir pateiksime.

Kai Mėnulis priešpilnis ir matosi tiksliai pusę Mėnulio, kampas tarp Žemės, Mėnulio ir Saulės yra lygiai 90°. Saulė visuomet apšviečia pusę Žemės. Toje pusėje būna diena, o priešingoje – naktis.



Aristarchas išmatavo kampą tarp stebėjimo linijų į Mėnulio ir Saulės centrus ir gavo 87°. Tuo remdamasis jis nustatė, kiek Saulė yra toliau negu Mėnulis. Kaip jis tai padarė, galite sužinoti atlikę šią užduotį.

1. Kokio dydžio yra kampas ν? Kokio dydžio yra kampas α? Parašykite formules, kai duota: r – atstumas tarp Žemės ir Saulės, l – atstumas tarp Žemės ir Mėnulio.
2. Brėžinyje pavaizduota dalis apskritimo, kurio centras yra taške S, ir spindulys, lygus atstumui tarp Žemės ir Saulės. Kadangi kampas α

yra mažas, tai lanko tarp Mėnulio ir Žemės ilgis maždaug yra lygus atstumui tiesiąja l. Įsitikinkite, kad pagal Aristarcho matavimus apskritimo ilgį C galima rasti šitaip:

$$C = \frac{l}{3^\circ} \cdot 360^\circ \Longleftrightarrow C = l \cdot 120$$

3. Apskritimo ilgis skaičiuojamas pagal formulę:

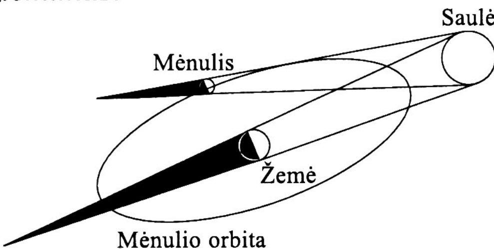
$$C = \pi \cdot \text{skersmuo} = \pi \cdot 2r \quad (\pi = 3{,}14159\ldots)$$

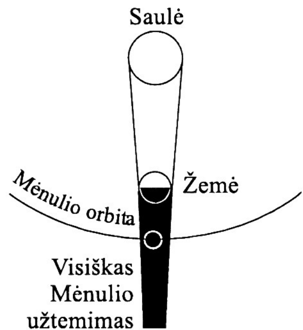
Vadinasi, gauname, kad $r/l = 60/\pi \approx 19$.

4. Taigi remiantis Aristarcho apskaičiavimais Saulė nuo mūsų būtų apie 19 kartų toliau negu Mėnulis. Tačiau iš tikrųjų taip nėra. Metodas būtų neblogas, tačiau yra keblu nustatyti tą akimirką, kai būna apšviesta lygiai pusė Mėnulio. Mat riba tarp apšviestosios ir tamsiosios Mėnulio pusių yra tokia netaisyklinga, kad netgi su stipriu teleskopu neįmanoma tiksliai nustatyti, kada būna toji akimirka, o apsirikti galima ne viena valanda. Dabar yra apskaičiuota, jog iš tikrųjų šis santykis yra $r/l \approx 389$. Kiek maždaug kartų apsiriko Aristarchas nustatydamas kampą α?

411. Užtemimai

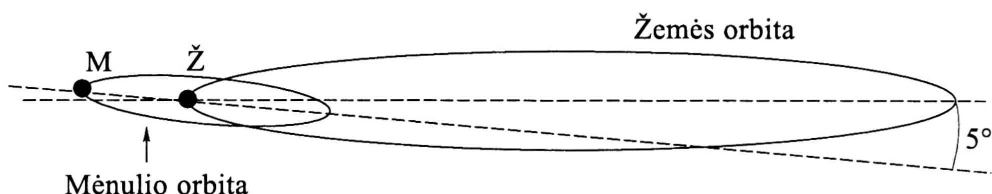
Ir Žemė, ir Mėnulis yra apšviesti Saulės, todėl į erdvę meta kūgio formos šešėlius. Jeigu viena šių planetų patenka į kitos metamą šešėlį, įvyksta užtemimas. Jeigu Žemė užtemdo Mėnulį, stebimas *Mėnulio užtemimas.*





a) Mėnulio užtemimas gali įvykti, tik esant Mėnuliui tam tikros fazės. Kokios?

b) Kiekvienoje savo fazėje Mėnulis per metus pabuvoja apie 12 kartų. Kiek Mėnulio užtemimų per metus galima tikėtis?



Iš tikrųjų visiškas Mėnulio užtemimas įvyksta ne dažniau kaip 3 kartus per metus. Taip yra todėl, kad Mėnulio orbitos plokštuma su Žemės orbitos plokštuma sudaro nedidelį (5°) kampą, ir Mėnulis dažniausiai praslenka arba virš, arba po Žemės šešėliu. Tik esant pilnačiai ir Mėnuliui atsidūrus orbitų kirtimosi taške ar šalia jo galimas visiškas Mėnulio užtemimas.

c) Nubraižykite Žemės, Saulės ir Mėnulio tarpusavio padėtį esant Saulės užtemimui.

d) Kokios fazės turi būti Mėnulis, kad būtų įmanomas Saulės užtemimas?

412. Sakoma, kad Mėnulis, būdamas ties horizontu, atrodo didesnis negu aukštai danguje. Ar tai tiesa? Patikrinkite.

413. Lietuvos pajūryje potvynių nejaučiame. Tuo tarpu Danijos pajūryje potvyniai gana reikšmingi. Žemiau pateikta lentelė iš Danijos laikraščio „Jyllands-Posten“. Joje surašytas du kartus per parą įvykusių potvynių laikas valandomis ir minutėmis penkias paras iš eilės ties įvairiais Danijos miestais. Atkreipkite dėmesį, kad kas dieną potvynis pasislenka apie 50 min. į priekį.

Miestas	birželio 9	birželio 10	birželio 11	birželio 12	birželio 13
Havnebėjus	10.40–23.00	11.40–24.00	00.00–12.40	01.10–14.30	02.00–15.30
Thyboronas	00.30–13.00	01.30–14.00	02.30–14.50	03.20–15.50	04.20–16.40
Hanstholmas	01.00–13.00	01.50–13.50	02.40–14.40	03.30–15.40	04.10–16.30
Hirtsholas	00.40–13.10	01.30–14.00	02.30–14.50	03.20–15.40	04.10–16.30
Frederikshaunas	02.10–14.30	03.10–15.40	04.00–16.20	04.50–17.10	05.40–18.00
Grena	05.30–18.30	06.30–19.20	07.20–20.00	08.20–20.50	09.10–21.30
Orhus	07.00–20.00	08.00–20.50	08.50–21.30	09.50–22.20	10.40–23.00
Hornbekas	05.20–18.20	06.20–19.10	07.20–19.50	08.20–20.40	09.10–21.20

a) Pasirinkite lentelėje kurį nors miestą ir nustatykite, koks yra laiko skirtumas tarp dviejų potvynių kiekvieną iš tų 5 parų.

b) Apskaičiuokite vidutinį laiko skirtumą.

c) Birželio 11 Frederikshaune potvynis buvo 4 valandą. Kurią dieną potvynis Frederikshaune vėl bus 4 valandą?

414. Saulės traukos sąlygojamų potvynių ir atoslūgių periodas yra 12 valandų, kadangi Saulės para yra 24 valandos. Tačiau potvyniams ir atoslūgiams lemiamą įtaką daro Mėnulio trauka. Todėl ir jų periodiškumą nulemia Mėnulis. Dėl besikeičiančios Mėnulio ir Saulės padėties Žemės atžvilgiu potvyniai ir atoslūgiai ne visuomet yra vienodo stiprumo.

Esant dviem tam tikroms Mėnulio fazėms, potvynius ir atoslūgius sukeliančios Saulės bei Mėnulio traukos jėgos veikia išvien, ir potvyniai tuomet būna itin stiprūs. Esant kitoms dviem Mėnulio fazėms, potvyniai būna silpniausi.

a) Kokių fazių turi būti Mėnulis, kad šie dangaus kūnai galėtų veikti žemės vandenis išvien?

b) Kokių fazių būna Mėnulis, kai potvyniai silpniausi?

415. Parko modelį gavome sumažinę tikruosius Saulės sistemos atstumus 10^9 kartų.

1. Analogiškai sumažinkite tikrąjį šviesos greitį 300 000 km/s iki atitinkamo greičio parke. Rezultatą išreikškite kilometrais per minutę ir kilometrais per valandą.
2. Įsivaizduokite save susietą su šviesos signalu, tam tikra kryptimi pasiųstu iš vieno didelio akmens parke. Ar jums teks bėgti, ar eiti, ar lėtai slinkti?
3. Po kiek laiko kirsite Žemės orbitą? Jupiterio? Plutono? Kentauro Proksimos?

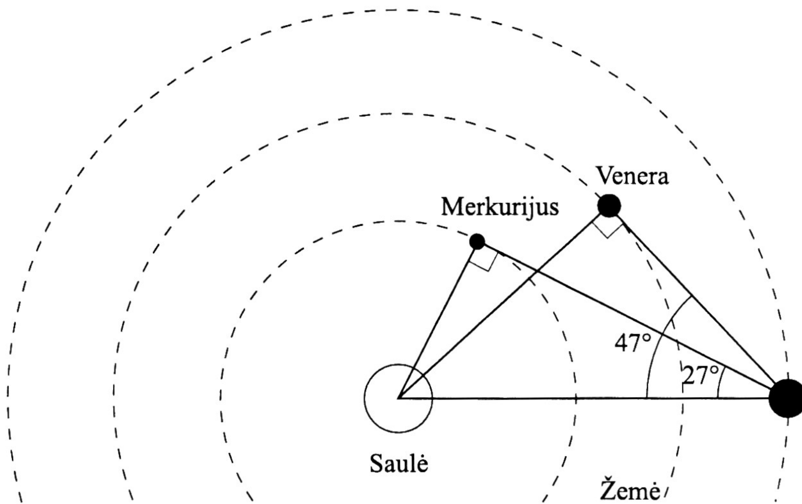
416. Ir Mėnulis, ir kitos planetos yra išsidėsčiusios daugmaž ekliptikoje. Todėl vienu metu susiradę keletą jų danguje, galite nustatyti ekliptikos padėtį dangaus skliaute.

1. Panagrinėkite lenteles knygos gale. Jos turėtų padėti nustatyti ar šiuo metu ryto, vakaro arba nakties danguje galima matyti kurias nors planetas. Pamėginkite surasti jas danguje.
2. Išeikite vakare į lauką, kai matomas ir Mėnulis, ir kitos planetos. Pabandykite surasti keletą būdingiausių Zodiako juostos žvaigždžių, pavyzdžiui, Kastorą ir Poliuksą, Aldebaraną, Spiką ir kt.

417. Saulės sistemos matavimas

Kai Saulę imta laikyti dangaus kūnu, apie kurį skrieja Žemė ir kitos planetos (1500–1600 m), tapo įmanoma, išmatavus kampus, nustatyti atstumus Saulės sistemoje.

Žiūrint iš Žemės, didžiausias kampinis atstumas tarp Saulės ir Merkurijaus būna 27 laipsniai, o tarp Saulės ir Veneros – 47 laipsniai. Tarkime, kad planetos apie Saulę skrieja apskritiminėmis orbitomis. Tada galima nustatyti Veneros ir Merkurijaus orbitų spindulius, išreiškiant juos Žemės orbitos spinduliu (astronominiais vienetais, 1 a.v. = 150 mln. km).



1. Nubraižykite 10 cm spindulio apskritimą. Centre pažymėkite Saulę; pats apskritimas bus Žemės orbita. Nubrėžkite Žemės orbitos spindulį.
2. Matlankiu atidėkite 27° ir 47° kampus, kurių viršūnė būtų Žemės orbitoje.
3. Nuleiskite iš Saulės statmenis į tieses, jungiančias Žemę su Merkurijumi ir Venera.
4. Nubraižykite Merkurijaus ir Veneros orbitas ir išmatuokite brėžinyje tų orbitų spindulius (juos užrašykite astronominiais vienetais).

418. Planetos

a) Išsiaiškinkite, iš ko sudarytos planetos bei jų atmosferos. Kiek trunka para įvairiose planetose ir kokie jose būna metų laikai?

b) Kokios sąlygos lemia gyvybę Žemėje, kai kitose planetose jos galbūt ir nėra?

5 skyriaus užduotys

501. Parašykite šių elementų cheminius simbolius: volframo, nikelio, platinos, vario, sidabro, aukso, kadmio, gyvsidabrio, radono ir radžio.

502. „Gyvybės statybinės medžiagos“ yra 6 cheminiai elementai. Jų simboliai H, C, N, O, P ir S. Daugiau nei 99,5% žmogų sudarančių atomų yra šių elementų atomai.

a) Kokie tai cheminiai elementai?

b) Be išvardytųjų cheminių elementų, žmogui gyvybiškai būtini yra dar 18 kitų: F, Na, Mg, Si, Cl, K, Ca, V, Cr, Mn, Fe, Co, Cu, Zn, Se, Mo, Sn ir I. Tačiau jų reikia tik nepaprastai mažų kiekių. Kaip šie elementai vadinami?

503.

a) Pasakykite, kiek protonų ir neutronų yra šiose medžiagose: ^{12}C, ^{13}C, ^{23}Na, ^{22}Na, ^{235}U, ^{238}U. Kokios tai medžiagos?

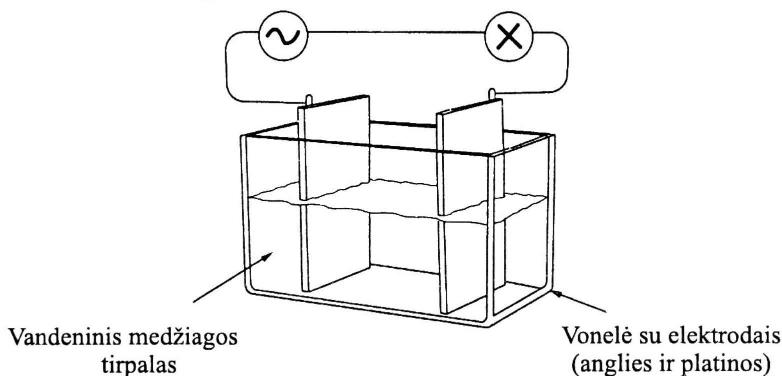
b) Parašykite šių branduolių simbolius: natrio branduolys su 13 neutronų; urano branduolys su 144 neutronais.

c) Branduolys sudarytas iš 7 protonų ir 7 neutronų. Koks tai branduolys?

504. Kiek elektronų yra kiekviename iš šių jonų ir kaip šios medžiagos vadinamos: K^+, Ca^{2+}, F^-, Al^{3+}, O^{2-}, N^{3-}, Li^+, Be^{2+}?

505. Jonų paieška

Jonų yra plazmoje, dujose, taip pat ir vandeniniuose medžiagų tirpaluose. Pavyzdžiui, sūriame vandenyje būna chlorido Cl^- ir natrio Na^+ jonų. Ar tirpale yra jonų, galima nustatyti paleidus per jį elektros srovę. Jeigu tirpalas laidus srovei, tai jame yra jonų.



Norint sužinoti, ar tirpalu teka srovė, galima pasinaudoti elektros lempute. Prieš kiekvieną naują bandymą reikia ir vonelę, ir elektrodus praskalauti demineralizuotu vandeniu, paskui – tiriamuoju tirpalu. Ištirkite, ar yra jonų šiuose tirpaluose:

a) NaCl (natrio chlorido, valgomosios druskos) tirpale;

b) $CuCl_2$ (vario chlorido) tirpale;

c) demineralizuotame vandenyje;

d) spirite;

e) $NaNO_3$ (natrio nitrato) tirpale;

f) cukraus tirpale.

506. Kuris iš skliausteliuose esančių elementų savo cheminėmis savybėmis yra giminingas su pateiktuoju prieš skliaustelius?

a) O (H, S, N, He, Cl);

b) Pb (Ag, Fe, Au, Cu, Sn);

c) Ca (K, C, Si, Ba, Kr);

d) Na (Mg, Se, Cu, K, Ra).

Kokie šių cheminių elementų pavadinimai?

507. Naudodamiesi periodine cheminių elementų periodine lentele (pridėta knygos gale), užpildykite žemiau pateiktą lentelę. Į lentelę reikia įtraukti tik 44 pirmuosius *pagrindinių grupių* elementus, taigi pradėkite nuo vandenilio ir baikite radžiu. Skiltyje „dujos/skystis/kietoji medžiaga“ įrašykite d., sk. arba k.

Ką įrašyti – d., sk. ar k. – suprasite iš lentelėje nurodytų lydymosi bei virimo temperatūrų. Kiek iš pagrindinių grupių elementų yra dujos? Kiek – skysčiai? Kiek – kietosios medžiagos?

Atomo Nr.	Cheminis simbolis	Pavadinimas	Lydymosi temperatūra (°C)	Virimo temperatūra (°C)	Dujos/skystis/ kietoji medžiaga (20°C)	Tankis (g/cm^3)
1	H		−259	−253		0,00009
			−269, 7	−268, 9		0,00017
			180	1330		0,53
			1285	2470		1,85
			2030	3700		2,47
			3700	–		2,27
			−210	−196		0,00125
			−219	−183		0,00143

Atomo Nr.	Cheminis simbolis	Pavadinimas	Lydymosi temperatūra (°C)	Virimo temperatūra (°C)	Dujos/skystis/ kietoji medžiaga (20°C)	Tankis (g/cm^3)
			−220	−188		0,000170
			−249	−246		0,00090
			98	887		0,97
			650	1100		1,74
			660	2400		2,70
			1410	2400		2,33
			44	280		1,82
			115	445		2,09
			−101	−34		0,00321
			−189	−186		0,00178
			63	760		0,86
			840	1494		1,53
			30	2800		5,91
	Ge		958	2830		5,23
			613	–		5,78
			220	685		4,80
			−7	59		3,12
			−157	−153		0,00373
			39	710		1,53
			769	1377		2,58
			157	2000		7,29
			232	2720		7,28
	Sb		630	1640		6,69
			450	990		6,25
			114	185		4,95
			−112	−108		0,00589
			28	685		1,90
			710	1600		3,59
			303	1460		11,87
			328	1750		11,34
			271	1550		9,80
			254	960		9,40
			300	350		–
			−71	−62		0,00973
			30	650		–
88	Ra		700	1500		5,00

508. Vidutinė temperatūra Veneros paviršiuje yra 477°C. Tokioje temperatūroje pagrindinių grupių 15 elementų yra skysčiai. Kokie tai elementai? Remkitės ką tik sudarytos lentelės duomenimis.

509.

a) Ar einant III pagrindine grupe žemyn, medžiagų tankiai kinta dėsningai?

b) Ar einant VII pagrindine grupe žemyn, lydymosi temperatūra kinta dėsningai?

c) Ar einant I pagrindine grupe žemyn, lydymosi temperatūra kinta dėsningai?

510. Įsivaizduokite, kad jūs – XIX a. tyrinėtojai. Tuo metu žinota dar nedaug cheminių elementų, tad ir Mendelejevo sudarytoje lentelėje buvo tuščių vietų. Panagrinėję tuščius langelius tarp silicio (Si) ir alavo (Sn), atrastume, jog ten turėtų būti (1870 m. dar nežinotas) cheminis elementas, kurio atominė masė turėtų būti tarp cinko (Zn) ir arseno (As) masių, ir kuris chemiškai ypač giminingas su Si ir Sn. Po 16 metų (1886 m.) šis elementas buvo atrastas.

a) Žinodami silicio ir alavo lydymosi bei virimo temperatūras ir tankius, pamėginkite nusakyti (pavyzdžiui, apskaičiavę jų vidurkius) atitinkamas šio nežinomo elemento reikšmes.

b) Koks tai cheminis elementas?

c) Palyginkite rastąsias vidutines reikšmess su reikšmėmis iš lentelės 507 uždavinyje. Pakomentuokite.

Du paprasčiausi cheminiai junginiai, į kuriuos įeina silicis ir alavas, yra atitinkamai kvarcas (SiO_2) ir kasiteritas (SnO_2) – baltos arba bespalvės, kietos, aukštos lydymosi temperatūros medžiagos. Abi jos gamtoje aptinkamos kaip uolienų komponentai. Kvarco ir kasiterito tankiai yra atitinkamai 2,6 g/cm^3 ir 7,0 g/cm^3.

d) Ką Mendelejevas, tai žinodamas, galėjo pasakyti apie numanomąjį naująjį elementą, ir kur jo reikėjo ieškoti?

511.

a) Kiek cheminių elementų yra nemetalai? Pateikite jų cheminius simbolius.

b) Penki iš šių nemetalų 20°C temperatūroje yra kietosios medžiagos. Kurie?

c) Išvardykite keletą bendrų šių elementų fizinių ir cheminių savybių.

512.

a) Nubraižykite tokį pat grafiką kaip 83 puslapyje, tik vietoj jonizacijos energijos atidėkite tankį (reikšmes apvalinkite iki vieno skaitmens po kablelio).

b) Ar grafike matyti periodiškumas?

c) Ar čia išryškėja kurios nors pagrindinės periodinės lentelės grupės?

513. Nubraižykite tokį pat grafiką kaip 83 puslapyje, tik vietoj jonizacijos energijos atidėkite lydymosi temperatūrą. Pakomentuokite gautąjį grafiką.

514.

a) Cinko (Zn) valentiniame sluoksnyje yra 2 elektronai. Kiek elektronų yra kituose jo sluoksniuose?

b) Kriptono (Kr) valentiniame sluoksnyje yra 8 elektronai. Kiek elektronų yra kituose jo sluoksniuose?

c) Bromo (Br) valentiniame sluoksnyje yra 7 elektronai. Kiek elektronų yra kituose jo sluoksniuose?

d) Sidabro (Ag) valentiniame sluoksnyje yra 1 elektronas, o priešpaskutinis sluoksnis nepilnas. Kiek elektronų yra kituose jo sluoksniuose?

e) Ksenono (Xe) valentiniame sluoksnyje yra 8 elektronai, o priešpaskutinis sluoksnis nepilnas. Kiek elektronų yra kituose jo sluoksniuose?

515.

a) Paaiškinkite, kad susidarant aliuminio jonui Al^{3+} galioja okteto taisyklė.

b) Paaiškinkite, kad susidarant bromido jonui Br^- galioja okteto taisyklė.

c) Paaiškinkite, kad susidarant jonams Zn^{2+} ir Ag^+ negalioja okteto taisyklė.

516. Joną NO_3^- sudaro: 1 azoto atomas, 3 deguonies atomai ir vienas papildomas elektronas. (Atkreipkite dėmesį, jog skaičiukas 3 priklauso tik simboliui O!) Tokiu pat būdu nurodykite ir kitų 78 psl. pateiktų jonų sudedamąsias dalis.

517. Kaip jūs pavadintumėte šiuos cheminius junginius? Pasitikrinkite, kokie tikrieji jų pavadinimai: $AgCl$, Na_3PO_4, Li_2CO_3, $Fe(OH)_3$, BaO, $Pb(NO_3)_2$, Al_2O_3, NiS, $Al(CH_3COO)_3$, NH_4HCO_3.

14. 737

518.

a) Paaiškinkite, kodėl kalcio oksido formulė yra CaO, o ne, pavyzdžiui, CaO_2.

b) Tokiu pat būdu paaiškinkite bario chlorido $BaCl_2$, sidabro sulfato Ag_2SO_4 ir kalcio sulfato $Ca_3(PO_4)_2$ formules.

c) Parašykite šių druskų chemines formules:

klintys	=	kalcio karbonatas
soda	=	natrio karbonatas
gipsas	=	kalcio sulfatas
Glauberio druska	=	natrio sulfatas
salietra	=	kalio nitratas
amonio druska	=	amonio chloridas
potašas	=	kalio karbonatas
argentitas („sidabro blizgis“)	=	sidabro sulfidas
natrio šarmas	=	natrio hidroksidas

519. Kiekvienu atveju nurodykite molekulių bei tas molekules sudarančių atomų skaičių:

a) $5NH_3$ (amoniakas)

b) $10C_2H_5OH$ (spiritas)

c) $7C_6H_{12}O_6$ (fruktozė)

d) $2HNO_3$ (azoto rūgštis)

520.

a) 92 puslapyje pateikti kovalentiniai junginiai. Įsitikinkite, kad okteto taisyklė galioja kiekvienu atveju.

b) Pailiustruokite struktūrinėmis formulėmis šiuos kovalentinius junginius (okteto taisyklė galioja):

NH_3	(amoniakas)
SiH_4	(silicio hidridas)
PI_3	(fosforo jodidas)
N_2O	(linksminančiosios dujos)
$HClO$	(hipochloritinė rūgštis)
CH_3OH	(metanolis (metilo alkoholis))
SO_4^{2-}	(sulfato jonas)

521. Iš cheminės formulės (jei tai ne struktūrinė formulė) tiesiogiai nematyti, ar tai joninis junginys (druska), ar kovalentinis junginys.

Panagrinėkime, pavyzdžiui, metanolį CH_3OH. Ar tai joninis junginys (koks nors hidroksidas)? O gal kovalentinis? Remdamiesi supaprastinta taisykle, kad *joninio junginio formulėje būna arba metalo, arba* NH_4 *simbolis*, atsakysime: kovalentinis junginys. Kurios iš šių medžiagų galėtų būti joniniai junginiai, o kurios – kovalentiniai?

Anglies disulfidas (CS_2)	Cezio hidridas (CsH)
Jodo chloridas (ICl)	Amonio vandenilio sulfatas (NH_4HSO_4)
Sidabro sulfidas (Ag_2S)	Vandenilio cianidas (HCN)
Vandenilio chloridas (HCl)	Sieros vandenilis (H_2S)
Anglies dioksidas (CO_2)	Linksminančiosios dujos (N_2O)
Magnio oksidas (MgO)	Gyvsidabrio(II) chloridas ($HgCl_2$)
Metanas (CH_4)	Sfaleritas (ZnS)

6 skyriaus užduotys

601. Išlyginkite šias reakcijų lygtis:

a) $H_2(d.) + Cl_2(d.) \longrightarrow HCl(d.)$
b) $Ca(k.) + O_2(d.) \longrightarrow CaO(k.)$
c) $Na(k.) + Cl_2(d.) \longrightarrow NaCl(k.)$
d) $N_2(d.) + H_2(d.) \longrightarrow NH_3(d.)$
e) $K(k.) + H_2O(sk.) \longrightarrow KOH(v.t.) + H_2(d.)$
f) $P(k.) + Br_2(sk.) \longrightarrow PBr_3(sk.)$
g) $CH_3OH(sk.) + O_2(d.) \longrightarrow CO_2(d.) + H_2O(d.)$
h) $Zn(k.) + H^+(v.t.) \longrightarrow Zn^{2+}(v.t.) + H_2(d.)$
i) $Al(k.) + Cu^{2+}(v.t.) \longrightarrow Al^{3+}(v.t.) + Cu(k.)$
j) $Li(k.) + CO_2(d.) + H_2O(sk.) \longrightarrow LiHCO_3(v.t.) + H_2(d.)$

602. Užrašykite išlygintas reakcijų lygtis, vykstant intensyviam šių medžiagų degimui. Kaip ir 97, 98 psl. pavyzdyje, paaiškinkite veiksmų seką.

a) Anglies monoksidas (CO)
b) Propanas (C_3H_8)
c) Etilo alkoholis (C_2H_5OH)
d) Stearino rūgštis ($C_{17}H_{35}COOH$)

603. Dviejų žvakių degimo trukmė

Bandymui reikės: 2 stiklainių (500 cm^3 ir 1000 cm^3), degtukų, laikrodžio, dviejų vienodų žvakių ir dviejų žvakidžių.

Žvakės įstatomos į žvakides, uždegamos ir tuoj pat apvožiamos stiklainiais. Išmatuojama, kiek trunka, kol žvakės užgęsta.

a) Kodėl žvakių degimo trukmė nevienoda?

b) Ką rodo žvakių degimo trukmė?

c) Nubraižykite grafiką: abscisių ašyje atidėkite stiklainio tūrį, o ordinačių – žvakės degimo laiką.

d) Kokia būtų žvakės degimo trukmė, apvožus ją 2000 cm^3 tūrio stiklainiu? Ar matosi tai iš grafiko?

604. Degimas jūsų kūne

Bandymui reikia dviejų didelių stiklinių indų, kurių vienas telpa į kitą. Jie turi būti tokio dydžio, kad į vidinį tilptų jūsų ranka. Tarpas tarp indų izoliuojamas, pavyzdžiui, stiklo vata arba putplasčiu. Įpilkite į vidinį indą lygiai 1 litrą šalto vandens ir išmatuokite jo temperatūrą. Panardinkite ranką į vandenį ir laikykite 15 min. Vėl išmatuokite vandens temperatūrą. Dabar galite apskaičiuoti, kiek energijos E kilodžauliais atidavė vandeniui ranka. Pirmiausia apskaičiuojame vandens temperatūros pokytį Δt, o tada randame ir E: kadangi pašildyti 1 kg vandens 1 laipsniu reikia 4,2 kJ energijos (žr. 7 skyrių), tai E rasime 4,2 padauginę iš Δt.

Sudegant 1 g angliavandenių, išsiskiria 17 kJ šilumos. Apskaičiuokite, kiek sunaudojote angliavandenių vandeniui įšildyti.

605. Degant automobilio variklyje benzinui, dėl aukštos temperatūros azotas išmetamosiose dujose reaguoja su deguonimi ir susidaro NO(d.). Šios dujos atmosferoje reaguoja su ore esančiu deguonimi ir susidaro NO_2, kuris tirpdamas lietaus vandenyje virsta NO bei azoto rūgštimi HNO_3 (susidaro rūgštusis lietus). Užrašykite išlygintas kiekvienos šių reakcijų lygtis.

606.

a) Sumaišius vandeninius $AgNO_3$ ir NH_4Br tirpalus, iškrinta nuosėdos. Užrašykite reakcijos lygtį. Nepamirškite išlyginti! Įvardykite kiekvieną reakcijos lygtyje esančią medžiagą.

b) Tą pačią užduotį atlikite su $ZnCl_2$ ir Na_2S.

c) Tą pačią užduotį atlikite su NaOH ir $CuSO_4$.

607. Sumaišius vandeninius bario sulfido ir sidabro nitrato tirpalus, iškrinta nuosėdos.

a) Užrašykite reakcijos lygtį.

b) Pasakykite cheminį nuosėdų pavadinimą.

608. Sakoma, kad vanduo, kuriame yra palyginti daug kalcio (Ca^{2+}) ar magnio (Mg^{2+}) jonų, yra *kietas*. Kietas vanduo netinka skalbimui. Tokiu atveju galima nusipirkti priemonės vandeniui minkštinti (sodos). Ant pakelio rasime parašyta, jog toje priemonėje, be natrio karbonato, yra ir natrio sulfato.

a) Užrašykite šių dviejų druskų chemines formules.

b) Kaip natrio karbonatas suminkština vandenį? Užrašykite atitinkamas reakcijos lygtis.

c) Ar natrio sulfatas minkština vandenį taip pat, kaip ir natrio karbonatas?

609. Netyčia nurijus tirpaus švino junginio, apsinuodijimo galima išvengti kiek galima greičiau išgėrus, pavyzdžiui, magnio sulfato tirpalo.

a) Chemiškai argumentuokite, kad tai padės.

b) Ką galima vartoti neturint magnio sulfato? Atsakymą pagrįskite.

610. Nusodinimo reakcijos

Bandymams reikės: 3 mėgintuvėlių, 1 piltuvėlio, filtravimo popieriaus, stovų mėgintuvėliams, 1 stiklinės mentelės.

Cheminės medžiagos: demineralizuotas vanduo, natrio chloridas NaCl, švino nitratas $Pb(NO_3)_2$, sidabro nitratas $AgNO_3$, kalio fosfatas K_3PO_4, cinko sulfatas $ZnSO_4$, jūros vanduo.

Bandymų tikslas: maišant druskas vandenyje, ištirti jų tirpumą. Druskas, kurios sudarys aiškias nuosėdas, vadinsime sunkiai tirpiomis. Tirpalui pasidarius neskaidriam, jau galima laukti iškrentant nuosėdų.

I *bandymas*. Pagaminkite natrio chlorido tirpalą (apie 1 arbatinį šaukštelį valgomosios druskos įberkite į mėgintuvėlį ir pripilkite demineralizuoto vandens). Šio tirpalo reikės ir antrajame bandyme.

Kai paskui šiame uždavinyje bus prašoma pagaminti kokį nors tirpalą, pripilkite į mėgintuvėlį iki 3–4 cm lygio demineralizuoto vandens ir mentele įberkite atitinkamos druskos. Bandymas pavyks tik tada, kai mėgintuvėlis bus švarus. Todėl, išplovę mėgintuvėlį tekančiu vandeniu, nepamirškite paskui praskalauti jo demineralizuotu vandeniu.

1. Pagaminkite $Pb(NO_3)_2$ tirpalą. Įpilkite tiek pat NaCl(v.t.). Ką pastebite? Užrašykite reakcijos lygtį.

2. Nuosėdas nufiltruokite. Padėkite filtravimo popierių su nufiltruotomis nuosėdomis džiūti.
3. Sumaišykite lygiomis dalimis $AgNO_3$(v.t.) ir NaCl(v.t.). Ką pastebite?
4. Užrašykite reakcijos lygtį. Nufiltruokite nuosėdas. Pusę filtrato padėkite į spintą tamsoje, o kitą pusę – greta filtrato iš bandymo su švino nitratu.
5. Maždaug po 10 minučių palyginkite šių trijų filtratų spalvas. Pakomentuokite.

II *bandymas*. Pagaminkite K_3PO_4 ir $ZnSO_4$ tirpalus. Į kiekvieną jų įpilkite NaCl(v.t.). Ką pastebite? Užrašykite reakcijos lygtis.

III *bandymas*. Chlorido jonus skystyje galima nusodinti sidabro nitrato tirpalu.

Sidabro nitrato tirpalu ištirkite, ar yra chlorido jonų:

a) demineralizuotame vandenyje;

b) vandentiekio vandenyje;

c) jūros vandenyje.

Paaiškinkite, ką darysite.

Pastaba. Sidabro nitrato tirpalas turi būti parūgštintas azoto rūgštimi, kitaip nuosėdos gali iškristi, pavyzdžiui, ir dėl karbonato ar fosfato jonų.

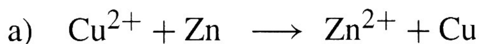
610a. Ištirkite mineralinį, jūros ir vandentiekio vandenį. Bandymus atlikite mažuose mėgintuvėliuose, plastikiniuose indeliuose nuo tablečių arba specialiame iš putplasčio pagamintame stovelyje.

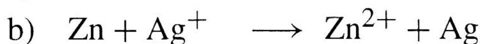
Reikalingi tirpalai: sidabro nitrato ($AgNO_3$), bario chlorido ($BaCl_2$), praskiestos druskos rūgšties (HCl), muilo ($C_{17}H_{35}COONa$, paruošto distiliuotame arba demineralizuotame vandenyje).

1. Į mėgintuvėlius įlašinkite po 2–3 lašus mineralinio (pavyzdžiui, „Vytauto“), jūros ir vandentiekio vandens. Į kiekvieną jų įlašinkite sidabro nitrato tirpalo. Kuriame mėgintuvėlyje mišinys labiausiai susidrumstė?
2. Dabar ištirkite vandenį bario chlorido tirpalu. Pažymėkite, kuriame vandenyje susidarė daugiausia nuosėdų?
3. Į šiuos mėgintuvėlius su nuosėdomis įlašinkite po lašą praskiestos druskos rūgšties. Ką pastebite? Ar sumažėjo drumstumas?
4. Ištirkite mineralinį, jūros ir vandentiekio vandenį muilo tirpalu. Kuris vanduo mažiausiai tinkamas skalbimui?
5. Mineraliniame, jūros ir vandentiekio vandenyje yra šių jonų: Cl^-, SO_4^{2-}, HCO_3^-. Parašykite jų sąveikos su Ag^+, Ba^{2+} reakcijų lygtis.

6. Parašykite kalcio chlorido ($CaCl_2$) ir magnio sulfato ($MgSO_4$) sąveikos su muilo ($C_{17}H_{35}COONa$) tirpalu reakcijų lygtis.

611. Išlyginkite lygtis ir pagrįskite teiginį, kad tokios reakcijos tikrai vyks:


a) $Cu^{2+} + Zn \longrightarrow Zn^{2+} + Cu$


b) $Zn + Ag^{+} \longrightarrow Zn^{2+} + Ag$

c) $Al + H^{+} \longrightarrow Al^{3+} + H_2$

d) $Al + Fe^{2+} \longrightarrow Al^{3+} + Fe$

612. Eksperimentas su rūgštimis

Pažymėkite aštuonis mėgintuvėlius: du – numeriu 1, du – numeriu 2, du – numeriu 3 ir du – numeriu 4.

Į mėgintuvėlius Nr. 1 pripilkite iki pusės jų tūrio cinko sulfato ($ZnSO_4$) tirpalo. Į Nr. 2 – iki pusės jų tūrio praskiestos sieros rūgšties (H_2SO_4). Į Nr. 3 – iki pusės jų tūrio vario sulfato ($CuSO_4$) tirpalo. Į Nr. 4 – iki pusės jų tūrio sidabro nitrato ($AgNO_3$) tirpalo.

Į vienus mėgintuvėlius Nr. 1, 2, 3, 4 įmerkite varinę vielą, o į kitus – gabalėlį cinko.

Pasižymėkite, kas vyksta. Užrašykite reakcijos lygtis (naudokitės metalų aktyvumo eile).

613.

a) Ant gabaliuko aliuminio folijos užpilkite šiek tiek $CuCl_2$ tirpalo. Pasižymėkite, kas vyksta. Užrašykite reakcijos lygtį (naudokitės metalų aktyvumo eile).

b) Aliuminio folijos prekinėje deklaracijoje dažnai perspėjama nepakuoti į ją rūgščių produktų (marinuotos silkės ir pan.). Paaiškinkite, kodėl.

614. Metalų aktyvumo eilė

a) Mėgintuvėlyje gabaliuką cinko užpilkite vario(II) sulfato tirpalu ir pašildykite spiritinės lemputės liepsnoje (tik nevirkite). Padėkite mėgintuvėlį ataušti. Stebėkite, kas vyksta. Paaiškinkite, ką pamatėte, parašykite reakcijos lygtį.

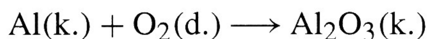
b) Tą patį atlikite su vario drožlėmis.

c) Atlikite tą patį, tik vario drožles užpilkite geležies(II) sulfatu.

d) Atlikite tą patį su gabaliuku cinko, užpilę jį švino(II) nitratu.

615. Daugelį metalų veikia ore esantis deguonis. Pavyzdžiui, aliuminio paviršius paprastai pasidengia apsauginiu aliuminio oksido Al_2O_3 sluoksniu.

a) Išlyginkite reakcijos lygtį:

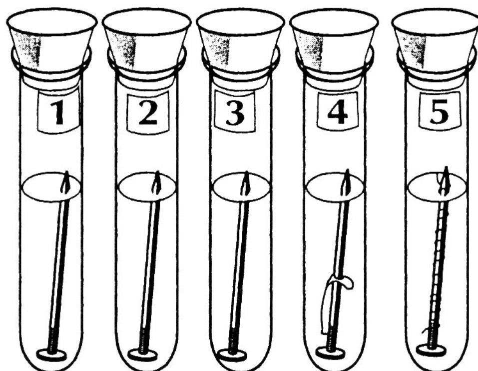


$$Al(k.) + O_2(d.) \longrightarrow Al_2O_3(k.)$$

b) Šią reakciją galima suvokti kaip pasikeitimą elektronais tarp Al ir O_2. Ar Al atiduoda, ar gauna elektronų? Užrašykite reakcijos lygtį. O kaip reaguoja deguonis?

c) Ar Al redukuojasi, ar oksiduojasi? Ar O_2 redukuojasi, ar oksiduojasi?

616. Kas lemia rūdžių susidarymą?



Pažymėkite 5 mėgintuvėlius numeriais nuo 1 iki 5. Į kiekvieną jų (geriausia galvute žemyn) įleiskite po geležinę vinį. Į mėgintuvėlį Nr. 1 įpilkite demineralizuoto vandens. Į Nr. 2 – vandentiekio vandens. Į Nr. 3 – vandentiekio vandens, kuriame ištirpinta valgomosios druskos (NaCl). Į Nr. 4 įpilkite vandentiekio vandens, o geležinę vinį prakalkite pro cinko (Zn) skardelę. Į Nr. 5 irgi įpilkite vandentiekio vandens, o geležinę vinį apvyniokite varine (Cu) viela. Visus mėgintuvėlius užkimškite ir padėkite vienai savaitei. Aprašykite, kas įvyko su vinimis, ir paaiškinkite.

617. Apskaičiuokite šių keturių medžiagų molines mases: O_2, $CaCl_2$, $AgNO_3$ ir H_2SO_4.

618. Apskaičiuokite mases:

a) 4 mol $CaCl_2$; b) 1,28 mol HCl; c) 0,36 mol $BaCO_3$.

619.

a) Kiek molių K yra 78,2 gramuose kalio?

b) Kiek molių O yra 37 gramuose deguonies?

c) Kiek molių Mg yra 11 gramų magnio?

620.

a) Butelyje vyno yra 75 g alkoholio (C_2H_5OH). Kiek tai sudaro molių?

b) Butelyje limonado yra 25 g cukraus ($C_{12}H_{22}O_{11}$). Kiek tai sudaro molių?

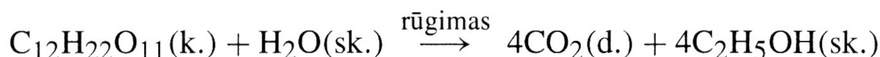
c) Rekomenduojama vitamino C ($C_6H_8O_6$) dienos norma yra 0,06 g. Kiek tai yra molių?

621. Cukraus cheminė formulė yra $C_{12}H_{22}O_{11}$, o spirito – C_2H_5OH.

a) Apskaičiuokite šių medžiagų molines mases.

b) Kiek molių yra 1 kg cukraus (dviejų skaitmenų po kablelio tikslumu)?

c) Alkoholis susidaro rūgimo metu:

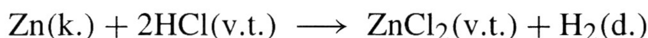


$$C_{12}H_{22}O_{11}(\text{k.}) + H_2O(\text{sk.}) \xrightarrow{\text{rūgimas}} 4CO_2(\text{d.}) + 4C_2H_5OH(\text{sk.})$$

Kiek daugiausia *molių* spirito galima gauti iš 1 kg cukraus?

d) Kiek tai bus spirito *gramais*?

622. Druskos rūgštis HCl(v.t.) ardo cinką (Zn) ir išsiskiria vandenilis (H_2). Reakcijos lygtis yra tokia:



$$Zn(\text{k.}) + 2HCl(\text{v.t.}) \longrightarrow ZnCl_2(\text{v.t.}) + H_2(\text{d.})$$

a) Raskite visų šių keturių medžiagų mõlines mases.

b) Reikia ištirpinti 130,76 g cinko (Zn). Kiek tai yra molių medžiagos?

c) Kiek mažiausiai *molių* HCl reikės? Kiek tai bus HCl *gramais*?

d) Kiek išsiskirs gramų H_2?

623. Druskos rūgščiai HCl(v.t.) reaguojant su marmuru (kalcio karbonatu), susidaro anglies dioksidas pagal tokią reakcijos lygtį:

$$CaCO_3(k.) + 2HCl(v.t.) \longrightarrow CaCl_2(v.t.) + CO_2(d.) + H_2O(sk.)$$

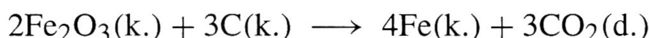
a) Apskaičiuokite visų penkių reakcijoje dalyvaujančių medžiagų molines mases.

b) Kiek molių medžiagos yra 5 g marmuro? Rezultatą pateikite trijų skaitmenų po kablelio tikslumu.

c) Kiek mažiausiai *molių* HCl reikės, norint ištirpinti tuos 5 g marmuro? Kiek tai bus HCl *gramais*?

d) Kiek gramų CO_2 galima gauti iš 5 g marmuro?

624. Geležis gaunama aukštakrosnėse smarkiai kaitinant su anglimi Fe_2O_3 (geležies oksidą):



$$2Fe_2O_3(k.) + 3C(k.) \longrightarrow 4Fe(k.) + 3CO_2(d.)$$

a) Apskaičiuokite visų keturių reakcijoje dalyvaujančių medžiagų molines mases.

b) Kiek molių medžiagos yra 1 kg Fe_2O_3? Rezultatą pateikite trijų skaitmenų po kablelio tikslumu.

c) Kiek *molių* geležies (Fe) galima gauti iš 1 kg geležies oksido Fe_2O_3? Kiek tai yra geležies *gramais*?

d) Kiek mažiausiai reikės *gramų* anglies (C), norint perdirbti 1 kg geležies oksido?

e) Kiek išsiskirs *gramų* anglies dioksido?

Aukštakrosnė užpildoma 10 tonų geležies oksido.

f) Kiek čia yra molių Fe_2O_3?
Nurodymas. Pasinaudokite punkto b) atsakymu.

g) Kiek mažiausiai tonų anglies reikės?
Nurodymas. Pasinaudokite punkto d) atsakymu.

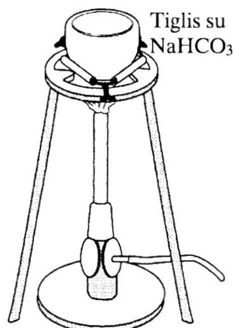
h) Kiek gausime geležies?

i) Kiek į atmosferą bus išmesta anglies dioksido?

625. Geriamoji soda

Geriamosios sodos, vartojamos, be kita ko, ir kepimui, formulė yra $NaHCO_3$(k.). Kaitinant sodą, išsiskiria anglies dioksidas ir vanduo, o

lieka kristalinė soda (natrio karbonatas). Išsiskiriant CO_2, kepinių tešla pasidaro puri.



Bandymui reikės geriamosios sodos, porcelianinio tiglio su laikikliu, Bunzeno degiklio, laboratorinių svarstyklių.

1. Pasverkite tuščią porcelianinį tiglį. (Masę reikia išreikšti gramais dviejų skaitmenų po kablelio tikslumu!)
2. Įberkite į jį 5–7 g geriamosios sodos. Viską pasverkite.
3. Padėkite tiglį su soda, kaip parodyta piešinėlyje, ant Bunzeno degiklio, sureguliuoto taip, kad liepsna būtų blyškiai melsva. Kaitinkite 10–15 min.
4. Užgesinkite degiklį ir leiskite tigliui ataušti.
5. Vėl viską pasverkite. (Naudokitės pirštinėmis, kad nenudegtumėte.)
6. Matavimų rezultatus (tuščio tiglio masė, tiglio su turiniu masė prieš ir po kaitinimo) surašykite į lentelę. Užrašykite kaitinant vykstančios reakcijos lygtį. Nepamirškite išlyginti!
7. Su kiek gramų $NaHCO_3$ pradėjote bandymą? Kiek tai yra molių? Kiek *molių* natrio karbonato turėjote gauti teoriškai? Kiek tai būtų *gramais*? Kaip ši teoriškai apskaičiuota reikšmė sutinka su faktiškai išmatuotąja? Koks skirtumas gramais? Procentais?

626. Kaip jau pasakyta 625 užduotyje, kaitinant $NaHCO_3$(k.) išsiskiria anglies dioksidas ir vanduo. Bet iš kur mes žinome, kad tie likę balti milteliai yra būtent natrio karbonatas? Juk lygiai taip pat galėtume manyti, jog tai kas nors kitas, pavyzdžiui, natrio oksidas Na_2O:

$$NaHCO_3(k.) \longrightarrow Na_2O(k.) + H_2O(d.) + CO_2(d.) \quad \text{(neišlyginta)}$$

Išlyginkite šios menamos reakcijos lygtį. *Jeigu* tokia reakcija iš tiesų vyktų, kiek tuomet *molių* Na_2O teoriškai gautume? Kiek tai būtų Na_2O *gramais*? Kaip tai sutinka su tuo, ką faktiškai gavome? Kokią galima daryti išvadą?

627. Kristalizacinis vanduo

Bandymui reikės bario chlorido ($BaCl_2 \cdot 2H_2O$), mėgintuvėlio (grūdinto stiklo), paprasto mėgintuvėlio, laikiklio, Bunzeno degiklio, laboratorinių svarstyklių.

1. Pasverkite tuščią grūdinto stiklo mėgintuvėlį. (Masę reikia išreikšti gramais dviejų skaitmenų po kablelio tikslumu!)
2. Įpilkite į jį apie 2 g bario chlorido. Viską pasverkite.
3. Atsargiai kaitinkite mėgintuvėlį. Žiūrėkite, kad jis būtų nukreiptas nuo jūsų ar kitų žmonių. Mėgintuvėlį sukiokite degiklio liepsnoje, kartkartėmis iš jos ištraukdami, kol pamatysite, kad vandens jau nebėra.
4. Užgesinkite degiklį ir leiskite mėgintuvėliui ataušti.
5. Viską pasverkite.
6. Bandymo rezultatus surašykite į lentelę. Su kiek gramų $BaCl_2 \cdot 2H_2O$ pradėjote bandymą? Kiek tai buvo molių? Kiek iš pradžių buvo molių vandens? Kiek tai gramų?
7. Kaip šios teoriškai apskaičiuotos reikšmės sutinka su jūsų matavimais? Koks skirtumas gramais? Procentais? Pakomentuokite.

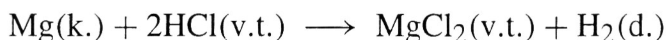
628.

a) Kiek sveria ir kokį tūrį užima 2 moliai O_2 (20°C, 1 atm.)?

b) Kiek sveria ir kokį tūrį užima 3 moliai SO_2?

629. Vandenilio gavimas

Bandymo tikslas – nustatyti, kiek išsiskiria vandenilio vykstant tokiai reakcijai:

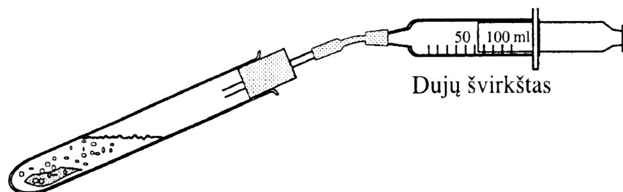


$$Mg(k.) + 2HCl(v.t.) \longrightarrow MgCl_2(v.t.) + H_2(d.)$$

Bandymui reikės didelio mėgintuvėlio, guminio kamščio su skyle, pipetės, guminės žarnelės ir 100 mℓ talpos dujų švirkšto vandeniliui surinkti bei jo tūriui išmatuoti.

Į mėgintuvėlį pipete – nesudrėkindami sienelių – įlašinkite 5 mℓ 4M druskos rūgšties ir 10 mℓ demineralizuoto vandens mišinio. Paimkite apie

60 mg Mg ir tiksliai nustatykite jo masę. Palenkę mėgintuvėlį įžambiai, padėkite Mg gabalėlį ant sienelės, taip kad jis neslystų į skystį; tada užkimškite mėgintuvėlį kamščiu, o žarnelę prijunkite prie švirkšto.



Atsargiai leiskite Mg gabalėliui nuslysti į skystį, ir prasidės reakcija. Jai pasibaigus, mėgintuvėlį šaltu vandeniu ataušinkite iki kambario temperatūros, o pagal švirkšto padalas apskaičiuokite išsiskyrusių dujų tūrį.

1. Apskaičiuokite, kiek molių Mg suvartojote.
2. Apskaičiuokite, kiek turėjo išsiskirti mℓ vandenilio. Palyginkite tai su gautąja reikšme.
3. Jei gavote skirtumą, pamėginkite jį paaiškinti.
4. Apskaičiuokite gautosios reikšmės skirtumą nuo teorinės procentais.

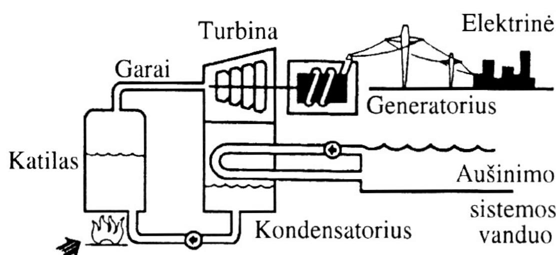
7 skyriaus užduotys

701. Pagal piešinius 115 puslapyje panagrinėkite galimą energijos perdavimo grandinę – t. y. tokią objektų ar sistemų grandinę, kurioje kiekviena grandis gauna energijos iš prieš ją einančios grandies ir atiduoda po jos einančiai.

702. Daugelyje šalių, taip pat ir Lietuvoje, elektros energija gaminama iš šilumos, kuri gaunama deginant gamtines dujas, anglį ar naftą. Piešinyje (222 psl.) pavaizduota, kaip iš degimo šilumos gaunami garai, kurie suka turbiną, turbina varo generatorių, o šis gamina elektros energiją.

Atominė jėgainė veikia tuo pačiu principu kaip ir įprastinė, tik šiluma čia gaunama reaktoriuje skylant branduoliams, o ne deginant kurą.

Pastudijuokite šiuos piešinius. Sudarykite elektros jėgainės energijos grandinę. Kodėl būtina ataušinti garus, kondensatoriuje paverčiant juos vandeniu?



703. Kodėl už suvartotą energiją turime mokėti ir kodėl Žemės energijos ištekliai nėra neišsenkami, nors sakome, jog energija tvari?

704. Kiek kainuotų per metus kas naktį laikyti degančią 60 W lemputę? (Nakties ilgumą skaičiuokite apytiksliai, bet atsižvelkite į metų laikus.)

705. Šiame uždavinyje apskaičiuosime kai kurių buitinių elektros prietaisų suvartojamos elektros energijos kainas. Pirmiausia sužinokite, kokia dabar 1 kWh energijos kaina. Žemiau pateikta kai kurių elektros prietaisų galia ir naudojimo per parą vidutinė trukmė. Apskaičiuokite metinį šių prietaisų elektros energijos suvartojimą kWh ir kainą litais.

Elektrinis skustuvas	20 W	– 10 min.
Plaukų džiovintuvas	600 W	– 10 min.
Kavos aparatas	800 W	– 15 min.
Skalbimo mašina	2000 W	– 60 min.
Televizorius	100 W	– 3 val.

706. Paieškokite brošiūrų, kuriose galima rasti elektros energijos suvartojimo apžvalgą bei naudojimosi įvairiais elektros prietaisais trukmes.

Remdamiesi tais duomenimis, sudarykite tipinės šeimos elektros energijos suvartojimo metinę sąskaitą. Nuspręskite patys, kokių ta šeima gali turėti elektros prietaisų (remkitės savo šeimos poreikiais).

707. Elektros suvartojimas namuose

Elektros skaitiklyje yra diskelis ir skaitiklis. Vartojant elektros energiją, diskelis sukasi. Įjungus daug elektros energijos vartojantį aparatą, diskelis sukasi smarkiau, o jeigu dega vos viena kita lemputė, – sukasi lėtai. Skaitiklis rodo, kiek kilovatvalandžių (kWh) elektros energijos suvartota.

a) Visą savaitę ryte ir vakare užrašinėkite savo buto ar namo, kuriame gyvenate, elektros skaitiklio parodymus – iš viso 15 kartų. Jeigu per parą elektros suvartota itin daug ar itin mažai, nurodykite priežastį (kepimas, nieko nebuvo namie ir pan.).

Data		Skaitiklio rodmenys (kWh)	Suvartota (kWh)	Pastabos
	Ryte			
	Vakare			
	Ryte			
	Vakare			

b) Atidėkite septynių parų dienos ir nakties elektros suvartojimo kitimą koordinačių plokštumoje: x ašyje atidėkite datą ir laiką (rytas, vakaras), o y ašyje – elektros energijos suvartojimą kilovatvalandėmis.

c) Grafiką pakomentuokite: dienos–nakties, šiokiadienių, poilsio dienų režimą, ypatingus nuokrypius. Gautą grafiką palyginkite su klasės draugų grafikais.

d) Apskaičiuokite šių septynių parų elektros suvartojimo per parą vidurkį. Vidutiniškai per parą kiekviena šeima Lietuvoje suvartoja 3 kWh. Jeigu jūsų šeimos suvartojimas labai nuo to skiriasi, pabandykite pasiaiškinti, kodėl.

e) Remdamiesi paskutiniu mėnesiniu mokėjimu už elektrą, apskaičiuokite, kiek vidutiniškai suvartojate jos per parą – kilovatvalandėmis ir litais. Palyginkite su punktu d). Pakomentuokite.

708. Paverskite:

a) 2000 kcal kilodžauliais;

b) 10 000 kJ kilovatvalandėmis;

c) 13,6 eV džauliais.

709. Kiek reikia energijos 1,5 kg vandens pašildyti nuo 15°C iki 55°C? Kiek energijos atiduoda 3,5 kg vandens, kol ataušta nuo 80°C iki 20°C?

710.

a) Kiek energijos suvartojama pasaulyje per metus? (žr. grafiką 120 psl.).

b) Pasaulio vandenynuose yra apie $1{,}4 \cdot 10^{21}$ kg vandens. Kiek energijos išsiskirtų, vandenynų temperatūrai nukritus 1 laipsniu?

c) Kelerių metų viso pasaulio suvartojimą tai atitinka?

711. Švininiam 2 kg tašeliui suteikta 5,2 kJ šilumos. Kiek laipsnių pakilo jo temperatūra (šilumos apykaitos su aplinka nepaisykite)?

712. Vonioje yra 100 litrų (apie 100 kg) šalto 16°C temperatūros vandens. Iš karšto vandens čiaupo bėga 48°C temperatūros vanduo. Jo prileista tiek, kad vandens temperatūra vonioje pakilo iki 38°C.

a) Kiek energijos gavo šaltas vanduo?

b) Kiek energijos atidavė šiltas vanduo?

c) Kiek šilto vandens buvo prileista?

713. Aliumininis puodas sveria 500 g. Į jį įpilama 1 litras (1 kg) vandens. Kai puode su vandeniu nusistovi 19°C temperatūra, tada puodas pastatomas ant viryklės ir užvirinamas.

Kiek energijos reikia suteikti puodui su vandeniu, kad temperatūra jame pakiltų iki 100°C?

714. Namo šildymo sistema – centrinė. Per tam tikrą laiką į namą atitekėjo 22 m^3 70°C karšto vandens, kuris, atidavęs šilumos, ataušo iki 30°C.

Apskaičiuokite, kiek vanduo atidavė šilumos.

715. Inde yra 700 kg vandens. Vanduo šildomas 400 W galios elektriniu šildytuvu – kas sekundę suteikiant vandeniui 400 J šilumos.

Kiek laiko prireiks pašildyti vandeniui nuo 17°C iki 30°C (šilumos apykaitos su aplinka nepaisykite)?

716. Name vieną šaltą žiemos parą patalpų bei vandens šildymui suvartota 0,1 MWh energijos. Paverskite šiuos 0,1 MWh kilovatvalandėmis, o paskui – kilodžauliais.

Tarkime, visa ši energija bus atkeliavusi iš šilumos katilo, kuriame yra 50 tonų vandens. Kiek per tą parą nukrito temperatūra katile?

717. Savitoji ledo tirpimo šiluma

Norint 1 kg 0°C temperatūros ledo paversti 0°C temperatūros vandeniu, reikia λ kJ energijos. Dydis λ, matuojamas kJ/kg, vadinamas *savitąja ledo tirpimo šiluma.* Ją galima nustatyti tirpinant ledą, tarkime, putplasčio inde šitokiu būdu.

Pasveriamas sausas putplasčio indas ir į jį įpilama vandens. Pripildoma apie 2/3 indo, o vandens temperatūra turi būti keletu laipsnių aukštesnė už kambario temperatūrą. Po to indas su vandeniu pasveriamas ir išmatuojama vandens temperatūra. Į indą įmetamas nedidelis gabaliukas sauso 0°C temperatūros ledo. Maišoma, kol tas ledo gabaliukas ištirps, o tada išmatuojama vandens temperatūra. Paskui indas su vandeniu bei jame ištirpusiu ledo gabaliuku vėl pasveriamas.

Raskite savitąją ledo tirpimo šilumą λ J/kg ir apskaičiuokite:

a) vandens, kuris buvo įpiltas į indą, masę;

b) ledo masę;

c) kiekį šilumos, kurį atidavė vanduo;

d) kiek energijos suvartota ištirpusio ledo vandeniui pašildyti nuo 0°C iki galutinės temperatūros, turėdami galvoje, kad likusi energija suvartota ledui ištirpinti.

718. Savitoji vandens garavimo šiluma

Norint 1 kg 100°C vandens paversti 100°C laipsnių temperatūros garais, reikia L kJ šilumos. Dydis L, matuojamas kJ/kg, vadinamas *savitąja vandens garavimo šiluma.* Ją galima nustatyti garinant vandenį šitokiu būdu.

Ant svarstyklių padedamas (dviejų litrų) grūdinto stiklo stiklainis su vandeniu. Ant stovo pritvirtinamas virintuvas taip, kad vandenyje jis beveik siektų dugną. Vandeniui užvirus, įjungiamas laikrodis, o svarstyklės nustatomos ties nuline padala. Maždaug po 5 minučių virintuvas išjungiamas ir užrašomi svarstyklių rodmenys.

a) Apskaičiuokite, kiek išgaravo vandens per 5 min.

b) Sužinoję, kokia yra virintuvo galia, apskaičiuokite, kiek kJ elektros energijos virintuvas atidavė per 5 min.

c) Raskite savitąją vandens garavimo šilumą L kJ/kg.

15. 737

719. Eksperimentas

Maždaug 1/3 mėgintuvėlio priberiama $Na_2S_2O_3$ druskos. Jis įleidžiamas į verdantį vandenį, kol visa druska išsilydo ir virsta skaidriu skysčiu. Tada mėgintuvėlis išimamas ir ataušinamas, pavyzdžiui, po šaltu vandeniu. Kai indas gerai ataušta, į jį įmetamas kristalinės $Na_2S_2O_3$ druskos gabalėlis.

Laikykite mėgintuvėlį rankose. Ką pastebite? Paaiškinkite.

720. Eksperimentas

Į plastikinį indą įpilama 50 $m\ell$ vandens ir išmatuojama jo temperatūra. Pasveriama apie 5 g sodos Na_2CO_3 (soda turi būti nesukritusi ir sausa) ir suberiama į vandenį smarkiai maišant. Maišydami stebėkite, ką rodo termometras, ir aukščiausią temperatūrą pasižymėkite. Tarkime, šio tirpalo savitoji šiluma yra kaip ir vandens (4,2), o indas šilumos balansui įtakos neturi. Apskaičiuokite, kiek vienos rūšies energijos virto kitos rūšies energija.

721. Eksperimentas

Pakartokite tą patį kaip ir 720 užduotyje, tik su KNO_3.

722. Eksperimentas

Į mėgintuvėlį įpilama kalcio chlorido hidrato $CaCl_2 \cdot 10H_2O$ (keli centimetrai virš dugno) ir šiek tiek vandens.

Mėgintuvėlį laikykite rankose ir palengva jį kratykite. Ką pastebite? Paaiškinkite.

Pakartokite bandymą su bevandeniu kalcio chloridu $CaCl_2$.

Paaiškinkite skirtumą tarp šių bandymų rezultatų.

723. Eksperimentas

Įpylę 50 $m\ell$ druskos rūgšties (2M) į plastikinį indą, išmatuokite jos temperatūrą. Į rūgštį įmeskite gabalėlį (apie 0,05 mg) magnio. Išmatuokite, kokia bus aukščiausia tirpalo temperatūra.

Užrašykite reakcijos lygtį. Tarkite, kad tirpalo savitoji šiluma kaip ir vandens (4,2), o indas šilumos balansui įtakos neturi.

Apskaičiuokite išsiskyrusią energiją.

724. Name kūrenama krosnis. Degant išsiskiria daug šilumos, tačiau temperatūra kambaryje nekyla. Kur gi ji dingsta?

725. Panagrinėkime tris skirtingus statinius, kurių viduje 22°C šilumos, kai lauke temperatūra yra 3°C. Statinių paviršiaus (t.y. išorinių sienų, durų ir langų) plotas yra 100 m^2. Šilumos nuostolių pro grindis ir pamatus nepaisykime.

I statinys
Šiltnamis.
Viengubas stiklas.

II statinys
Gyvenamasis namas.
Neizoliuota mūro siena su oro tarpu.
Viengubi stiklai.
Langų plotas 15 m^2.

III statinys
Individualus namas.
Akmens vatos 130 mm storio sluoksnis.
Dvigubi stiklai.
Langų plotas 15 m^2.

a) Apskaičiuokite kiekvieno statinio šilumos nuostolių galią vatais.

b) Sakykime, kad visi statiniai šildomi elektra. Apskaičiuokite, kiek per mėnesį kainuotų kiekvieno statinio šildymas (imkite vidutinį dienos tarifą), jei lauke visą laiką būtų 3°C, o viduje – 22°C šilumos.

c) Kiek procentų pinigų būtų galima sutaupyti per mėnesį, temperatūrą viduje sumažinus iki 20°C? Kodėl visiems statiniams gauname tiek pat procentų? Kiek tokia ekonomija kiekvieno statinio atveju reikštų litais?

726. 1 litro mazuto degimo šiluma yra 36 MJ. Temperatūra lauke yra 4°C šalčio, o viduje 21°C šilumos. Nustatykite, kiek litrų mazuto per parą „dingsta“ pro 1 m^2:

a) viengubo stiklo langų;

b) dvigubo stiklo langų;

c) mūro sienos, turinčios 130 mm storio izoliaciją.

727. Šiluminio laidumo koeficiento nustatymas

Sukonstruokite dėžę su stiklo vatos sienomis; jų kraštinės 20 × 30 cm. Sienas sujunkite lipnia juosta. Prieš uždengdami „stogą“, „name“ įtaisykite žemos įtampos (pavyzdžiui, $P = 25$ W galios) lemputę, o laidus išveskite per stogą. Be to, į „namą“ dar įkiškite termometro galą. Dabar uždekite lemputę ir sekite temperatūrą. Kai temperatūra „namo“ viduje

kelias minutes nustoja kisti, bandymą nutraukite ir pasižymėkite galinę temperatūrą.

1. Išmatuokite kambario temperatūrą. Apskaičiuokite „namo“ paviršiaus plotą A.
2. Iš formulės $P = kA\Delta t$ raskite šilumos laidumo koeficientą k, kur Δt yra skirtumas tarp kambario temperatūros ir temperatūros „name“.
3. Kodėl reikia laukti, kol temperatūra „name“ nusistovės?

728. Pastatykite saulės atokaitoje įvairių indų su vandeniu, pavyzdžiui, balto stiklo butelį, juodai dažytą konservų dėžutę, blizgančią konservų dėžutę, juodo stiklo butelį dideliame stiklainyje be dangtelio. Su kiekvienu indu atlikite tokius veiksmus.

Išmatuokite jame esančio vandens masę ir nustatykite kiek kiekviename inde pakilo vandens temperatūra, pavyzdžiui, per 15 min.

Apskaičiuokite:

a) vandens gautą energijos kiekį (kJ);
b) vandens gautą galią (vatais);
c) į saulę atgręžtos indo dalies plotą (apytiksliai).
d) galią, tenkančią 1 m^2 ploto, ir palyginkite reikšmes įvairiems indams.

Rezultatus palyginkite su reikšmėmis iš lentelės 120 psl.

729. Pabandykite apskaičiuoti, kiek maždaug Saulės energijos Lietuva gauna per metus. Lietuvos plotas yra apie 44 000 km^2. Palyginkite tai su visa Lietuvoje pagaminamu elektros energijos kiekiu. Pakomentuokite.

730.

a) Geležinio radiatoriaus masė 45 kg. Jis pripildomas 23 kg vandens ir padedamas saulės atokaitoje. Radiatorius sugeria tiek energijos, kad jo šiluminė energija kas sekundę padidėja 450 J. Per kiek laiko jo temperatūra pakils nuo 20°C iki 40°C?
b) Namą norima šildyti saulės energijos baterija, padaryta iš juodai nudažyto saulės kaitinamo radiatoriaus. Kiekvienas kvadratinis saulės baterijos metras sugeria 450 W energijos, iš kurios 50% panaudojama namo šildymui. Pro sienas, lubas ir grindis namas netenka 5000 W. Kokio dydžio turi būti saulės baterijos plotas, kad jos pakaktų palaikyti pastoviai temperatūrai namo viduje?

731. Lentelėje pateikta įvairaus kuro degimo šiluma kilovatvalandėmis kilogramui:

Vandenilis	Gamtinės dujos	Nafta	Anglis	Šiaudai	Mediena
27	13	11	6,5	4,1	3,6

Per metus vidutinė šeima Lietuvoje suvartoja apie 1000 kWh elektros energijos. Norint gauti tiek energijos, kiek reikia sudeginti:

a) medienos;

b) anglies;

c) naftos?

Gaminant elektros energiją, naudingumo koeficientas yra mažesnis nei 50%, todėl iš tikrųjų reikalingo kuro kiekiai bus dvigubai didesni nei čia apskaičiuotieji.

732. Vandens šildymo išlaidos

Energija, suvartojama maistui gaminti, sudaro apie 4% visos suvartojamos energijos. Užtat besivystančiose šalyse maisto gaminimas gali būti kone vienintelė energijos reikmė, juolab kad daugelyje besivystančių šalių neefektyviai kūrenama mediena, kurios ištekliai, beje, ne visur pakankami. Maisto gaminimo energijos poreikiams patenkinti Tanzanijoje per metus vienam gyventojui suvartojama apie 600 W – tai atitiktų daugiau kaip 1000 kg malkų. Lietuvoje šis skaičius yra tik 100 W, o šalyse, kur maistui gaminti daugiau vartojamos dujos, šis skaičius dar mažesnis.

Skirtingais būdais užvirinamas vienodas kiekis (pavyzdžiui, 1 kg) vandens:

1) elektriniu virduliu;

2) puode, padėtame ant mažo skersmens viryklės;

3) tame pačiame puode, padėtame ant didelio skersmens viryklės;

4) kavos aparatu.

Visais atvejais pradinės vandens bei indo temperatūros turi būti vienodos. Kiekvienu atveju išmatuojamas virimo laikas. Suvartota galia apskaičiuojama arba randama nurodyta ant elektros prietaiso (ar jo naudojimosi instrukcijoje). Tada apskaičiuojama suvartota energija kilovatvalandėmis ir perskaičiuojama litais.

Palyginkite išlaidas virinant vandenį įvairiais būdais.

Šeima ketina įsigyti elektrinį virdulį (sužinokite jų kainas). Kiek litrų vandens jame reikės užvirinti – užuot virus senajame ant elektrinės viryklės – kol jis atsipirks?

733. Ką suvalgai, tą turi

A. Žmogus yra sudėtinga „cheminė mašina“, kurioje vyksta daugybė cheminių reakcijų. Kad ši mašina galėtų veikti, reikia „degalų“, todėl ir nenuostabu, kad vienas pagrindinių žmogaus poreikių yra valgyti. Žmogaus maistą sudaro augalinės ir gyvulinės kilmės medžiagos. Be maisto, žmogui dar reikalingas vanduo – maisto medžiagoms ištirpinti ir išnešioti po visą kūną.

Žmogui energija reikalinga:

a) išoriniam darbui atlikti;

b) medžiagų apykaitai;

c) augimui (t. y. naujų ląstelių kūrimui ir senų atnaujinimui);

d) nereikalingoms medžiagoms išskirti;

e) pastoviai kūno temperatūrai palaikyti.

Visa ši energija gaunama iš maisto, kuriame ji sutelkta kaip cheminė energija. Kai maistas organizme deginamas, ta energija išsiskiria. Degimas yra oksidacijos reakcija, kurios metu išsiskiria energija; oksidatorius čia yra deguonis. Taigi žmogui gyvybiškai būtinas ir deguonis (žr. 6.2 skyrių).

Energijos poreikis priklauso nuo lyties, amžiaus, medžiagų apykaitos ir fizinio bei protinio aktyvumo. Organizmui gaunant per daug maisto, tik dalis jo sunaudojama, o kas lieka – virsta riebalais ir kaupiasi organizme.

Maisto pagrindinės sudedamosios dalys yra angliavandeniai, baltymai ir riebalai. Kad žmogus būtų sveikas, be jų, dar reikia vitaminų ir tam tikrų mineralinių medžiagų.

Energijos pasiskirstymas maisto medžiagose

	Energijos kiekis, tenkantis 1 g (kJ/g)	Rekomenduojama dienos norma (%)
Riebalai	37	ne daugiau 35%
Angliavandeniai	17	ne daugiau 35%
Baltymai	17	ne mažiau 10%

a) Žmogus kas dieną suvartoja maisto, kurio energinė vertė 10 MJ. Kokį didžiausią kiekį riebalų jam galima suvartoti per parą?

b) 100g kukurūzų dribsnių yra:

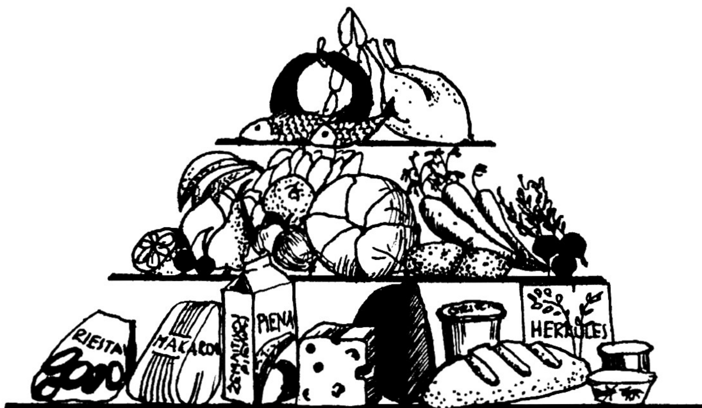
	Masė	Energijos kiekis	Dalis visame kiekyje
Baltymų	7,3 g	124 kJ	7,9%
Riebalų	1,2 g	44 kJ	2,8%
Angliavandenių	82,4 g	1400 kJ	89,3%
		Iš viso: ≈1568 kJ/369 kcal	

100g riešutinio šokoladinio kremo yra:

	Masė	Energijos kiekis	Dalis visame kiekyje
Baltymų	6,7 g	111 kJ	5%
Riebalų	57,0 g	969 kJ	43,5%
Angliavandenių	31,0 g	1147 kJ	50,5%
		Iš viso: 2227 kJ/533 kcal	

1) Kuriame iš šių dviejų produktų 100 g yra daugiau energijos?
2) Apskaičiuokite, kiek energijos procentais tenka baltymams, riebalams ir angliavandeniams kukurūzų dribsniuose, ir palyginkite tai su skaičiais etiketėje.
3) Atlikite tą patį su riešutiniu šokoladiniu kremu, ir ištirkite, ar čia taip pat tenkinamas rekomenduojamas energijos pasiskirstymas.

B. Suskaičiavę suvalgyto maisto kiekį, galite sužinoti, kiek gaunate energijos. Vadinamoji dienos raciono piramidė vaizdžiai parodo, ką ir kiek rekomenduojama valgyti.



Užsirašykite, ką per dieną suvalgėte. Užsirašyti reikia ir *ką* suvalgote, ir *kiek* suvalgote, t.y. kiekvieno suvalgyto produkto masę.

Naudodamiesi lentele 233–237 psl., galite apskaičiuoti, kiek energijos gaunate iš kiekvieno produkto ir kiek iš viso. Sudarykite kelių dienų maitinimosi lentelę:

Data	Produktas	Masė (g)	Energija (kJ)
Lapkričio 11	Agurkai	100	33
	Ruginė duona	30	257
⋮	⋮	⋮	⋮

Vidutinis vienos paros racionas galėtų būti toks:

Produktas	Apytikslė masė (g)*
Riekė ruginės duonos	30–35
Riekė kvietinės duonos	20–25
Pyragaitis	6
Bulvė	50
Pomidoras	50–100
Bananas	100
Obuolys ar apelsinas	100
Kiaušinis	100
Gabaliukas cukraus	2–3
Sviestas 1 riekei duonos užtepti	10
Marmeladas 1 riekei duonos užtepti	25
Medus 1 riekei duonos užtepti	25
Porcija mėsos	20
Porcija žuvies	100
Porcija košės	125
Stiklinė alaus	125
Stiklinė vaisvandenių	250
Stiklinė vandens	180
Lėkštė sriubos	200

*Visi skaičiai nurodo grynąjį produkto svorį, t. y. be žievės, lukšto ar pan.

Žemiau pateikiamoje lentelėje rasite įvairių maisto produktų energijos kiekius, kuriais jūs galėsite pasinaudoti spręsdami uždavinius.

Produktas	Energija (kJ) 100 g produkto
Abrikosai	842
Actas	99
Agrastai	76
Agurkai	33
Aguročiai	232
Aliejus (sojų)	3800
Ananasai (konservuoti)	362
Ananasai (švieži)	206
Antis	965
Apelsinai	150
Apelsinų sultys	283
Austrės	280
Aviena (liesa)	714
Aviena (riebi)	1947
Avietės	88
Avižiniai dribsniai	1461
Baltagūžiai kopūstai	87
Bananai	363
Bandelė	1201
Batonas	1201
Biskvitas	1255
Bičių medus	1358
Braškės	103
Brokoliai	106
Bulvių traškučiai	2243
Bulvės, virtos riebaluose (fri)	1231
Bulvės (senos)	335
Bulvės (šviežios)	318
Burokėliai (konservuoti)	186
Citrinos	89
Cukrus	1897
Datulės	1120
Datulės (džiovintos)	1008
Dešra (rūkyta)	2793
Dešra (virta)	895

Produktas	Energija (kJ) 100 g produkto
Druska	0
Duona (kvietinė)	983
Duona (ruginė)	855
Džiūvėsiai (baltos duonos)	1255
Garstyčios	376
Geltonieji žirneliai	1214
Gervuogės	119
Greipfrutas	110
Grietininis sūris (60% riebumo)	1175
Grietinė (18% riebumo)	819
Grietinė (50% riebumo)	1975
Grietinėlė (13% riebumo)	634
Grietinėlė (18% riebumo)	819
Grietinėlė (plakta)	1563
Jautiena (liesa)	502
Jautiena (riebi)	1213
Jaučio širdis	436
Jogurtas (natūralus)	280
Jogurtas (uogų)	331
Jogurtas (vaisių)	358
Kakavos gėrimas	312
Kakavos milteliai	1341
Kalafiorai	73
Kalakutas	533
Kardžuvė	367
Kefyras	293
Kefyras (liesas)	224
Kepenų paštetas	1175
Kiauliena (kepta)	2595
Kiauliena liesa	737
Kiauliena riebi	1378
Kiauliena virta	1625
Kiaulės kepenys	523
Kiaulės taukai	3794
Kiaulės širdis	448

Produktas	Energija (kJ) 100 g produkto
Kiaušinio baltymas	201
Kiaušinio trynys	1387
Kiaušinis	653
Kokoso milteliai	2897
Krakmolas	1530
Krapai	57
Kraujinė dešra	1283
Krevetės	516
Kriaušės	168
Kriaušės (konservuotos)	347
Kukurūzų aliejus	3800
Kukurūzų dribsniai	1616
Kukurūzų grūdai	505
Kumpis (konservuotas)	472
Kumpis (rūkytas)	977
Lazdyno riešutai	2739
Lašiša (rūkyta)	489
Ledai (grietininiai)	813
Ledai (vaisiniai)	403
Majonezas	3365
Makaronai	1623
Mandarinai	149
Margarinas	3136
Marmeladas be cukraus	48
Marmeladas su cukrumi	652
Medus	1358
Menkė	274
Menkės ikrai	516
Mielės	248
Migdolai	2519
Miltai (kvietiniai)	1223
Miltai (ruginiai)	1217
Mineralinis vanduo	0
Morkos	125
Obuoliai	147
Obuolienė (be cukraus)	182

Produktas	Energija (kJ) 100 g produkto
Pasukos	157
Persikai (konservuoti)	396
Persikai (švieži)	158
Petražolės	81
Pienas (saldus homogenizuotas)	269
Pienas (1,5% riebumo)	204
Pienas (nugriebtas)	145
Pieno milteliai	1516
Pipirai ankštiniai (raudoni)	85
Pipirai ankštiniai (žali)	51
Plekšnė	548
Pomidorai	65
Pomidorai (konservuoti)	59
Pomidorų padažas	457
Pomidorų tyrė	133
Porai	60
Pupelės šparaginės	90
Pupelės	1270
Pupos	125
Rabarbarai	46
Raudongūžiai kopūstai	88
Razinos	1141
Ridikai	39
Riešutai (graikiški)	2777
Riešutai (žemės, skrudinti)	2571
Riešutų (žemės) sviestas	2573
Ryžiai	1367
Salierai	112
Salotos	67
Sardinė aliejuje	1273
Sausainiai	2145
Serbentai (juodieji)	196
Serbentai (raudonieji)	71
Sėlenų bandelė	137
Silkė	530
Silkė (marinuota)	913
Silkė (rūkyta)	936

Produktas	Energija (kJ) 100 g produkto
Slyvos	135
Spiritas	1071
Spraginti kukurūzai	2100
Sviestas	3173
Svogūnas	126
Sūris (20% riebumo)	864
Sūris (30% riebumo)	1064
Sūris (45% riebumo)	1385
Sūris (50% riebumo)	1583
Sūris (60% riebumo)	1735
Šampinjonai	103
Šokoladas (grietininis)	2304
Šokoladas (juodasis)	2291
Šokoladinis kremas	2227
Šparagai	80
Špinatai	61
Tunas aliejuje	1108
Tunas pomidorų padaže	567
Ungurys (virtas)	1256
Ungurys (rūkytas)	1445
Vaisvandeniai	136
Vanduo (sodos, saldintas)	153
Varškė (5% riebumo)	301
Veršiena (liesa)	448
Veršiena (riebi)	787
Viščiukas	751
Vynuogės	253
Žaliagūžiai kopūstai	112
Žąsiena	1445
Žirneliai (žalieji)	250
Žuvies faršas	362
Žuvies filė	274

8 skyriaus užduotys

801. Sudarykite 2, 3 ir 4 žingsnių atsitiktinio klajojimo modelius, t. y. remdamiesi dvejetainiu medžiu, sudarykite idealiųjų dažnių lenteles. Apskaičiuokite šių trijų modelių idealiuosius baigčių vidurkius bei idealiuosius baigčių kvadratų vidurkius.

802. Pateiktas Paskalio trikampio fragmentas:

1	18	153	816	3060	8568	18564		

Užpildykite dvi viršutines ir dvi apatines eilutes.

803. Čia matote Paskalio trikampio fragmentą:

	...		21		7		1	
...		56		28		8		1
	...		84		36		9		1

Paaiškinkite, kaip skaičius 56 siejasi su atsitiktiniu klajojimu.

804. Panagrinėkite 14 žingsnių atsitiktinį klajojimą.

a) Kokios yra galimos baigtys (galutinės padėtys)?

b) Kurios iš jų yra normaliosios? Kurios – išskirtinės?

c) Kiek yra skirtingų 14 žingsnių atsitiktinių klajojimų?

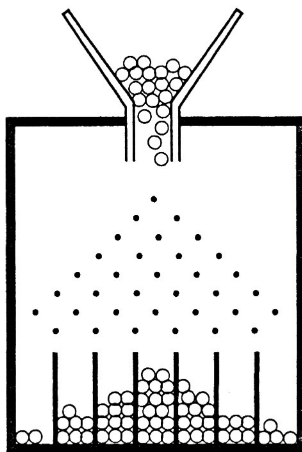
805. Panagrinėkite 12 žingsnių atsitiktinį klajojimą.

1. Kokios yra galimos baigtys (galutinės padėtys)?
2. Apskaičiuokite standartinį nuokrypį (2 skaitmenų po kablelio tikslumu).

3. Kurios baigtys yra normaliosios?
4. Kurios baigtys yra išskirtinės?
5. Kiek yra skirtingų 12 žingsnių atsitiktinių klajojimų?
6. Kiek skirtingų kelių veda į galutinę padėtį +8?
7. Kiek procentų atvejų, atlikę didelį bandymų skaičių, atsidursime padėtyje +8 (suskaičiuokite 2 skaitmenų po kablelio tikslumu)?
8. Kiek procentų atvejų atsidursime kiekvienoje iš kitų 12 padėčių (sudarykite lentelę)?
9. Kokia tikimybė atsidurti normalioje srityje?
10. Kokia tikimybė atsidurti dešinėje išskirtinėje srityje?

806. Panagrinėkite 10 žingsnių atsitiktinį klajojimą. Apskaičiuokite (2 skaitmenų po kablelio tikslumu), kokia yra tikimybė (procentais) atsidurti taške 0.

807. Eksperimentuoti su normaliaisiais skirstiniais galima naudojantis Galtono* lenta. Paaiškinkite jos veikimą.



808. Magas teigia galįs paveikti monetos atvirtimus. Jis meta monetą 25 kartus, ir 21 kartą atvirsta skaičius. Ar gali būti, kad jam paprasčiausiai pasisekė?

809. Vienas žmogus teigia turįs sugebėjimų išmesti kauliuką šešiuke į viršų. Iš 60 bandymų jis išmeta šešiukę 14 kartų. Paaiškinkite, kodėl čia

---

* *Francis Galton* (1822–1911), prancūzų gamtininkas ir statistikas.

negalima taip paprastai pritaikyti atsitiktinio klajojimo testo ir pasakyti, ar šis rezultatas įtikinamai patvirtina jo sugebėjimus.

810. Biologijos vadovėlyje aprašytas toks eksperimentas: „Mokslininkas, tyrinėjantis įvairių rūšių pomidorų kryžminimą, prognozuoja, kad pusė išvestų rūšių bus su geltonais lapais, o kita pusė – su žaliais. Tačiau iš 1240 daigų pomidorų su geltonais lapais jis gauna 671. Ar šis gauto rezultato nuokrypis nuo prognozuoto gali būti vien tik atsitiktinumas? O gal šis nuokrypis pernelyg didelis, kad būtų nereikšmingas?“

Vadovėlyje, atlikus skaičiavimus, kuriuos čia praleidžiame, daroma išvada, jog toks nuokrypis per didelis, kad tai būtų vien atsitiktinumas. Remdamiesi atsitiktinio klajojimo testu, įvertinkite šią išvadą.

811. Atsitiktinį klajojimą galima taikyti ir lyčiai nustatyti.

a) Ar mokinys atpažins iš balso, kas kalba – berniukas ar mergaitė?

b) Ar mokinys atpažins iš rašysenos – rašyta berniuko ar mergaitės?

c) Ar, apčiupinėjęs galvą, mokinys pažins, kas čia – berniukas ar mergaitė?

Visiems pasakius savo spėjimą, suskaičiuojame, kiek mokinių atsakė teisingai, o kiek suklydo. Po to atsitiktinio klajojimo testu sprendžiame, ar klasės spėjimas atsitiktinis, ar lytį iš tikrųjų galima nustatyti.

Atsitiktinio klajojimo testu galima tirti ir skonį, pavyzdžiui, ar mokiniai ragaudami mineralinį vandenį atskirs, kuris gėrimas yra „Vytautas“, o kuris – „Likėnai“.

812. Vienas žmogus teigia galįs iš skonio atskirti indiškąją arbatą nuo ceiloniškosios. Jam duodami 28 mėginiai.

a) Paaiškinkite, kaip iš jo atsakymo atsitiktinio klajojimo testu nuspręsti, ar jis iš tiesų arbatos žinovas, ar jo atsakymas paaiškinamas atsitiktiniu nuokrypiu?

b) Jis teisingai atsako 19 kartų. Ar tai įtikina, kad jis – nepriekaištingas ekspertas? Savo atsakymą pagrįskite.

813. Iki numatomo referendumo dėl mirties bausmės panaikinimo Nepriklausomų tyrimų biuras atliko apklausą. Toliau šio uždavinio 1-e ir 2-e punkte tarsime, kad 55% atsako „ne“.

1. Kauno Laisvės alėjoje buvo apklausti 20 atsitiktinių praeivių.
   a) Kiek bus atsakiusiųjų „ne“? Kiek bus atsakiusiųjų „taip“? Kiek daugiau bus atsakiusiųjų „ne“?

b) Paaiškinkite, kaip atsitiktinio klajojimo testu nustatyti, ar tų 55% šiame tyrime pakanka, kad būtų galima padaryti išvadą, jog dauguma mirties bausmei sako „ne“.

2. O kas, jei būtų buvę apklausta:
   a) 100 žmonių?
   b) 700 žmonių?
   c) 1200 žmonių (taip paprastai daro Gelapo* tyrimų biuras)?

3. Dabar įsivaizduokime, kad atliekami brangiai kainuojantys tyrimai ir apklausiama 10 000 žmonių.
   a) Kiek mažiausiai reikia neigiamų atsakymų, kad atsidurtume išskirtinėje srityje?
   b) Kiek procentų šie neigiami atsakymai sudarytų nuo viso apklaustųjų skaičiaus?
   c) Tarkime, kad referendume dėl mirties bausmės panaikinimo 51% Lietuvos gyventojų tarė „ne“. Pakomentuokite tai, atsižvelgdami į punktus a) ir b).

814. Šis uždavinys remiasi spaudai ruošiamos medžiagos duomenimis. Iš jų galima įžiūrėti, kad berniukai galbūt labiau mėgsta dantų pastą „XXXX“ negu mergaitės.

> Iš Nepriklausomų tyrimų biuro ką tik baigtų Buitinės kosmetikos priemonių plėtros krypčių tyrimų paaiškėjo, jog iš 100 apklaustųjų, valiusių dantis pasta „XXXX“, 70 buvo berniukai ir tik 30 mergaitės. Kyla klausimas, ar berniukai iš tikrųjų labiau mėgsta šią pastą, ar rezultatą galima paaiškinti atsitiktinumu.
>
> – Šie skaičiai tokie akivaizdūs, jog negalima to laikyti atsitiktinumu, – kalbėjo atsakingoji inspektorė Aiškutė Skaidrienė.
>
> – Be abejo, faktas ir įdomus, ir tirtinas, ir stebėtinas – sutiko jaunimo reikalų tyrėjas Arvydas Goštautas. – Bet tai dar ne įrodymas.

a) Paaiškinkite, kaip straipsnio duomenims pritaikyti atsitiktinio klajojimo testą.

b) Koks čia bus standartinis nuokrypis?

c) Ar remiantis šiuo testu galima daryti išvadą, kad berniukai dažniau valo dantis būtent ta dantų pasta?

815. Tarkime, jog turime prisiekusiųjų teismą, kuriame yra 12 prisiekusiųjų. Štai ką apie jų sprendimus rašo laikraščiai.

---

* *George Gallup* (1901–1984), amerikiečių statistikas, vienas iš šiuolaikinių viešosios nuomonės apklausos metodų kūrėjų.

16. 737

Kai kuriais atvejais prisiekusiųjų teismo sprendimui priimti nereikia visiško sutarimo – pripažinti kaltu galima ir 8 balsais prieš 4. Taigi pavienio nenuovokaus prisiekusiojo balsas gali nulemti, ar byla baigsis ilgalaike bausme, ar išteisinimu. Reikia pabrėžti, kad jeigu prisiekusieji priimtų sprendimą mesdami monetą – vargu ar kas nūdien tai laikytų teisingumu – tai sprendimas „kaltas“ (8 balsais prieš 4) būtų 12%, arba 1/8 visų atvejų. Taigi teismo sprendimas gali visiškai priklausyti nuo atsitiktinumo. Reikėtų tuos sprendžiančius 8 balsus padidinti iki 10 ar daugiau (iš 12), kad daugmaž tvirtai galėtume sakyti, jog sprendimas nėra atsitiktinis.

Tarkime, kad prisiekusieji „kaltas ar ne“ sprendžia atsitiktinai, t. y., kad tikimybė, jog prisiekusysis tars „kaltas“, yra 1/2. Tada su prisiekusiųjų teismo sprendimu galime susieti 12-os žingsnių atsitiktinį klajojimą: vienam prisiekusiajam tariant „kaltas“, žengiame į dešinę, o tariant „nekaltas“, – į kairę.

1. Kokio dydžio čia standartinis nuokrypis?
2. Koks turi būti balsų santykis, kad atsidurtume už vieno standartinio nuokrypio ribų? Už dviejų standartinių nuokrypių ribų? Už trijų (išskirtinėje srityje)?
3. Iš Paskalio trikampio raskite 12 žingsnių atsitiktinio klajojimo 13 baigčių tikimybes.
4. Straipsnyje teigiama, jog baigtis „kaltas“ (8 balsais prieš 4) esti 12% atvejų. Įvertinkite tokį teiginį.
5. Apskaičiuokite tikimybę, kad iš 12 prisiekusiųjų 10 ar daugiau tars „kaltas“.

9 skyriaus užduotys

901. Mokinys gavo tokius pažymius: 6, 8, 9 ir 10. Apskaičiuokite jų vidurkį ir dispersiją.

902. Mokinys gavo tokius pažymius: 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9. Sudarykite dažnių lentelę ir apskaičiuokite vidurkį bei dispersiją.

903. Surašykite klasės mokinių ūgį metrais. Apskaičiuokite vidurkį ir dispersiją. Kiek procentų klasės mokinių yra „normalaus“ ūgio? Kiek procentų klasės mokinių „išskirtinai“ aukšti ar žemi?

904. 20% klasės mokinių yra iš vienavaikių šeimų, 60% – iš šeimų, kuriose auga po 2, 16% – iš šeimų, kuriose auga po 3, ir 4% – iš šeimų,

kuriose auga po 5 vaikus. Apskaičiuokite, kiek vidutiniškai vaikų yra šios klasės mokinių šeimose.

905. Apskaičiuokite vidutinį atlyginimą brigados, kurioje 20% darbininkų per dieną uždirba po 70 Lt, 72% – po 90 Lt, o likusieji – po 100 Lt. Apskaičiuokite dienos uždarbio standartinį nuokrypį.

906. Daug kartų buvo matuojamas tam tikros svyruoklės svyravimų periodas (sekundėmis). Buvo gauti tokie rezultatai:

Periodas	2,70	2,71	2,72	2,73	2,74
Santykinis dažnis	0,02	0,35	0,50	0,10	0,03

Apskaičiuokite vidurkį ir standartinį nuokrypį. Kurie išmatuotieji periodai yra normalieji? Kaip būtų galima pateikti svarbiausią viso šio eksperimento rezultatą?

907. Išmatavus 125 mergaičių ūgį centimetrais, rezultatai buvo sugrupuoti šitaip:

Ūgis	151–156	156–161	161–166	166–171	171–176	176–181
Skaičius	5	15	25	45	30	5

Nubraižykite histogramą ir suminę kreivę. Nustatykite tipinį intervalą, vidutinį ūgį ir kvartilius.

908. Ant buteliuko su vitamino C tabletėmis užrašyta, kad kiekvienoje tabletėje yra po 50 mg askorbino rūgšties. Chemiškai ištyrus 25 tabletes, jose rasti tokie askorbino rūgšties kiekiai (miligramais):

51,4	50,2	49,6	50,3	51,2
50,6	50,7	51,2	49,4	50,6
48,8	51,3	50,4	50,5	51,8
50,7	49,5	50,3	50,2	49,4
51,1	50,3	49,3	50,8	50,5

Sugrupuokite šiuos tyrimų rezultatus į 0,5 dydžio intervalus ir nubraižykite sugrupuotųjų duomenų suminę kreivę. Nustatykite kvartilius.

Prekybos taisyklės reikalauja, kad žemiausias kvartilis būtų didesnis už etiketėje nurodytą askorbino rūgšties kiekį. Ar šis reikalavimas čia tenkinamas?

909. Klasėje atliekamas eksperimentas: kiekvienas mokinys mėto monetą ir smeigtuką ir skaičiuoja, kiek kartų atvirs skaičius ir kiek kartų smeigtukas atvirs smaigaliu į viršų. Visos klasės rezultatai susumuojami. Surašius dažnius į lentelę, apskaičiuojami santykiniai dažniai:

	Po 10 metimų		Po 100 metimų		Po ... metimų	
	Dažnis	Santykinis dažnis	Dažnis	Santykinis dažnis	Dažnis	Santykinis dažnis
Moneta: „skaičius“						
Smeigtukas: „smaigalys į viršų“						

Pabandykite pateikti argumentuotus idealiųjų santykinių dažnių, t. y. tikimybės p(„skaičius“) ir tikimybės p(„smaigalys į viršų“) įverčius.

910. Moneta metama 3 kartus ir skaičiuojama, kiek kartų atvirto herbas. Paaiškinkite, kad keturių galimų atvejų tikimybės yra tokios:

Herbų skaičius	0	1	2	3
Tikimybė	1/8	3/8	3/8	1/8

Apskaičiuokite atvirtusių herbų skaičiaus vidurkį ir standartinį nuokrypį. Kokie atvirtusių herbų skaičiai yra normalieji? Ar esama čia išskirtinių baigčių?

911. Iš kortų pluošto, kurį sudaro karalius, dama, berniukas, dešimtakė ir devynakė, traukiama viena korta. Sudarykite tokio eksperimento tikimybinį modelį. Apskaičiuokite tikimybę ištraukti kortą su paveikslėliu; tikimybę neištraukti kortos su paveikslėliu.

912. Iš kortų pluošto, kurį sudaro tūzas, karalius, dama, berniukas ir 10, 9, 8 bei 7, traukiama viena korta. Ištraukus kortą su paveikslėliu, baigtis žymima d; ištraukus tūzą – t; visais kitais atvejais – k. Užpildykite tokią lentelę:

Baigtis	d	t	k
Tikimybė			

913. Pasakykite bent du skirtingus trijų baigčių eksperimentus (monetų, kauliukų mėtymas, kortos traukimas ir pan.), kuriuos būtų galima aprašyti tokiais tikimybiniais modeliais:

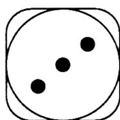
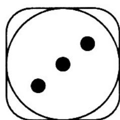
1)

Baigtis	a	b	c
Tikimybė	1/3	1/3	1/3

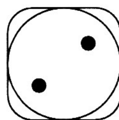
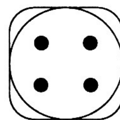
2)

Baigtis	a	b	c
Tikimybė	1/6	1/3	1/2

914. Šiame eksperimente metami du kauliukai. Abiems atvirtus vienodu taškų skaičiumi, eksperimento baigtis ir yra šis taškų skaičius; kai abu kauliukai atvirsta skirtingu taškų skaičiumi, eksperimento baigtis yra didesnysis iš tų dviejų skaičių.

Baigtis yra 3

Baigtis yra 4

Eksperimento baigtys gali būti tokios: 1, 2, 3, 4, 5 ir 6.

Paaiškinkite, kodėl $p(3) = 5/36$. Nustatykite ir visų kitų baigčių tikimybes ir užpildykite tokią lentelę:

u	1	2	3	4	5	6
$p(u)$			$5/36$			

Nustatykite, kokia tikimybė, kad baigtis bus lyginis skaičius; kad baigtis bus skaičius, didesnis už 3.

915.

a) Metami du kauliukai. Kokia tikimybė, kad abu kauliukai atvirs vienodu akių skaičiumi?

b) Tikimybė, kad gims mergaitė, yra 48%. Kokia tikimybė, kad gims 8 mergaitės iš eilės?

c) Keturis kartus metama simetriška moneta. Kokia tikimybė, kad kas antrą kartą atvirs „skaičius“?

916. Iš maišelio, kuriame yra 3 raudoni ir 1 juodas rutuliukas, traukiami 2 rutuliukai. Pirmiausia išimamas vienas. Įsidėmima jo spalva, ir jis vėl grąžinamas atgal. Po to vėl traukiamas rutuliukas bei įsidėmima jo spalva.

Nubraižykite tokio sudėtinio eksperimento tikimybinį medį (plg. pavyzdį 168 psl.). Apskaičiuokite tokias tikimybes:

p(2 raudoni); p(2 juodi); p(raudonas, po to juodas).

917. Atrakcionų parke siūlomas toks žaidimas.

Žaidėjas gauna vieną šovinį ir žaislinį revolverį su šešių šovinių būgnu. Žaidėjas turi įsidėti šovinį į bet kurią būgno skylutę, paleisti būgną suktis, o paskui atsitiktiniu momentu sustabdyti. Tada jis šauna į didžiulį balioną, ir, kai šis sprogsta, pasiima prizą.

Šeši draugai žaidžia du skirtingus šio žaidimo variantus. Pirmuoju atveju revolveris vis perduodamas kitam žaidėjui, kuris nusitaiko į balioną ir spaudžia gaiduką (po kiekvieno gaiduko paspaudimo revolverio būgnas pasisuka per vieną padėtį, todėl bent vienas žaidėjas tikrai iššaus).

Kitame žaidimo variante po kiekvieno bandymo būgnas paleidžiamas suktis. Kiekvienas žaidėjas šauna tik vieną kartą, tad laimėtojo gali ir nebūti.

Išnagrinėkite abu žaidimo variantus ir atlikite šias užduotis.

1. Pagalvokite ar, norint laimėti, geriau šauti pirmam, ar paskutiniam.
2. Iš tikimybių medžio raskite tikimybes, kad laimės paskutinis žaidėjas; antrasis; ir t.t.
3. Raskite tikimybę, kad laimėtojas bus iš viso.

918. Krautuvė reklamuojasi, kad daro ne mažesnę negu 30% vidutinę nuolaidą, gaunamą mėtant kauliuką. Išsirinkęs prekę ir sumokėjęs, pirkėjas gauna mesti 3 kauliukus. Jei neišmeta nė vieno šešeto, tai nuolaidos nėra. Jei atvirsta vienas šešetas, gauna 10% nuolaidą. Jei išmeta du šešetus, nuolaida yra 50%. Ir galiausiai, jei išmeta tris šešetus iš eilės, tai visi pinigai grąžinami.

a) Apskaičiuokite, kokia tikimybė, kad metus kauliuką 3 kartus, atvirs 0, 1, 2 ir 3 šešetai?

b) Koks iš tikrųjų yra nuolaidos krautuvėje vidurkis?

919. (Pypso* uždavinys, 1693 m.)

Žaidėjas A meta 6 kauliukus, ir jei atvirsta bent vienas šešetas, laimi. Žaidėjas B meta 12 kauliukų, ir jei atvirsta bent 2 šešetai, laimi. Kas turi daugiau šansų laimėti?

Šį uždavinį sprendė ir Niutonas. Anot jo, lengva apskaičiuoti, kad pranašumas yra A pusėje. 9 skyriuje mes esame apskaičiavę, jog tikimybė, kad laimės A, yra 66,52%. Dabar – atsakydami į šiuos klausimus – pabandykite rasti tikimybę, kad laimės B:

a) Kokia tikimybė, kad per dvylika metimų neatvirs nė vieno šešeto?

b) Kokia tikimybė, kad per dvylika metimų atvirs tik vienas šešetas?

c) Kokia tikimybė, kad per dvylika metimų atvirs bent du šešetai?

d) Ar Niutonas buvo teisus?

920. Metamas simetriškas kauliukas. Jei atvirsta šeši taškai, žaidimas baigiamas.

a) Apskaičiuokite tikimybę, kad žaidimas bus baigtas po 3 metimų.

b) Koks yra tikėtiniausias metimų skaičius iki žaidimo pabaigos?

921. Gimtadienių problema (fon Mizeso* paradoksas, 1938 m.)

Gimtadieniai daugmaž tolygiai pasiskirstę per visus metus (esama metų laikų skirtumų, tačiau čia į juos neatsižvelgsime). Taigi laikysime, jog visos 365 dienos yra lygiavertės.

a) Spėkite, kas labiau tikėtina: ar kad klasėje bus du mokiniai, kurių gimtadieniai sutaps, ar kad tokių nebus (dvynių neskaičiuokite; į gimimo metus dėmesio nekreipkite – svarbu tik mėnuo ir diena).

b) Sužinokite, ar iš tiesų klasėje yra du mokiniai, kurių gimtadieniai sutampa.

c) Apskaičiuokite tikimybę, kad klasėje iš 25 mokinių kieno nors gimtadieniai sutaps. Paaiškinkite, kodėl tikimybė, kad nebus tokių mokinių, kurių gimtadieniai sutaptų, yra:

$$p(\text{sutapimų nėra}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdots$$

Kiek sandaugoje yra trupmenų? Kokia yra paskutinė trupmena?

---

* *Samuel Pepys* (1633–1703), Anglijos karališkosios akademijos prezidentas.

* *Richard von Mises* (1883–1953), vokiečių matematikas ir mechanikas.

Klasei iš 25 mokinių rezultatas bus apie 43%. Bet tada tikimybė, kad kieno nors gimtadieniai sutaps, turi būti 57%. Taigi klasėje iš 25 mokinių tikimybė, kad kieno nors gimtadieniai sutaps, yra didesnė, negu kad nesutaps.

d) Atlikite tokius pat skaičiavimus su 28, 23 ir 20 mokinių.

e) Kiek mažiausiai klasėje turi būti mokinių, kad tikimybė, jog kieno nors gimtadieniai sutaps, būtų didesnė, negu kad nesutaps?

922. De Merė problema (plg. 161 psl.)

a) 4 sykius metamas vienas kauliukas. Apskaičiuokite, kokia tikimybė, kad nė karto neatvirs šešetas.

b) 24 kartus metami du kauliukai. Raskite tikimybę, kad iš visų metimų nė sykio neatvirs abu šešetai iškart.

c) Palyginkite savo rezultatus su lošėjų patirtimi ir su kompiuteriniu modeliavimu.

10 skyriaus užduotys

1001. Nuotolį iki Mėnulio bei kitų planetų galima nustatyti nukreipus į tą dangaus kūną radaro ar lazerio spindulį ir išmatavus, kiek praeina laiko, kol jis atsispindėjęs grįžta. Radaro ar lazerio spindulys sklinda tokiu pat greičiu, kaip ir šviesa.

a) Šitaip matuojant atstumą iki Mėnulio, gauta 2,56 s laiko trukmė. Kokiu atstumu nuo Žemės yra Mėnulis? (1969 m. Mėnulyje apsilankę amerikiečių astronautai paliko ten specialių lazerio veidrodžių. Jais naudojantis galima nustatyti atstumą iki Mėnulio 15 cm tikslumu.)

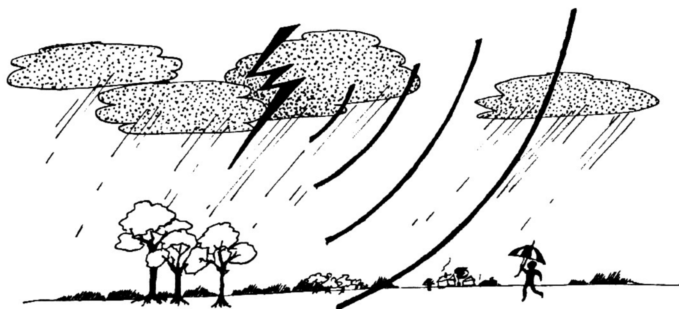
b) Tam tikru laiko momentu atstumas tarp Žemės ir Veneros buvo apie $5{,}0 \cdot 10^7$ km. Kiek laiko užtruks radaro signalas kelyje į Venerą ir atgal?

1002. Sakoma, jog padalijus skaičių 3 iš sekundėmis išmatuoto laiko, kuris praeina nuo to akimirksnio, kai plyksteli žaibas, iki pasigirsta griaustinis, galima sužinoti, už kelių kilometrų žaibuoja. Šviesa per 1 s nusklinda 300 000 km, o garso banga – tik 340 metrų. Jei šviesa per 1 s nukeliauja 300 000 km, tai galime tarti, jog žaibą išvystame iškart, kai tik jis plyksteli. Tačiau to nepasakysi apie žaibą lydintį garsą – griaustinį.

a) Per kiek sekundžių griaustinio garsas įveikia 1 km?

b) Jei sužaibuoja už 9 km nuo mūsų, po kiek laiko išgirsime griaustinį?

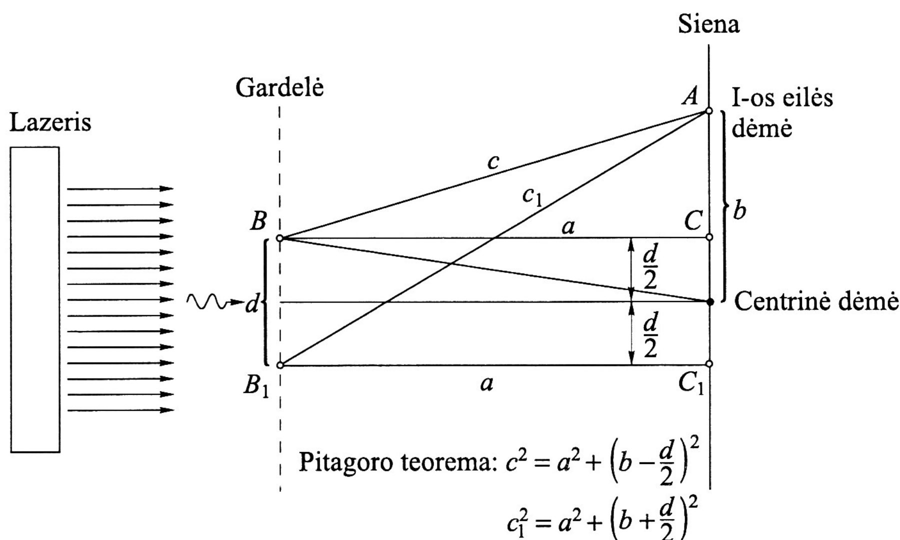
c) Dabar pasakykite, ar teiginys, pateiktas užduoties pradžioje, yra teisingas.



1003. Lazerio šviesos bangos ilgio matavimas

Eksperimentui reikės lazerio, optinės gardelės, bei liniuotės. Sumontuokite lazerį ir gardelę pagal pridedamą brėžinį.

1. Išmatuokite atstumą a nuo gardelės iki sienos 1 mm tikslumu.
2. Išmatuokite atstumą b tarp centrinės dėmės ir I eilės dėmės 1 mm tikslumu.
3. Toliau paprastumo dėlei nagrinėkime tik šviesą, sklindančią iš dviejų gretimų gardelės plyšių B ir B_1, nutolusių atstumu d, laikydami



juos koherentiniais (skleidžiančiais šviesą vienu taktu) taškiniais šviesos šaltiniais. Pagal Pitagoro teoremą, pasinaudodami skaičiuokliu, apskaičiuokite kraštinę c ir užrašykite rezultatą bent 8 skaitmenų po kablelio tikslumu.

4. Ta dalis šviesos, kuri į tašką A patenka praėjusi pro gretimąjį plyšį B_1, esantį atstumu d nuo plyšio B, įveikia atstumą c_1, kuris yra didesnis už c. Apskaičiuokite c_1 (ne mažiau kaip 8 skaitmenų po kablelio tikslumu).
5. Kadangi du nagrinėjami spinduliai, sueidami į I eilės dėmę, vienas kitą stiprina, tai skirtumas $c_1 - c$ turi būti lygus šviesos bangos ilgiui. Paaiškinkite, kodėl. Apskaičiuokite bangos ilgį λ.

1004. Liepsnos spalvos tyrimas

Nikeline mentele paimkite šiek tiek metalo druskos ir palaikykite Bunzeno degiklio liepsnoje. Po kiekvieno bandymo mentelę nuvalykite.

a) Nustatykite šių natrio druskų liepsnos spalvas:
NaCl (natrio chloridas)
Na_2CO_3 (natrio karbonatas)
Na_2SO_4 (natrio sulfatas)
Pasižymėkite liepsnos spalvą. Kokią išvadą galima padaryti iš šių rezultatų? Jei turite, patyrinėkite liepsną pro rankinį spektroskopą.

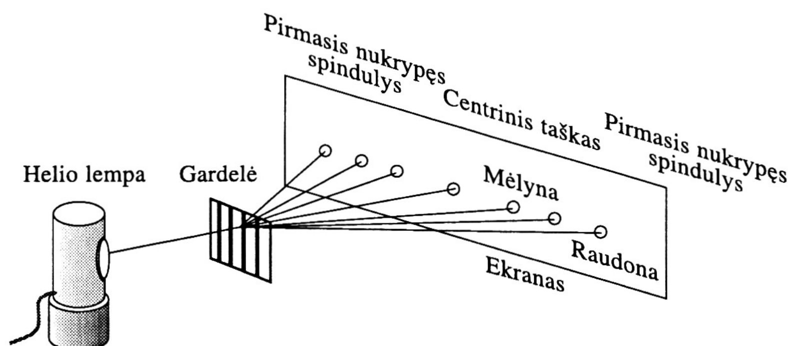
b) Nustatykite šių kalio druskų liepsnos spalvas:
KCl (kalio chloridas)
K_2CO_3 (kalio karbonatas)
KNO_3 (kalio nitratas)
Pasižymėkite liepsnos spalvą. Kokią išvadą galima padaryti iš šių rezultatų?

c) Nustatykite šių metalo druskų liepsnos spalvas:
Li_2SO_4 (ličio sulfatas)
$CuSO_4$ (vario sulfatas)
Ca_3PO_4 (kalcio fosfatas)
Pasižymėkite liepsnos spalvą. Rezultatus pakomentuokite.

d) Jūs gavote nežinomos „paslaptingos“ medžiagos. Tai yra natrio, vario, ličio arba kalio druska. Kaip nustatyti, kas tai?

1005. Regimosios šviesos bangų ilgio matavimas

Šiame eksperimente matuosime helio spektro linijų bangų ilgius. Šviesa bus skaidoma optine gardele, o spektrui pamatyti ir išmatuoti bus naudojamas ekranas (ar balta siena).



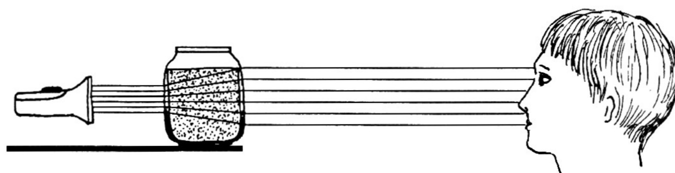
1. Ant ekrano užklijuokite popieriaus, kad spektrą galėtumėte persipiešti. Išsirinkite iš spektro vieną liniją. Tuo pačiu principu kaip ir 1003 užduotyje nustatykite šios spektrinės linijos bangos ilgį. Bandymą pakartokite su kita spektro linija.
2. Pakeiskite gardelę ir vėl išmatuokite vieną bangos ilgį.
3. Pakeiskite lempą (pavyzdžiui, paimkite Hg lempą) ir nustatykite pasirinktų šio spektro linijų bangų ilgius.

1006. Įjunkite lazerį ir apšvieskite, tarkim, priešais esančią sieną. Pabandykite spindulio kelyje paskleisti šiek tiek kreidos dulkių. Ką rodo stebimas reiškinys?

1007. Raudonos Saulės ir žydro dangaus modelis

Eksperimentui reikės stipraus kišeninio žibintuvėlio, didelio stiklinio indo su vandeniu ir šiek tiek pieno.

Užgesinkite šviesą ir už indo įjunkite žibintuvėlį.



1. Žiūrėkite per vandenį į šviesą.
2. Įlašinkite į vandenį truputėlį pieno ir stebėkite, kas vyksta su iš žibintuvėlio sklindančia šviesa. Paaiškinkite reiškinį.
3. Įlašinkite dar šiek tiek pieno ir stebėkite, kas dabar vyksta su šviesa. Paaiškinkite.

4. Pažvelkite į indą iš šono. Kokiu atspalviu švyti vanduo su pienu? Paaiškinkite, kodėl.

1008. Paaiškinkite, kodėl kartais Mėnulis būna oranžinis, o kartais – skaisčiai geltonas.

1009. Anders Bodelsen novelėje „Virš vaivorykštės" galima perskaityti tokį epizodą:

„Tai tebuvo tik šuoras, ir šiaurėje vėl prašviesėjo. Asfaltas aitriai dvelkė pirmaisiais lietaus lašais.

– Tėte, žiūrėk, – pratarė Mariana grietiniuota ir uogieniuota ranka rodydama į dangų, – vaivorykštė!

Puslankiu per visą šiaurinę dangaus dalį vaivorykštė taikėsi tiesiai į juos, tačiau taip jų ir nepasiekusi išnyko."

Ar reali aprašyta situacija? Padiskutuokite ir paaiškinkite.

1010. Paprasčiausias fotoaparatas

Kartoninė dėžutė su dangteliu iš vidaus nudažoma juodai. Vienoje sienelėje praduriama nedidelė skylutė, o ant priešingos sienelės lipnia juostele priklijuojamas fotopopieriaus lakštas (viskas atliekama tamsoje arba esant raudonos šviesos apšvietimui). Skylutę pridengus, dėžutė pastatoma, nukreipus skylutę į fotografuojamą objektą. Paskui skylutė atidengiama. Išlaikymo laikas priklauso nuo apšviestumo, skylutės dydžio ir fotopopieriaus jautrumo (jis gali būti kelių minučių eilės – eksperimentuokite patys). Po to nuotrauka kaip paprastai išryškinama. Paaiškinkite, ką gavote ir kodėl.

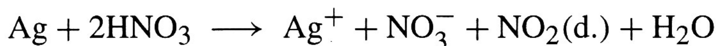
1011. Ryškioje šviesoje padėkite sidabro bromido kristalėlių. Stebėkite, kas vyksta. Rezultatą pakomentuokite.

1012. Sidabro išgavimas

Naudojantis fermentais, sidabrą galima išgauti iš senų fotojuostelių. Fermentai yra organiniai katalizatoriai; tai tam tikri baltymai, sudaryti iš labai didelių ir sudėtingų molekulių. Kiekvienas fermentas sąlygoja tik tam tikras chemines reakcijas. Sidabrui išgauti naudojama alkalazė, suardanti želatiną ir išlaisvinanti sidabrą.

Į cheminę stiklinę įpilkite 200 mℓ vandens. Pašildykite iki 50°C ir įberkite kupiną mentelę alkalazės ir kupiną mentelę natrio hidrokarbonato ($NaHCO_3$). Įleiskite į tirpalą senų negatyvų. Juostelės pamažu ima skaidrėti, o ant indo dugno iškrinta sidabro (Ag) nuosėdos. Jos nufiltruojamos. Šis susidaręs sidabras tirpsta azoto rūgštyje (HNO_3). Tai turi būti

atliekama traukos spintoje, kadangi reakcijos metu išsiskiria nuodingos NO_2 dujos:



$$Ag + 2HNO_3 \longrightarrow Ag^+ + NO_3^- + NO_2(d.) + H_2O$$

Dabar įpilkite vandeninio kalio bromido (KBr) tirpalo, ir iškris sunkiai tirpus sidabro bromidas (AgBr).

Užrašykite šios reakcijos lygtį.

Susidariusias AgBr nuosėdas galima naudoti naujų fotojuostelių gamybai. Pabandykite pastatyti stiklinę su AgBr ryškioje šviesoje. Kas vyksta ir kodėl?

1013. Patyrinėkite ryškalų ir fiksažų etiketes. Kas sudaro šias medžiagas?

1014. Paaiškinkite, ką reiškia: fotojuostelė per daug apšviesta; nepakankamai apšviesta? Ar galima šiuos trūkumus ištaisyti ryškinant?

Dalykinė ir vardų rodyklė

Jaunas mėnulis (J) ir pilnatis (P) 1998–2000 metais

1998		1999		2000	
J	P	J	P	J	P
	sausio 12		sausio 2	sausio 6	sausio 21
sausio 28	vasario 11	sausio 17	sausio 31	vasario 5	vasario 19
vasario 26	kovo 13	vasario 16	kovo 2	kovo 6	kovo 20
kovo 28	balandžio 11	kovo 17	kovo 31	balandžio 4	balandžio 18
balandžio 26	gegužės 11	balandžio 16	balandžio 30	gegužės 4	gegužės 18
gegužės 25	birželio 10	gegužės 15	gegužės 30	birželio 2	birželio 16
birželio 24	liepos 9	birželio 13	birželio 28	liepos 1	liepos 16
liepos 23	rugpjūčio 8	liepos 13	liepos 28	liepos 31	rugpjūčio 15
rugpjūčio 22	rugsėjo 6	rugpjūčio 11	rugpjūčio 26	rugpjūčio 29	rugsėjo 13
rugsėjo 20	spalio 5	rugsėjo 9	rugsėjo 25	rugsėjo 27	spalio 13
spalio 20	lapkričio 4	spalio 9	spalio 24	spalio 27	lapkričio 11
lapkričio 19	gruodžio 3	lapkričio 8	lapkričio 23	lapkričio 25	gruodžio 11
gruodžio 18		gruodžio 7	gruodžio 22	gruodžio 25	

Veneros ir Saulės ekliptinių ilgumų skirtumai

	1998	1999	2000
Sausis	+23	+15	−39
Vasaris	−23	+22	−33
Kovas	−43	+29	−26
Balandis	−46	+35	−19
Gegužė	−44	+41	−11
Birželis	−38	+45	−3
Liepa	−31	+44	+5
Rugpjūtis	−24	+27	+14
Rugsėjis	−16	−17	+22
Spalis	−8	−42	+30
Lapkritis	0	−46	+37
Gruodis	+8	−44	+42

Jupiterio ekliptinė ilguma

	1998	1999	2000
Sausis	322	352	25
Vasaris	329	357	28
Kovas	336	4	33
Balandis	343	11	39
Gegužė	350	18	46
Birželis	355	25	54
Liepa	358	30	60
Rugpjūtis	358	34	66
Rugsėjis	355	35	70
Spalis	351	33	71
Lapkritis	348	29	70
Gruodis	349	26	66

Marso ekliptinė ilguma

	1998	1999	2000
Sausis	311	198	328
Vasaris	335	212	352
Kovas	357	220	14
Balandis	21	221	37
Gegužė	43	212	58
Birželis	66	205	80
Liepa	86	209	100
Rugpjūtis	107	221	120
Rugsėjis	127	239	140
Spalis	146	259	159
Lapkritis	165	281	178
Gruodis	182	304	196

Saturno ekliptinė ilguma

	1998	1999	2000
Sausis	14	27	40
Vasaris	15	28	41
Kovas	18	30	42
Balandis	22	33	46
Gegužė	26	37	49
Birželis	29	37	49
Liepa	32	44	57
Rugpjūtis	33	46	59
Rugsėjis	33	47	61
Spalis	32	46	61
Lapkritis	30	44	59
Gruodis	28	42	57

Pastaba. Planetų padėtys pateiktos kiekvieno mėnesio 1 d.

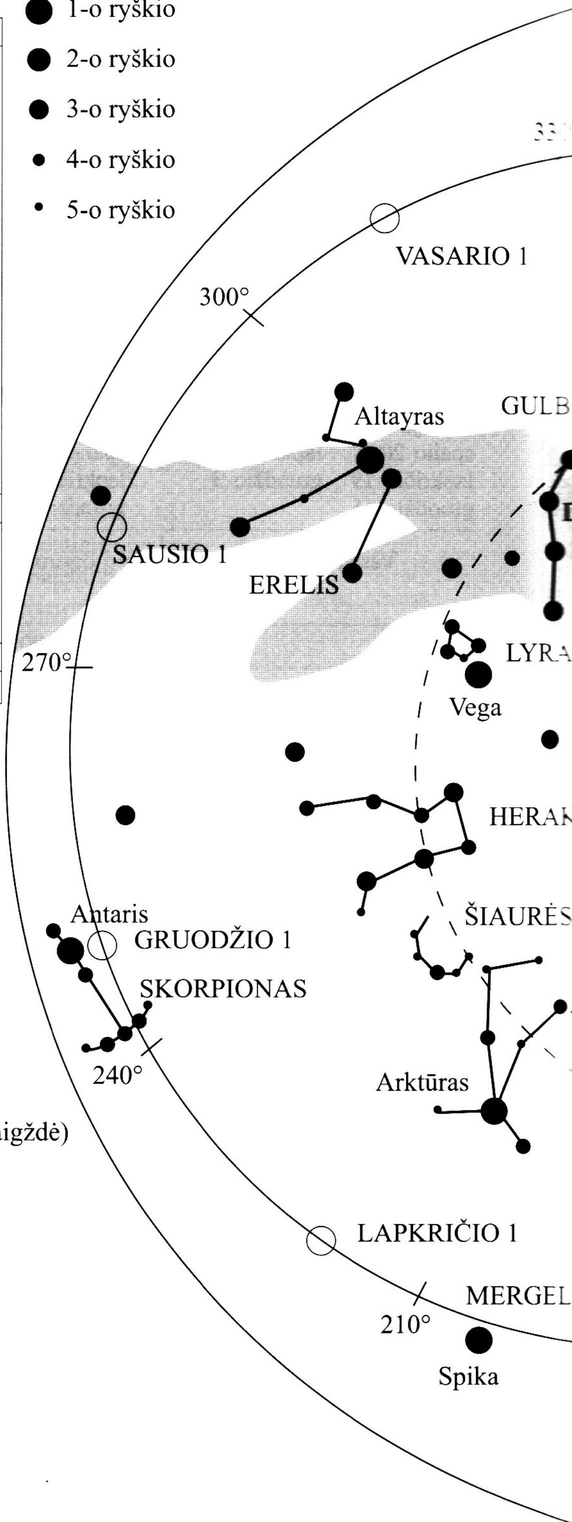
Būdingiausios žvaigždynų žvaigždės

1-o ryškio		
Sirijus	b	ŠUO
Arktūras	or	JAUČIAGANIS
Vega	b	LYRA
Kapela	g	VEŽĖJAS
Rygelis	mb	ORIONAS
Prokionas	gb	ŠUNELIS
Betelgeizė	r	ORIONAS
Altayras	b	ERELIS
Aldebaranas	or	TAURAS
Antaris	r	SKORPIONAS
Spika	mb	MERGELĖ
Fomalhautas	b	PIETŲ ŽUVIS
Poluksas	or	DVYNIAI
Denebas	b	GULBĖ
Regulas	mb	LIŪTAS
2-o ryškio		
Kastoras	b	DVYNIAI
Algolis	mb	PERSĖJAS
Šiaurinė žvaigždė	gb	GRĮŽULO RATAI
3-o ryškio		
Sietynas	mb	TAURAS

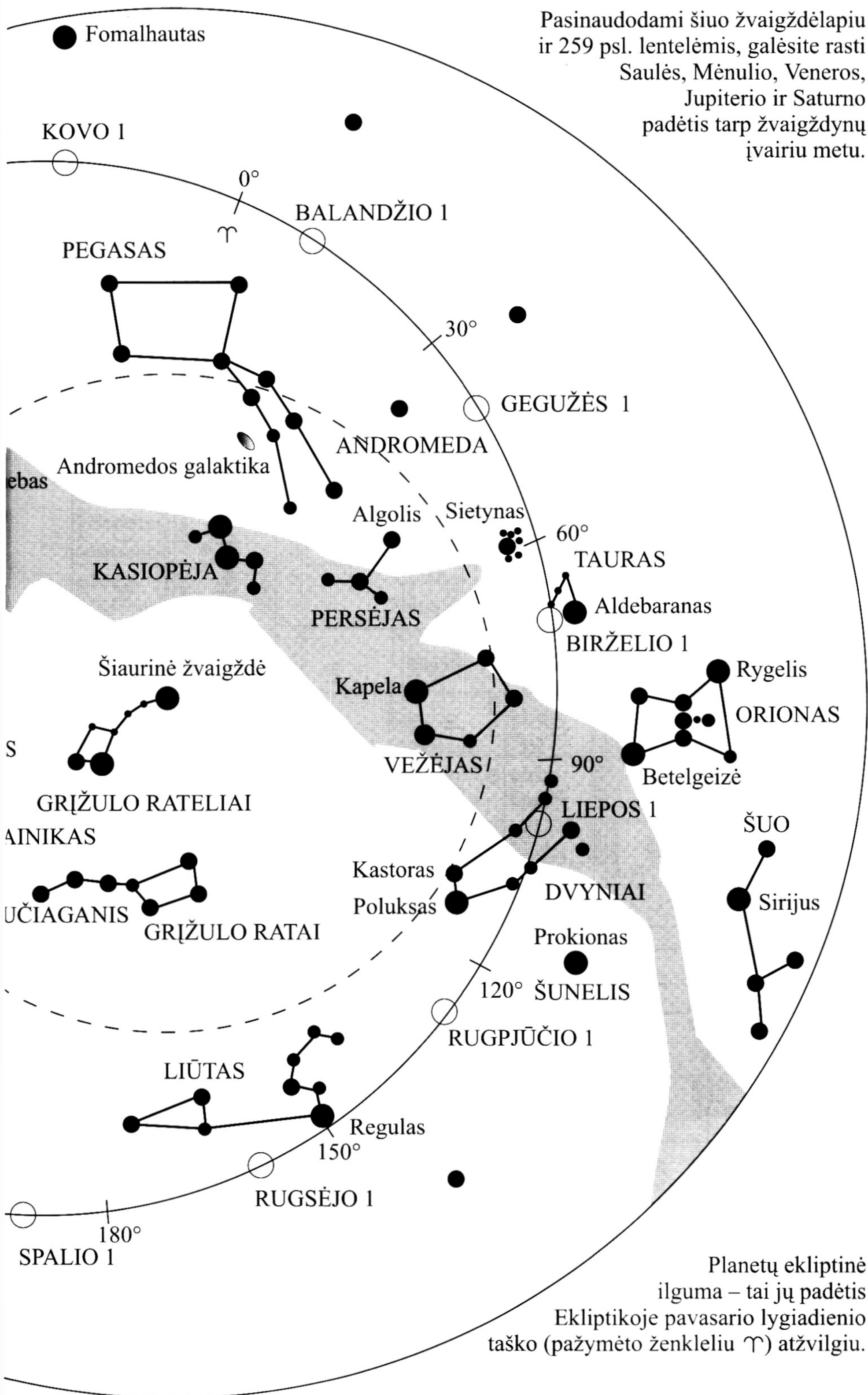
(mb = melsvai balta, b = balta, gb = gelsvai balta, g = gelsva, or = oranžinė, r = raudona)

Ryškiausi žvaigždynai

ANDROMEDA
JAUČIAGANIS (Arktūras)
KASIOPĖJA
HERAKLIS
MERGELĖ (Spika)
GRĮŽULO RATAI
ŠIAURĖS VAINIKAS
VEŽĖJAS (Kapela)
GRĮŽULO RATELIAI (Šiaurinė žvaigždė)
ŠUNELIS (Prokionas)
LYRA (Vega)
LIŪTAS (Regulas)
ORIONAS (Rygelis, Betelgeizė)
PEGASAS
PERSĖJAS (Algolis)
SKORPIONAS (Antaris)
ŠUO (Sirijus)
GULBĖ (Denebas)
DVYNIAI (Poluksas, Kastoras)
TAURAS (Aldebaranas)
ERELIS (Altayras)



Pasinaudodami šiuo žvaigždėlapiu ir 259 psl. lentelėmis, galėsite rasti Saulės, Mėnulio, Veneros, Jupiterio ir Saturno padėtis tarp žvaigždynų įvairiu metu.



Planetų ekliptinė ilguma – tai jų padėtis Ekliptikoje pavasario lygiadienio taško (pažymėto ženkleliu ♈) atžvilgiu.

PERIODINĖ CHEMINIŲ ELEMENTŲ LENTELĖ

Elemento simbolis → Fe; Elemento numeris → 26; Pavadinimas → Geležis; 55,847 ← Atominė masė*

Grupės numeris: dabartinis (5), senasis (VB)

1 IA	2 IIA	3 IIIB	4 IVB	5 VB	6 VIB	7 VIIB	8 VIII	9 VIII	10 VIII	11 IB	12 IIB	13 IIIA	14 IVA	15 VA	16 VIA	17 VIIA	18 0
1,0079 H 1 Vandenilis																	4,0026 He 2 Helis
6,941 Li 3 Litis	9,0122 Be 4 Berilis											10,811 B 5 Boras	12,011 C 6 Anglis	14,0067 N 7 Azotas	15,9994 O 8 Deguonis	18,9984 F 9 Fluoras	20,1797 Ne 10 Neonas
22,9898 Na 11 Natris	24,3050 Mg 12 Magnis											26,9815 Al 13 Aliuminis	28,0855 Si 14 Silicis	30,9738 P 15 Fosforas	32,066 S 16 Siera	35,4527 Cl 17 Chloras	39,948 Ar 18 Argonas
39,0983 K 19 Kalis	40,078 Ca 20 Kalcis	44,9559 Sc 21 Skandis	47,88 Ti 22 Titanas	50,9415 V 23 Vanadis	51,9961 Cr 24 Chromas	54,9380 Mn 25 Manganas	55,847 Fe 26 Geležis	58,9332 Co 27 Kobaltas	58,69 Ni 28 Nikelis	63,546 Cu 29 Varis	65,39 Zn 30 Cinkas	69,723 Ga 31 Galis	72,61 Ge 32 Germanis	74,9216 As 33 Arsenas	78,96 Se 34 Selenas	79,904 Br 35 Bromas	83,80 Kr 36 Kriptonas
85,4678 Rb 37 Rubidis	87,62 Sr 38 Stroncis	89,9058 Y 39 Itris	91,224 Zr 40 Cirkonis	92,9064 Nb 41 Niobis	95,94 Mo 42 Molibdenas	(97,905) Tc 43 Technecis	101,07 Ru 44 Rutenis	102,9055 Rh 45 Rodis	106,42 Pd 46 Paladis	107,8682 Ag 47 Sidabras	112,411 Cd 48 Kadmis	114,82 In 49 Indis	118,710 Sn 50 Alavas	121,75 Sb 51 Stibis	127,60 Te 52 Telūras	126,9045 I 53 Jodas	131,29 Xe 54 Ksenonas
132,9054 Cs 55 Cezis	137,327 Ba 56 Baris	La-Lu 57-71	178,49 Hf 72 Hafnis	180,9479 Ta 73 Tantalas	183,85 W 74 Volframas	186,207 Re 75 Renis	190,2 Os 76 Osmis	192,22 Ir 77 Iridis	195,08 Pt 78 Platina	196,9665 Au 79 Auksas	200,59 Hg 80 Gyvsidabris	204,3833 Tl 81 Talis	207,2 Pb 82 Švinas	208,9804 Bi 83 Bismutas	(208,982) Po 84 Polonis	(209,987) At 85 Astatis	(222,018) Rn 86 Radonas
(223,020) Fr 87 Francis	(226,025) Ra 88 Radis	Ac-Lr 89-103	(261,1) Ku 104 Kurčiatovis	(262,1) Ns 105 Nilsboris	(263,1) 106	(262,1) 107	(265,1) 108	(266,1) 109	110	111	112						

* Masė skliausteliuose – žinomų izotopų masės vidurkis

138,9055 La 57 Lantanas	140,115 Ce 58 Ceris	140,9077 Pr 59 Prazeodimis	144,24 Nd 60 Neodimis	(144,913) Pm 61 Prometis	150,36 Sm 62 Samaris	151,965 Eu 63 Europis	157,25 Gd 64 Gadolinis	158,9253 Tb 65 Terbis	162,50 Dy 66 Disprozis	164,9303 Ho 67 Holmis	167,26 Er 68 Erbis	168,9342 Tm 69 Tulis	173,04 Yb 70 Iterbis	174,967 Lu 71 Liutecis
(227,028) Ac 89 Aktinis	232,0381 Th 90 Toris	(231,036) Pa 91 Protaktinis	238,0289 U 92 Uranas	(237,048) Np 93 Neptunis	(244,064) Pu 94 Plutonis	(243,061) Am 95 Americis	(247,07) Cm 96 Kiuris	(247,07) Bk 97 Berklis	(251,08) Cf 98 Kalifornis	(252,08) Es 99 Einšteinis	(257,095) Fm 100 Fermis	(258,099) Md 101 Mendelevis	(259,1) No 102 Nobelis	(260,1) Lr 103 Lourensis

Cheminių elementų abėcėlinis sąrašas

Elementas	Simbolis	Atominis skaičius	Elementas	Simbolis	Atominis skaičius	Elementas	Simbolis	Atominis skaičius
Aktinis	**Ac**	89	Gyvsidabris	**Hg**	80	Platina	**Pt**	78
Alavas	**Sn**	50	Hafnis	**Hf**	72	Plutonis	**Pu**	94
Aliuminis	**Al**	13	Helis	**He**	2	Polonis	**Po**	84
Americis	**Am**	95	Holmis	**Ho**	67	Prazeodimis	**Pr**	59
Anglis	**C**	6	Indis	**In**	49	Prometis	**Pm**	61
Argonas	**Ar**	18	Iridis	**Ir**	77	Protaktinis	**Pa**	91
Arsenas	**As**	33	Iterbis	**Yb**	70	Radis	**Ra**	88
Astatinas	**At**	85	Itris	**Y**	39	Radonas	**Rn**	86
Auksas	**Au**	79	Jodas	**I**	53	Renis	**Re**	75
Azotas	**N**	7	Kadmis	**Cd**	48	Rodis	**Rh**	45
Baris	**Ba**	56	Kalcis	**Ca**	20	Rubidis	**Rb**	37
Berilis	**Be**	4	Kalifornis	**Cf**	98	Rutenis	**Ru**	44
Berklis	**Bk**	97	Kalis	**K**	19	Samaris	**Sm**	62
Bismutas	**Bi**	83	Kiuris	**Cm**	96	Selenas	**Se**	34
Boras	**B**	5	Kobaltas	**Co**	27	Sidabras	**Ag**	47
Bromas	**Br**	35	Kriptonas	**Kr**	36	Siera	**S**	16
Ceris	**Ce**	58	Ksenonas	**Xe**	54	Silicis	**Si**	14
Cezis	**Cs**	55	Lantanas	**La**	57	Skandis	**Sc**	21
Chloras	**Cl**	17	Litis	**Li**	3	Stroncis	**Sr**	38
Chromas	**Cr**	24	Liutecis	**Lu**	71	Stibis	**Sb**	51
Cinkas	**Zn**	30	Lourensis	**Lr**	103	Švinas	**Pb**	82
Cirkonis	**Zr**	40	Magnis	**Mg**	12	Talis	**Tl**	81
Deguonis	**O**	8	Manganas	**Mn**	25	Tantalas	**Ta**	73
Disprozis	**Dy**	66	Mendelevis	**Md**	101	Technecis	**Tc**	43
Einšteinis	**Es**	99	Molibdenas	**Mo**	42	Telūras	**Te**	52
Erbis	**Er**	68	Natris	**Na**	11	Terbis	**Tb**	65
Europis	**Eu**	63	Neodimis	**Nd**	60	Titanas	**Ti**	22
Fermis	**Fm**	100	Neonas	**Ne**	10	Toris	**Th**	90
Fluoras	**F**	9	Neptūnis	**Np**	93	Tulis	**Tm**	69
Fosforas	**P**	15	Nikelis	**Ni**	28	Vanadis	**V**	23
Francis	**Fr**	87	Niobis	**Nb**	41	Vandenilis	**H**	1
Gadolinis	**Gd**	64	Nobelis	**No**	102	Varis	**Cu**	29
Galis	**Ga**	31	Osmis	**Os**	76	Volframas	**W**	74
Geležis	**Fe**	26	Paladis	**Pd**	46	Uranas	**U**	92
Germanis	**Ge**	32						

B. Felsager, K. Jakobsen, G. Schomacker, M. Vedelsby

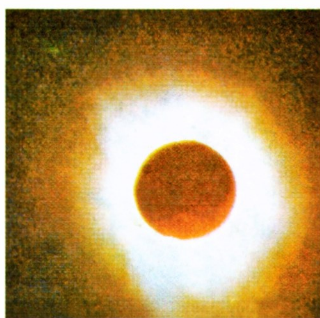
Tikslieji mokslai humanitarams. I dalis

(vertimas iš danų kalbos)

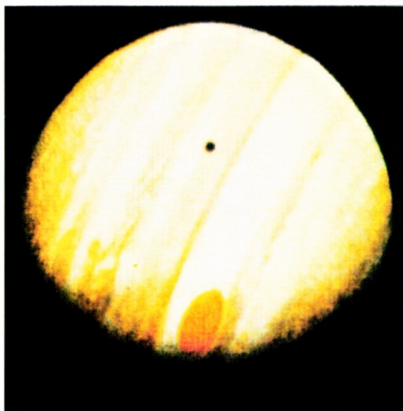
SL 1185. 1998 08 04. 17 sp. l. Tiražas 4500 egz. Užs. Nr. 737
Leidykla „TEV“, Akademijos 4, 2600 Vilnius
Spausdino Spec. paskirties AB spaustuvė „Spindulys“,
Gedimino 10, 3000 Kaunas

I

II



III



IV

I pav. Spiralinė Andromedos galaktika. Giedru oru ją galima įžiūrėti net plika akimi.

II pav. Saulės užtemimas 1961 m.

III pav. Jupiteris. Apačioje matosi Didžioji raudonoji dėmė. Juodas skritulukas – tai Ijo, vieno iš didžiųjų palydovų, šešėlis.

IV pav. Saturnas. Gerai matosi du skirtingo šviesumo žiedai.

V

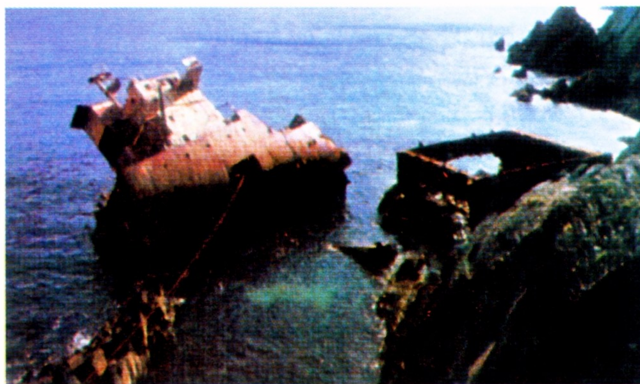
VI

V pav. Praktikoje ko gero labiausiai paplitęs inertinių dujų panaudojimas – „neoninės šviesos“. Paties neono šviesa yra oranžiškai raudona, o, pavyzdžiui, kriptono – violetinė.

VI pav. Degančios metano dujos.

VII

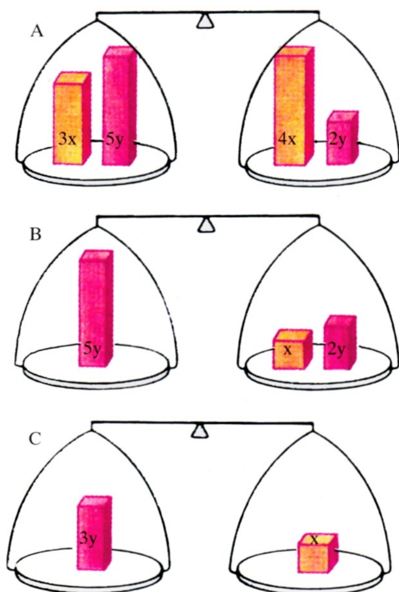
VIII



VII pav. Niujorko Laisvės statula padaryta iš 300 varinių plokščių, kurių paviršius dėl atmosferos poveikio pasidengęs žalsvai mėlynu vario karbonato sluoksniu. Jis susidarė dėl atmosferos poveikio. Restauruojant šią „senąją ponią" jos šimtmečio jubiliejaus proga, buvo taisomas vidinis geležies skeletas. Kai kurios jo vietos lietėsi su vario plokštėmis ir dėl to greitai „surūdijo".

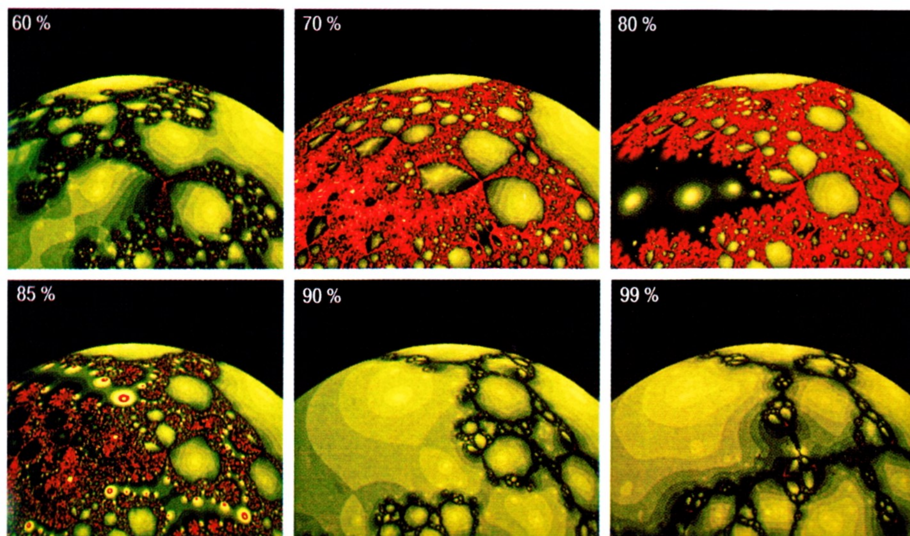
VIII pav. Surūdijęs laivas.

IX



X

XI

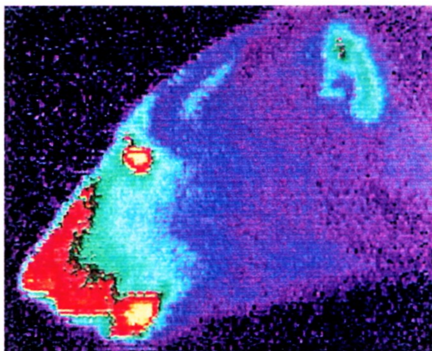


IX pav. Pertvarkydami lygtį $3x + 5y = 4x + 2y$ gauname $3y = x$.

X pav. Kaip bemestume kauliuką, bet kurio taškų skaičiaus atvirtimas yra vienodai tikėtinas.

XI pav. Ar atpažįstate šias planetas? Jei ne – nesikrimskite: tai viso labo sudėtingų lygčių sistemų sprendiniai, nuspalvinti kompiuteriu. Šie piešinukai dar sykį primena, kad matematika gali būti spalvinga ir nenuobodi.

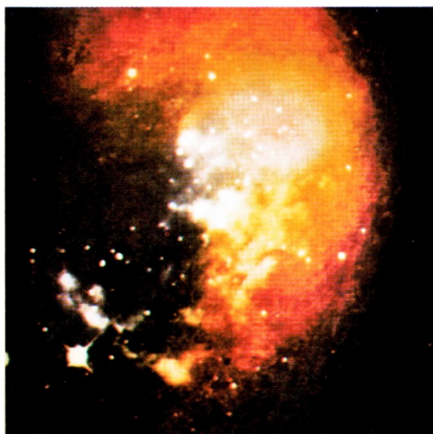
XII



(a)

(b)

XIII

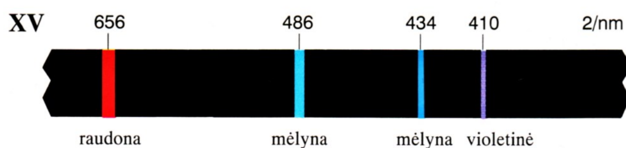


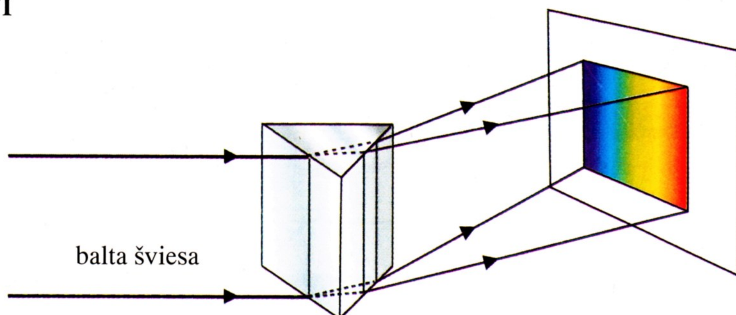
XIV

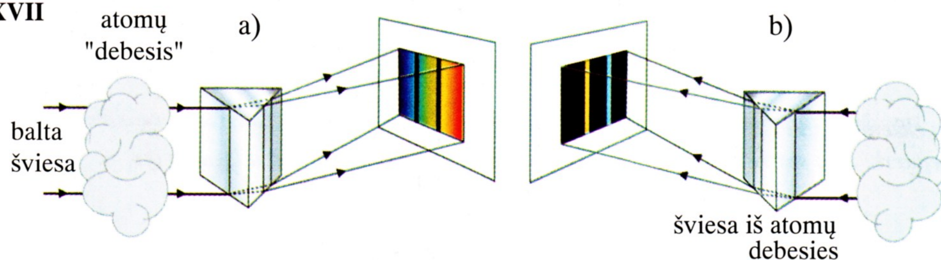
XII pav. a) Miegančios baltosios meškos snukučio termografija; b) žmogaus veido termografija. Šviesesnės sritys atitinka šiltesnes vietas, tamsesnės – šaltesnes.

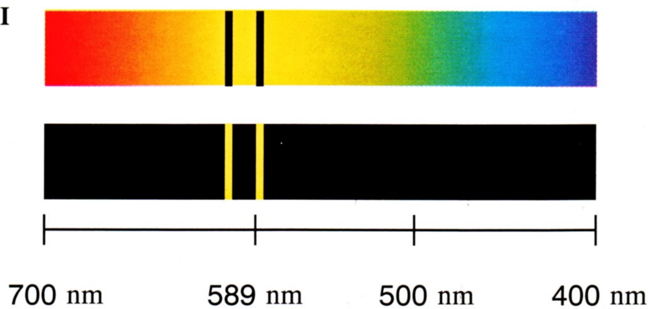
XIII pav. Oriono ūkas, nufotografuotas infraraudonojoje ir regimojoje srityse.

XIV pav. Lazerio spindulys pramuša skylę grūdinto plieno skutimosi peiliuke.









XV pav. Linijinis regimosios srities vandenilio atomo spektras.

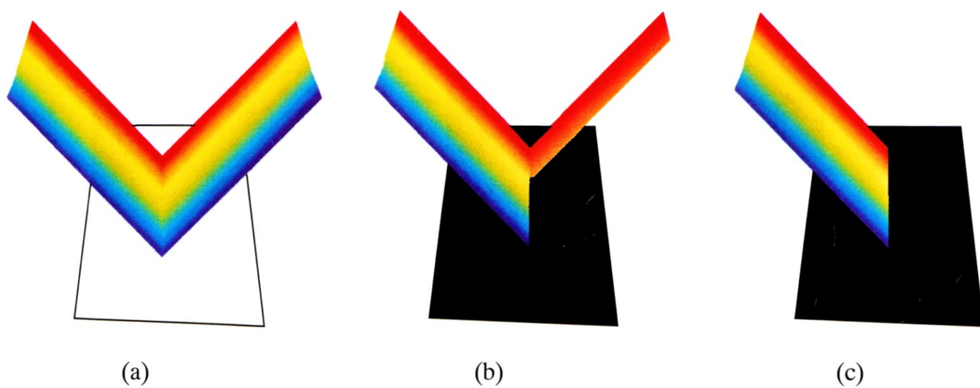
XVI pav. Ištisinis spektras. (Žr. skyrelį „Absorbcijos spektrai“ 10 sk.)

XVII pav. Absorbcijos spektrai. (Žr. skyrelį „Absorbcijos spektrai“ 10 sk.)

XVIII pav. Ryškiausios natrio absorbcijos spektro (viršuje) ir emisijos spektro (apačioje) linijos.

XIX

XX

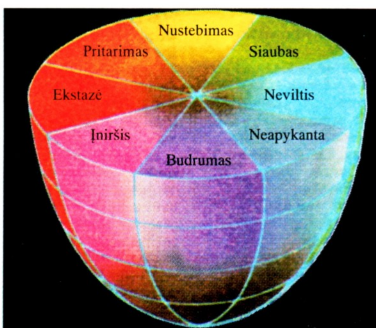


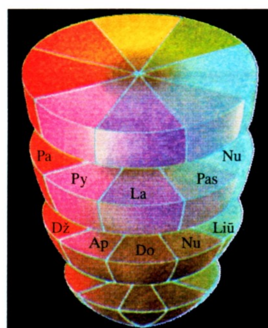
XIX pav. Nuostabi Vaivos juosta.

XX pav. Balti daiktai atspindi visas spalvas (a); spalvoti daiktai vienas spalvas atspindi, kitas – sugeria (b); juodi daiktai beveik neatspindi jokios spalvos (c).

XXI

XXII





XXI pav. Kartais kyla „audra stiklinėje". O čia joje – vaivorykštė.

XXII pav. Atidžiai įsižiūrėkite į kairėje nupieštą „emocijų kūną". Jo viršutiniame sluoksnyje pavaizduotos pačios stipriausios emocijos. Kituose sluoksniuose – panašios emocijos, tik silpnesnės. Pasinaudoję grandine „įniršis – pyktis – apmaudas – nepasitenkinimas", pabandykite atspėti, kas užšifruota raidžių kombinacijomis.